



DRUŠTVENI ODJEL

## KVANTITATIVNE METODE U TRGOVINSKOM POSLOVANJU

### 2.4. PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJA VIŠE VARIJABLI – zadaci

1. Zadana je funkcija potražnje  $Q = Q(p_1, p_2, p_3) = -5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3$ 
  - a) Izračunajte sve koeficijente parcijalne i križne elastičnosti u točki (4, 5, 10).
  - b) Interpretirajte sve rezultate dobivene u a) podzadatku.
2. Zadana je funkcija potražnje  $Q = Q(p_1, p_2, p_3) = 45 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{1.2}$ .
  - a) Dokažite da je  $Q$  homogena funkcija i izračunajte njezin stupanj homogeniteta.
  - b) Izračunajte sve koeficijente parcijalne i križne elastičnosti.
  - c) Interpretirajte rezultate dobivene u b) podzadatku.
  - d) Izračunajte zbroj svih koeficijenata parcijalne i križne elastičnosti izračunanih u b) podzadatku. Što uočavate?
3. Zadana je funkcija proizvodnje  $Q = Q(K, L) = 250 \cdot K^{0.8} \cdot L^{0.4}$ , pri čemu su  $K$  iznos kapitala, a  $L$  količina rada.
  - a) Dokažite da je  $Q$  homogena funkcija i izračunajte njezin stupanj homogeniteta.
  - b) Izračunajte sve koeficijente parcijalne i križne elastičnosti.
  - c) Interpretirajte rezultate dobivene u b) podzadatku.
  - d) Izračunajte zbroj svih koeficijenata parcijalne i križne elastičnosti izračunanih u b) podzadatku. Što uočavate?



DRUŠTVENI ODJEL

## KVANTITATIVNE METODE U TRGOVINSKOM POSLOVANJU

### 2.4. PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJA VIŠE VARIJABLI – zadaci

#### REZULTATI ZADATAKA

1. a) Imamo redom:

$$E_1 = \frac{p_1}{Q} \cdot Q_{p_1} = \frac{p_1}{-5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3} \cdot (-5) = \frac{-5 \cdot p_1}{-5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3} \Rightarrow E_1(4, 5, 10) = \frac{-5 \cdot 4}{-5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 8 \cdot 10} = -0.25,$$

$$E_2 = \frac{p_2}{Q} \cdot Q_{p_2} = \frac{p_2}{-5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3} \cdot 4 = \frac{4 \cdot p_2}{-5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3} \Rightarrow E_2(4, 5, 10) = \frac{4 \cdot 5}{-5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 8 \cdot 10} = 0.25,$$

$$E_3 = \frac{p_3}{Q} \cdot Q_{p_3} = \frac{p_3}{-5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3} \cdot 8 = \frac{8 \cdot p_3}{-5 \cdot p_1 + 4 \cdot p_2 + 8 \cdot p_3} \Rightarrow E_3(4, 5, 10) = \frac{8 \cdot 10}{-5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 8 \cdot 10} = 1.$$

b) Interpretacije dobivenih koeficijenata su:

Ako se cijena  $p_1$  s vrijednosti 4 poveća za 1%, odnosno na vrijednost 4.04, a sve ostale cijene ostanu nepromijenjene, ukupna količina potražnje će se smanjiti za 0.25%. U ovom slučaju govorimo o neelastičnosti (količine) potražnje u odnosu na promjenu cijene  $p_1$ .

Ako se cijena  $p_2$  s vrijednosti 5 poveća za 1%, odnosno na vrijednost 5.05, a sve ostale cijene ostanu nepromijenjene, ukupna količina potražnje će se povećati za 0.25%. U ovom slučaju govorimo o neelastičnosti (količine) potražnje u odnosu na promjenu cijene  $p_2$ .

Ako se cijena  $p_3$  s vrijednosti 10 poveća za 1%, odnosno na vrijednost 10.1, a sve ostale cijene ostanu nepromijenjene, ukupna količina potražnje će se povećati za 1%. U ovom slučaju govorimo o jediničnoj elastičnosti (količine) potražnje u odnosu na promjenu cijene  $p_3$ .

