DRUŠTVENI ODJEL

KVANTITATIVNE METODE U TRGOVINSKOM POSLOVANJU

2.1. FUNKCIJE DVIJU ILI VIŠE VARIJABLI – zadaci

1. Odredite prirodno područje definicije D_f i skup svih realnih nultočaka N_f realne funkcije f ako je:

a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x, y) = x + y$;

b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x, y) = x \cdot y$;

c) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 + y^2$;

d) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 - y^2$;

e) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x, y) = e^{x+y}$.

2. Odredite prirodno područje definicije D_f i skup svih realnih nultočaka N_f realne funkcije f ako je:

a) $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$;

b) $f(x, y) = \ln(2 \cdot x - 4 \cdot y - x^2 - y^2 - 4)$;

c) $f(x, y) = \sqrt{144 - 9 \cdot x^2 - 16 \cdot y^2}$.

DRUŠTVENI ODJEL

KVANTITATIVNE METODE U TRGOVINSKOM POSLOVANJU

2.1. FUNKCIJE DVIJU ILI VIŠE VARIJABLI – zadaci

RJEŠENJA ZADATAKA

1. U svim podzadatcima je $D_f = \mathbb{R}^2$.

a) Iz $x + y = 0$ slijedi $y = -x$. Dakle, skup svih nultočaka je pravac $y = -x$.

b) Iz $x \cdot y = 0$ slijedi $x = 0$ ili $y = 0$. Dakle, skup svih nultočaka je unija osi apscisa (osi x) i osi ordinata (osi y).

c) Za svaki $x \in \mathbb{R}$ vrijedi ekvivalencija $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x, y) = (0,0)$.. Stoga iz $x^2 + y^2 = 0$ slijedi $x = y = 0$. Dakle, jedina nultočka zadane funkcije je (0, 0).

d) Iz $x^2 - y^2 = 0$ primjenom formule za razliku kvadrata slijedi $(x - y) \cdot (x + y) = 0$, a odatle $x - y = 0$ ili $x + y = 0$. Dakle, skup svih nultočaka tvore pravci $y = x$ i $y = -x$.

e) Za svaki $x \in \mathbb{R}$ vrijedi nejednakost $e^x > 0$. Stoga ne postoje realni brojevi x i y takvi da je $e^{x+y} = 0$. Dakle, zadana funkcija nema realnih nultočaka.

2.

a) Iz uvjeta $4 - x^2 - y^2 \geq 0$ slijedi $x^2 + y^2 \leq 4$. Stoga je D_f krug sa središtem u ishodištu i polumjerom $r = 2$. Nultočke funkcije f su sve točke kružnice $x^2 + y^2 = 4$.

b) Iz uvjeta $2 \cdot x - 4 \cdot y - x^2 - y^2 - 4 > 0$ slijedi $(x-1)^2 + (y+2)^2 < 1$. Stoga je D_f krug sa središtem u točki $S = (1, -2)$ i polumjerom $r = 1$ bez kružnice koja omeđuje dotični krug. Nultočke funkcije f su sve točke kružnice $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$.

c) Iz uvjeta $144 - 9 \cdot x^2 - 16 \cdot y^2 \geq 0$ slijedi $9 \cdot x^2 + 16 \cdot y^2 \leq 144$. Stoga je D_f unutrašnjost elipse sa središtem u ishodištu, velikom osi $2 \cdot a = 8$ i malom osi $2 \cdot b = 6$ zajedno s navedenom elipsom. Nultočke funkcije f su sve točke elipse $9 \cdot x^2 + 16 \cdot y^2 = 144$.