TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	**Matematika 2** (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	**Zadaci za demonstrature 13.5.2019.**

1. Izračunajte nepravi integral $I = \int\limits_{-\infty}^{-3} \frac{8}{(\ln 5)\cdot(4\cdot w^2+12\cdot w+5)}\cdot \mathrm{d}w$.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+11\cdot n}{13^n}$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

3. Odredite sve $x\in\mathbb{R}$ za koje je zbroj reda $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} (-1)^n\cdot \operatorname{ctg}^{2\cdot n} x$ jednak $\frac{3}{4}$.

4. Odredite područje konvergencije reda $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^{n+1}}{n^2+n}$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

5. Odredite područje konvergencije reda $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{\pi^{n\cdot x+1}}{n}$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

6. Aproksimirajte realnu funkciju $f(u) = 2\cdot\left(\sin(2\cdot u)-e^u\right)$ MacLaurinovim polinomom 3. stupnja.

7. Aproksimirajte realnu funkciju $f(y) = 3\cdot\sin^2 y$ Taylorovim polinomom 4. stupnja oko točke $c = 2\cdot\pi$.

8. $(2\cdot\pi)-$ periodična realna funkcija $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ima svojstvo:

$$g(t) = \begin{cases} 0, \text{ za } t\in[-\pi,\ 0], \\ -4\cdot\pi\cdot t, \text{za } t\in\langle 0,\ \pi\rangle. \end{cases}$$

a) **Isključivo grafički** provjerite valjanost Dirichletovih uvjeta na segmentu $[-\pi, \pi]$.

b) Aproksimirajte zadanu funkciju Fourierovim polinomom 1. stupnja na segmentu $[-\pi,\ \pi]$.

9. Parna $(2\cdot\pi)-$periodična funkcija $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ima svojstvo:

$$h(t) = \frac{1}{\pi}\cdot t, \text{ za } t\in[-\pi, 0].$$

a) **Isključivo grafički** provjerite valjanost Dirichletovih uvjeta na segmentu $[-\pi,\ \pi]$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

b) Aproksimirajte zadanu funkciju Fourierovim polinomom 3. stupnja na segmentu $[-\pi, \pi]$.

10. Riješite rekurziju: $a_n = 5 \cdot a_{n-1} + 6 \cdot a_{n-2}$ uz početne uvjete $a_1 = 5,\ a_2 = 37$.

11. Riješite rekurziju: $a_n - 4 \cdot a_{n-1} + 4 \cdot a_{n-2} = 0$ uz početne uvjete $a_1 = 2,\ a_2 = 8$.

REZULTATI ZADATAKA

1. $I = 1$.

2. Konvergira prema D'Alembertovu kriteriju $\left(r = \frac{1}{13}\right)$.

3. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k \cdot \pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

4. $[-2,\ 0]$.

5. $\langle -\infty, 0 \rangle$.

6. $M_3(u) = -3 \cdot u^3 - u^2 + 2 \cdot u - 2$.

7. $T_4(y) = -(x - 2 \cdot \pi)^4 + 3 \cdot (x - 2 \cdot \pi)^2$.

8. a) g ima prekid u $t = \pi$ i nema strogih lokalnih ekstrema. Zbog toga vrijede oba Dirichletova uvjeta.

b) $F(t) = -\pi^2 + 8 \cdot \cos t - 4 \cdot \pi \cdot \sin t$.

9. a) f je neprekidna i ima jedinstveni strogi lokalni maksimum 0 za $t = 0$.

b) $F_3(t) = -\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \cdot \cos t + \frac{4}{9 \cdot \pi^2} \cdot \cos(3 \cdot t)$.

10. $a_n = (-1)^n + 6^n$.

11. $a_n = n \cdot 2^n$.