2.

a) Imamo redom:

$$\begin{aligned} Q(\alpha \cdot p_1, \alpha \cdot p_2, \alpha \cdot p_3) &= 45 \cdot (\alpha \cdot p_1)^{-0.2} \cdot (\alpha \cdot p_2)^{0.3} \cdot (\alpha \cdot p_3)^{1.2} = \\ &= \alpha^{-0.2+0.3+1.2} \cdot (45 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{1.2}) = \alpha^{1.3} \cdot Q(p_1, p_2, p_3) \end{aligned}$$

pa zaključujemo da je  $Q$  homogena funkcija čiji je stupanj homogeniteta  $k = 1.3$ .

b) Imamo redom:

$$E_1 = \frac{p_1}{Q} \cdot Q_{p_1} = \frac{p_1}{45 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{1.2}} \cdot 45 \cdot (-0.2) \cdot p_1^{-1.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{1.2} = -0.2,$$

$$E_2 = \frac{p_2}{Q} \cdot Q_{p_2} = \frac{p_2}{45 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{1.2}} \cdot 45 \cdot 0.3 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{-0.7} \cdot p_3^{1.2} = 0.3,$$

$$E_3 = \frac{p_3}{Q} \cdot Q_{p_3} = \frac{p_3}{45 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{1.2}} \cdot 45 \cdot 1.2 \cdot p_1^{-0.2} \cdot p_2^{0.3} \cdot p_3^{0.2} = 1.2.$$



DRUŠTVENI ODJEL

## KVANTITATIVNE METODE U TRGOVINSKOM POSLOVANJU

### 2.4. PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJA VIŠE VARIJABLI – zadaci

c) Interpretacije dobivenih koeficijenata su:

Ako se cijena  $p_1$  poveća za 1%, a vrijednosti svih ostalih cijena ostanu nepromijenjene, ukupna količina potražnje će se smanjiti za 0.2%. U ovom slučaju govorimo o neelastičnosti (količine) potražnje u odnosu na promjenu cijene  $p_1$ .

Ako se cijena  $p_2$  poveća za 1%, a vrijednosti svih ostalih cijena ostanu nepromijenjene, ukupna količina potražnje će se povećati za 0.3%. U ovom slučaju govorimo o neelastičnosti (količine) potražnje u odnosu na promjenu cijene  $p_2$ .

Ako se cijena  $p_3$  poveća za 1%, a vrijednosti svih ostalih cijena ostanu nepromijenjene, ukupna količina potražnje će se povećati za 1.3%. U ovom slučaju govorimo o elastičnosti (količine) potražnje u odnosu na promjenu cijene  $p_3$ .

d) Lako dobivamo:  $E_1 + E_2 + E_3 = -0.2 + 0.3 + 1.2 = 1.3 = k$ .

3. a) Imamo redom:

$$Q(\alpha \cdot K_1, \alpha \cdot L) = 250 \cdot (\alpha \cdot K)^{0.8} \cdot (\alpha \cdot L)^{0.4} = \alpha^{0.8+0.4} \cdot (250 \cdot K^{0.8} \cdot L^{0.4}) = \alpha^{1.2} \cdot Q(K, L)$$

pa zaključujemo da je  $Q$  homogena funkcija čiji je stupanj homogeniteta  $k = 1.2$ .

b) Imamo redom:

$$E_K = \frac{K}{Q} \cdot Q_K = \frac{K}{250 \cdot K^{0.8} \cdot L^{0.4}} \cdot 250 \cdot 0.8 \cdot K^{-0.2} \cdot L^{0.4} = 0.8,$$
$$E_L = \frac{L}{Q} \cdot Q_L = \frac{L}{250 \cdot K^{0.8} \cdot L^{0.4}} \cdot 250 \cdot 0.4 \cdot K^{0.8} \cdot L^{-0.6} = 0.4.$$

c) Interpretacije dobivenih koeficijenata su:

Ako se iznos kapitala poveća za 1%, a vrijednost količine rada ostane nepromijenjena, ukupna količina proizvodnje će se povećati za 0.8 %. U ovom slučaju govorimo o neelastičnosti (količine) proizvodnje u odnosu na promjenu iznosa kapitala.

Ako se količina rada poveća za 1%, a vrijednost iznosa kapitala ostane nepromijenjena, ukupna količina proizvodnje će se povećati za 0.4%. U ovom slučaju govorimo o neelastičnosti (količine) proizvodnje u odnosu na promjenu količine rada.

d) Lako dobivamo:  $E_1 + E_2 = 0.8 + 0.4 = 1.2 = k$ .