

2.2. HOMOGENE FUNKCIJE

HOMOGENE FUNKCIJE VIŠE
VARIJABLI. STUPANJ
HOMOGENITETA.

2.2.1. POJAM HOMOGENE FUNKCIJE

- U ekonomiji se vrlo često susreće sljedeći
- **Problem**: Za koliko postotaka se približno promijeni vrijednost neke realne funkcije ako se *sve* njezine nezavisne varijable *istovremeno* povećaju za 1%?
- U općem slučaju rješenje ovoga problema zahtijeva poznavanje teorije redova i numeričke matematike.
- Stoga ovaj problem rješavamo za posebnu klasu funkcija – tzv. *homogene* funkcije.

2.2.1. POJAM HOMOGENE FUNKCIJE

- Neka je n proizvoljan, ali fiksiran prirodan broj.
- Neka su $A \subseteq \mathbb{R}^n$, $B \subseteq \mathbb{R}$ i $f : A \rightarrow B$ realna funkcija n realnih varijabli.
- Kažemo da je funkcija f *homogena sa stupnjem homogenosti k* ako *istovremeno* vrijede sljedeći uvjeti:
 - **1.** Za svaki $\alpha \in \mathbb{R}$ vrijedi: $(x \in A) \Rightarrow (\alpha \cdot x \in A)$.
 - **2.** Za svaki $x \in A$ vrijedi: $f(\alpha \cdot x) = \alpha^k \cdot f(x)$.
- **Oprez:** x treba shvatiti kao matricu tipa $(1, n)$, pa se množenje broja α s x svodi na množenje matrice realnim brojem.

2.2.2. NAPOMENA

- Za homogene funkcije čiji je stupanj homogenosti $k = 1$ kažemo da su *linearno homogene*.
- Za homogene funkcije čiji je stupanj homogenosti $k = 0$ homogenost funkcije može se interpretirati ovako:
- *Ako se svaka od n nezavisnih varijabli pomnoži s brojem α , vrijednost funkcije neće se promijeniti.*
- *Interpretacija stupnja homogenosti k je sljedeća:*
- *Ako se svaka od n nezavisnih varijabli poveća za 1%, onda će se vrijednost funkcije promijeniti za $k\%$.*
- *Ako je $k > 0$, vrijednost funkcije će se povećati za $k\%$.*
- *Ako je $k < 0$, vrijednost funkcije će se smanjiti za $|k|\%$.*

2.2.3. POJAM ADITIVNE FUNKCIJE

- Neka je n proizvoljan, ali fiksiran prirodan broj.
- Neka su $A \subseteq \mathbb{R}^n$, $B \subseteq \mathbb{R}$ i $f : A \rightarrow B$ realna funkcija n realnih varijabli.
- Kažemo da je funkcija f *aditivna* ako za sve $x, y \in A$ vrijede relacije:
 - **1.** $x + y \in A$;
 - **2.** $f(x + y) = f(x) + f(y)$.
- **Oprez:** Iako je jednostavna, relacija 1. se ne smije izostaviti. Npr. ako je $A = [0, 1]^2$, onda za $x = 0.5$ i $y = 0.75$ očito vrijedi $x + y = 1.25 \notin A$, pa tada nema smisla provjeravati jednakost 2.