2.4. PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJE VIŠE VARIJABLI

PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJE VIŠE VARIJABLI.
KOEFICIJENTI PARCIJALNE ELASTIČNOSTI.

2.4.1. DERIVACIJA REALNE FUNKCIJE JEDNE REALNE VARIJABLE

- U *Gospodarskoj matematici* 1 upoznali smo pojam derivacije realne funkcije jedne realne varijable.
- Osnovna interpretacija toga pojma: promatrati *graničnu vrijednost* omjera prirasta funkcije i prirasta nezavisne varijable kad potonji teži prema nuli.
- Ekonomska interpretacija: promatrati *granične troškove* za velike količine proizvoda Q_0.
- U tom slučaju vrijedi aproksimacija:

$$T_g(Q_0) = T'(Q_0) \approx T(Q_0 + 1) - T(Q_0).$$

2.4.2. POJAM PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJE VIŠE VARIJABLI

- Iz same ideje slijedi i postupak određivanja parcijalne derivacije funkcije po nekoj varijabli:
- *Parcijalna derivacija funkcije f po varijabli v dobije se tako da se sve ostale varijable funkcije f shvate kao konstante*, pa se funkcija *f* derivira kao "obična" funkcija jedne realne varijable *v*.
- Svaka diferencijabilna funkcija ima točno onoliko parcijalnih derivacija koliko ima i varijabli.
- **Oprez**: Prigodom određivanja parcijalne derivacije *ne smijemo zaboraviti* navesti po kojoj varijabli smo odredili tu parcijalnu derivaciju! (Kod "običnih" funkcija jedne realne varijable to nije bilo potrebno navesti.)

2.4.2. POJAM PARCIJALNE DERIVACIJE FUNKCIJE VIŠE VARIJABLI

- Ova razmatranja mogu se poopćiti i na funkcije više varijabli.
- Osnovna ideja: promatrati graničnu vrijednost omjera prirasta funkcije i prirasta *točno jedne* varijable kad prirast varijable teži prema nuli, *a vrijednosti svih ostalih varijabli ostaju nepromijenjene*.
- Ako je npr. $f = f(x, y)$, dobivamo:
- $f_x(x, y)$ – *parcijalna derivacija po varijabli* x;
- $f_y(x, y)$ – *parcijalna derivacija po varijabli* y.

2.4.3. KOEFICIJENTI PARCIJALNE ELASTIČNOSTI

- **Podsjetnik**: Koeficijent elastičnosti u točki T za funkciju $y = f(x)$ je pokazatelj za koliko se postotaka približno promijeni varijabla y kad se varijabla x poveća za 1%.
- Ovaj pojam poopćujemo na funkcije više varijabli i dobivamo *koeficijente parcijalne elastičnosti*.
- Ako je $z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, onda se *koeficijent parcijalne elastičnosti funkcije z u odnosu na promjenu varijable* x_i definira formulom:

$$E_{z,x_i} = \frac{x_i}{z} \cdot z_{x_i}, \text{ za svaki } i = 1,\ 2, \ldots,\ n.$$

- Radi jednostavnosti, mi ćemo ovaj koeficijent kraće i nepreciznije zvati i-ti koeficijent parcijalne elastičnosti i označavati s E_i.
- Dakle, funkcija koja ima n varijabli ima ukupno n koeficijenata parcijalne elastičnosti: $E_1, \ldots E_n$.

2.4.3. KOEFICIJENTI PARCIJALNE ELASTIČNOSTI

- Interpretacija koeficijenta E_i je:
- *E_i je pokazatelj za koliko se postotaka promijeni vrijednost funkcije z kad se vrijednost varijable x_i poveća za* 1%, *a* *<u>vrijednosti svih ostalih varijabli ostanu nepromijenjene</u>*.
- Zbog toga se koeficijenti parcijalne elastičnosti najčešće računaju u konkretnoj, a ne u općenitoj točki iz domene funkcije *z*.
- Ako je apsolutna vrijednost koeficijenta E_i strogo manja od 1, kažemo da je funkcija *z neelastična* u odnosu na promjenu vrijednosti varijable x_i.
- Ako je apsolutna vrijednost koeficijenta E_i strogo veća od 1, kažemo da je funkcija *z elastična* u odnosu na promjenu vrijednosti varijable x_i.
- Ako je apsolutna vrijednost koeficijenta E_i jednaka 1, govorimo o *jediničnoj elastičnosti*.

2.4.3. KOEFICIJENTI PARCIJALNE ELASTIČNOSTI

- Koeficijenti parcijalne elastičnosti posebno su povezani s homogenim funkcijama iz točke 2.2.
- Točnije, vrijedi sljedeće svojstvo:
- Ako je funkcija *f* *homogena* sa stupnjem homogeniteta α, onda je *zbroj svih n koeficijenata parcijalne elastičnosti jednak* α.
- Ovo svojstvo se vrlo korisno može uporabiti za provjeru ispravnosti izračuna stupnja homogeniteta.

2.4.4. JOŠ NEKI KOEFICIJENTI PARCIJALNE ELASTIČNOSTI

- Pretpostavimo da je $Q = f\ (p_1,\ p_2,\ \ldots,\ p_n,\ k,\ t)$ funkcija potražnje nekoga dobra, pri čemu su:
- Q – količina promatranoga dobra;
- p_1 – cijena promatranoga dobra;
- $p_2,\ \ldots,\ p_n$ – cijene svih dobara koje imaju utjecaj na potražnju promatranoga dobra;
- k – dohodak potrošača.
- t – vrijeme.
- Ova funkcija ima ukupno $n + 2$ varijable, pa ima i $n + 2$ koeficijenta parcijalne elastičnosti.
- Ti koeficijenti imaju svoja zasebna imena.

2.4.4. JOŠ NEKI KOEFICIJENTI PARCIJALNE ELASTIČNOSTI

$E_2 = \frac{p_2}{Q} \cdot Q_{p_2}$, ..., $E_n = \frac{p_n}{Q} \cdot Q_{p_n}$ nazivamo *koeficijenti križne elastičnosti*;

$E_{n+1} = \frac{k}{Q} \cdot Q_k$ nazivamo *koeficijent dohodovne elastičnosti*;

$E_{n+2} = \frac{t}{Q} \cdot Q_t$ nazivamo *koeficijent vremenske elastičnosti*

- Kad god ne bude zabune, posljednja dva koeficijenta označavat ćemo s E_k i E_t.
- Interpretacije svih $n + 2$ navedenih koeficijenata jednake su ranije navedenim interpretacijama koeficijenata parcijalne elastičnosti. To je i logično jer se riječ isključivo o koeficijentima koji imaju svoj "zasebni naziv".