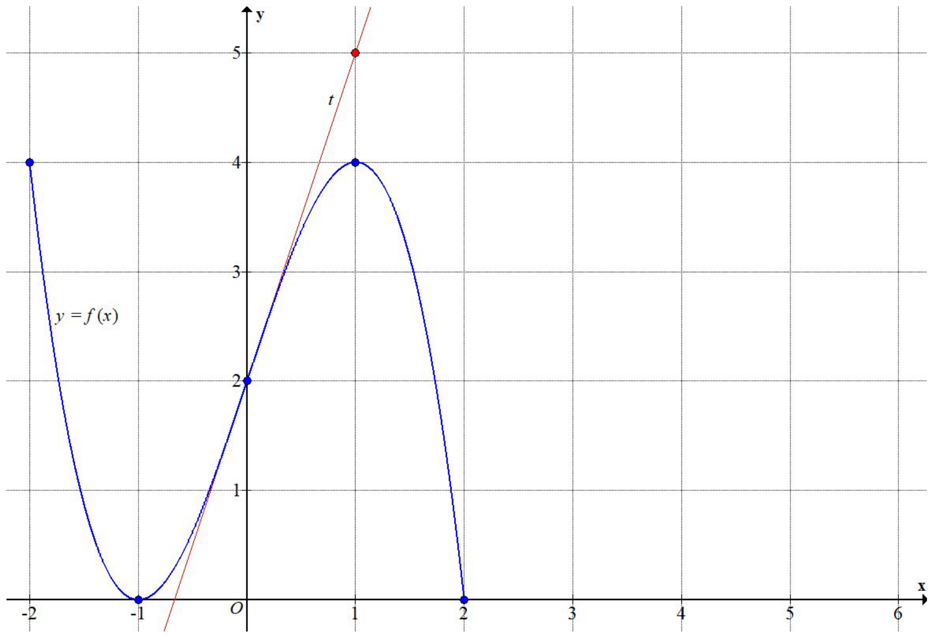
TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	**Matematika 1** (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	**Zadaci za demonstrature** nastavne grupe **E i F** **8.1.2020.**

1. Na slici 1. prikazani su graf funkcije f na segmentu $[-2,2]$ i tangenta povučena na taj graf u točki $(0,2)$.

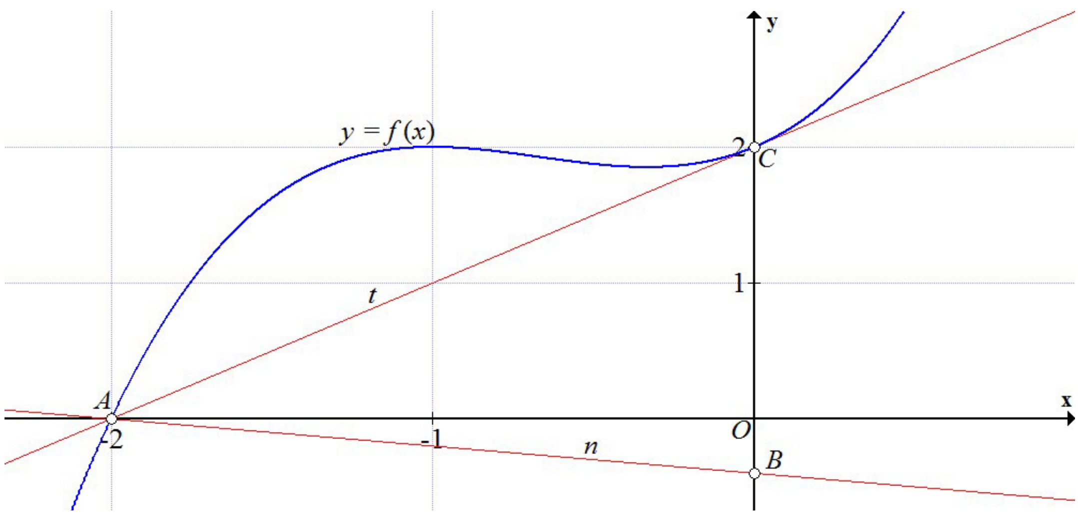


Slika 1.

a) Izračunajte $f^{'}(0)+f^{'}(1)$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

b) Izračunajte površinu trokuta kojega s objema koordinatnim osima zatvara **normala** povučena na graf funkcije f u točki $(0,2)$.

