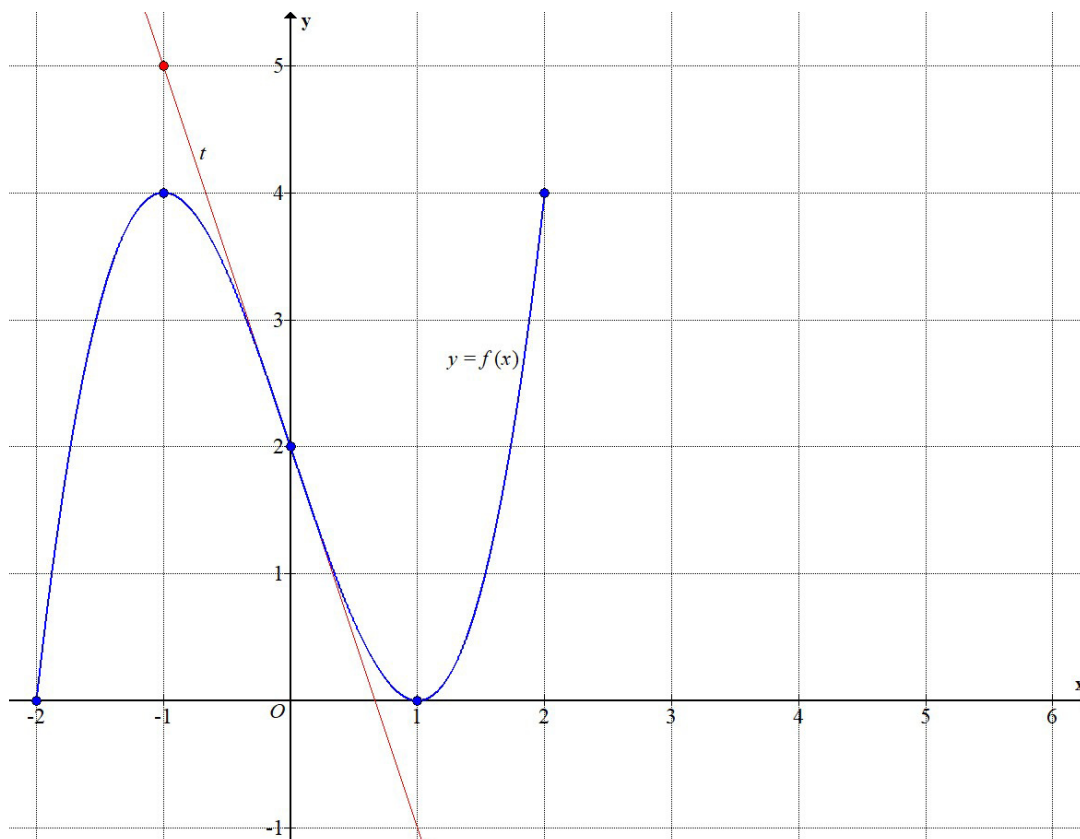



- Niz $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definiran je pravilom $a_n = \frac{4 \cdot n - 1}{2 \cdot n + 1}$. Odredite:
 - graničnu vrijednost (limes) L zadanoga niza;
 - najmanji $k \in \mathbb{N}$ za kojega vrijedi nejednakost $|a_k - L| < 10^{-5}$.
- Izračunajte graničnu vrijednost (limes) niza $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ čiji je opći član definiran pravilom $a_n = \frac{(n-1)^2 + (4 \cdot n + 3)^2}{(9 \cdot n + 5)^2 - (8 \cdot n - 7)^2}$.
- Odredite $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \left(\frac{2 \cdot \ln(\cos x)}{(x - 2\pi)^2} \right)$.
- Na slici 1. prikazani su graf funkcije f na segmentu $[-2, 2]$ i tangenta povučena na taj graf u točki $(0, 2)$.



Slika 1.