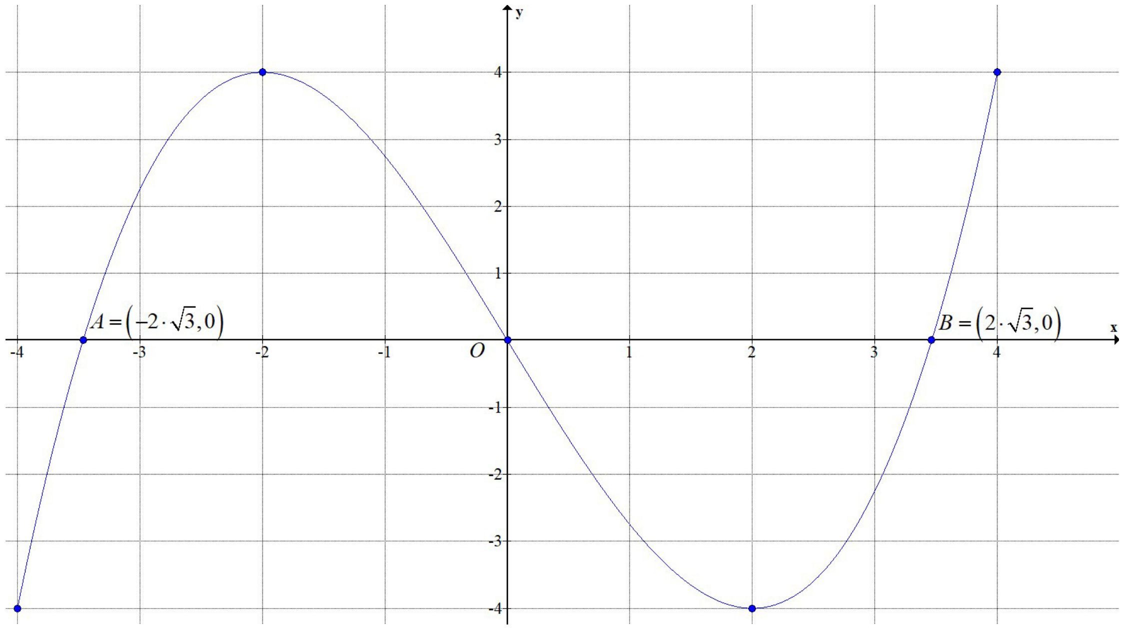
2. Na slici 2. prikazani su graf funkcije f, tangenta t povučena na taj graf u točki C i normala n povučena na taj graf u točki A.



Slika 2.

Ako površina trokuta ABC iznosi 2.4 kv. jed., odredite $f^{'}(-2)+f^{'}(0)$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

3. Na slici 3. prikazan je graf **prve derivacije** polinoma $p:[-4,4]\to[-4,4]$.



Slika 2.

Ako su $p\left(-2\cdot\sqrt{3}\right)+p\left(2\cdot\sqrt{3}\right)=-18$, $p(-2)+p(2)=-10$ i $p(0)=0$, odredite:

a) sve intervale **rasta** polinoma p;
b) sve intervale **pada** polinoma p;
c) sve točke **lokalnih ekstrema** polinoma p;
d) točku u kojoj polinom p **najbrže raste**;
e) točku u kojoj polinom p **najsporije pada**.

Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

4. Nađite sve globalne ekstreme funkcije $f:[-3,3]\to\mathbb{R}$ definirane pravilom $f(x)=x^4-8\cdot x^2$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

5. Nađite sve globalne ekstreme funkcije $g:[0,6]\to\mathbb{R}$ definirane pravilom $g(y)=y\cdot(y-6)^2$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

6. Odredite prirodnu domenu, sve intervale monotonosti i sve lokalne ekstreme sljedećih realnih funkcija:

a) $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$;

b) $g(t)=\dfrac{\ln\left(t^{3\cdot e}\right)}{t^2}$;

c) $h(u)=\dfrac{4\cdot u+1}{e^{4\cdot u}}$.

7. Količina naboja (iskazana u C) koja prolazi kroz poprečni presjek vodiča u trenutku $t \geq 0$ (sekundi) dana je pravilom $Q(t) = t^3 - 3 \cdot t^2 + 6 \cdot t + 1$. U kojem trenutku je jakost struje kroz vodič najmanja i kolika je ta najmanja jakost?

8. Izračunajte sljedeće granične vrijednosti primjenom L'Hôpital-Bernoullijeva pravila:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3 \cdot \left(x^2 - \operatorname{arctg}\left(x^2\right)\right)}{x^6}$;

b) $\lim\limits_{y \to 0} \frac{2 \cdot (1 - \cos y)}{e^{\sin^2 y} - 1}$;

c) $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{(t-1)^2}{e^t}$;

d) $\lim\limits_{w \to -\infty} \frac{e^{2 \cdot w}}{(w+1)^3}$.

9. Ukupan broj bakterija N u nekoj kulturi u trenutku $t \geq 0$ dan je pravilom $N(t) = \frac{1000}{1 + 9 \cdot e^{-0.07 \cdot t}}$. Odredite:

a) početni broj bakterija u toj kulturi;

b) u kojem trenutku broj bakterija najbrže raste i ukupan broj bakterija u tom trenutku;

c) $\lim\limits_{t \to +\infty} N(t)$ i interpretirajte dobiveni rezultat.

REZULTATI ZADATAKA

1. a) 3;

b) $P = 6$ kv. jed.

2. 6.

3. a) $\left\langle -2\cdot\sqrt{3}, 0\right\rangle$ i $\left\langle 2\cdot\sqrt{3}, 4\right\rangle$;

b) $\left\langle -4, -2\cdot\sqrt{3}\right\rangle$ i $\left\langle 0, 2\cdot\sqrt{3}\right\rangle$;

c) točke lokalnoga minimuma: $\left(-2\cdot\sqrt{3}, -9\right)$ i $\left(2\cdot\sqrt{3}, -9\right)$, točka lokalnoga maksimuma: (0,0).

d) $T_1 = (-2, -5)$;

e) $T_2 = (2, -5)$.

4. Globalni minimum funkcije f jednak je -16 i postiže se za $x_1 = -2$ i $x_2 = 2$.
Globalni maksimum funkcije f jednak je 9 i postiže se za $x_3 = -3$ i $x_4 = 3$.

5. Globalni minimum funkcije g jednak je 0 i postiže se za $y_1 = 0$ i $y_2 = 6$.
Globalni maksimum funkcije g jednak je 32 i postiže se za $y_3 = 2$.

6.

a) $D(f) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, intervali rasta: $\langle -\infty, -2\rangle$ i $\langle 2, +\infty\rangle$, intervali pada $\langle -2, 0\rangle$ i $\langle 0, 2\rangle$, točka lokalnoga minimuma: $T_1 = (2, 4)$, točka lokalnoga maksimuma: $T_2 = (-2, -4)$.

b) $D(g) = \mathbb{R}^+ = \langle 0, +\infty\rangle$, interval rasta: $\left\langle 0, \sqrt[3]{e}\right\rangle$, interval pada: $\left\langle \sqrt[3]{e}, +\infty\right\rangle$, točka lokalnoga maksimuma: $T = \left(\sqrt[3]{e},\ 1\right)$.

c) $D(h) = \mathbb{R}$, interval rasta: $\langle -\infty, 0\rangle$, interval pada: $\langle 0, +\infty\rangle$, točka lokalnoga maksimuma: $T = (0, 1)$.

7. Najmanja jakost struje iznosi 3 A i postiže se u trenutku $t = 1$ (sekunda)

8. **a)** $L = 1$; **b)** $L = -e$; **c)** i **d)** $L = 0$.

9. a) $N_0 = N(0) = 100$.

b) $t_{\max} = \dfrac{100}{7}\cdot\ln 9 \approx 31.38892$, $N\left(t_{\max}\right) \approx 500$.

c) $\lim\limits_{t\to+\infty} N(t) = 1000$. Što vrijeme više bude odmicalo, broj bakterija u kulturi bit će sve bliži 1000.