- Izračunajte $f'(0) + f'(1)$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.
- Izračunajte površinu trokuta kojega s objema koordinatnim osima zatvara **normala** povučena na graf funkcije f u točki $(0, 2)$.

| | | |
|---|---|---|
|  TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel | Matematika 1 (preddiplomski stručni studij elektrotehnike) | Zadaci za demonstrature 22.1.2020. |
|---|---|---|

5. Odredite vrijednost $a \in \mathbb{R}$ tako da funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana pravilom

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(8 \cdot t)}{t^2}, & \text{za } t \neq 0, \\ a, & \text{za } t = 0 \end{cases} \quad \text{bude neprekidna na } \mathbb{R}.$$

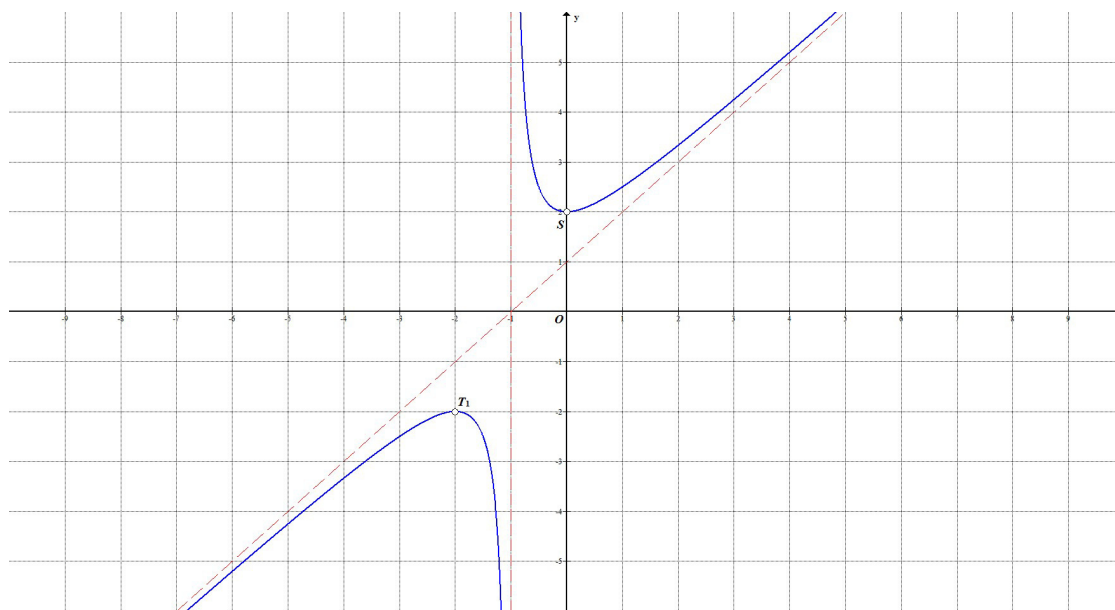
6. Zadana je ravninska krivulja $K \dots y = \frac{1}{5} \cdot (1 - t^5)$. U njezinu sjecištu s osi apscisa povučene su tangenta i normala na krivulju. Izračunajte površinu trokuta kojega ta dva pravca zatvaraju s osi ordinata.

7. Zadana je funkcija $p(u) = u^2 + \frac{b}{u}$, gdje je $b \in \mathbb{R}$ parametar. Ako je $N(p) = \{1\}$, odredite sve intervale konveksnosti, intervale konkavnosti, točke pregiba i asimptote na graf funkcije p . Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

8. Ispitajte tijek i nacrtajte graf funkcije f definirane pravilom $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}$.

REZULTATI ZADATAKA

1. a) $L = 2$; b) $k_{\min} = 150\,000$.
2. $L = 1$.
3. $L = -1$.
4. a) -3 ; b) $P = 6$ kv. jed.
5. $a = 32$.
6. $P = 1$ kv. jed.
7. Intervali konveksnosti: $\langle -\infty, 0 \rangle$ i $\langle 1, +\infty \rangle$, interval konkavnosti: $\langle 0, 1 \rangle$, točka pregiba: $(1, 0)$, jedina asimptota: $u = 0$.
8. $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, nema nultočaka, sjecište s osi ordinata: $S = (0, 2)$, neprekidna na $D(f)$, nije ni parna, ni neparna ni periodična, intervali rasta: $\langle -\infty, -2 \rangle$ i $\langle 0, +\infty \rangle$, intervali pada $\langle -2, -1 \rangle$ i $\langle -1, 0 \rangle$, točka lokalnoga minimuma: S , točka lokalnoga maksimuma: $T_1 = (-2, -2)$, interval konkavnosti: $\langle -\infty, -1 \rangle$, interval konveksnosti: $\langle -1, +\infty \rangle$, nema točaka pregiba, asimptote: $x = -1$ i $y = x + 1$. Graf funkcije f prikazan je na slici 2. (Crveno iscrtkani pravci su asimptote.)



Slika 2.