

4. OSNOVE LINEARNOGA PROGRAMIRANJA

4.2. GRAFIČKA METODA RJEŠAVANJA PROBLEMA LINEARNOGA PROGRAMIRANJA.

4.2.1. STANDARDNI OBLIK PROBLEMA LINEARNOGA PROGRAMIRANJA ZA $n = 2$

- U prethodnoj točki naveden je opći standardni oblik problema linearnoga programiranja za bilo koji $n \in \mathbf{N}$
- Posebno, za $n = 2$ dobivamo:

$$\max z = z(x_1, x_2) = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2$$

p.u.

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 \leq b_1,$$

\vdots

$$a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 \leq b_m,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4.2.2. GRAFIČKA INTERPRETACIJA PROBLEMA LINEARNOGA PROGRAMIRANJA ZA $n = 2$

- Ako bismo npr. varijablu x_2 shvatili kao funkciju varijable x_1 , onda bi grafički prikaz *svakoga* pojedinoga uvjeta bio ili pravac u ravnini (ako uvjet sadrži znak $=$) ili poluravnina (ako uvjet sadrži znak \leq)
- U takvim slučajevima kao skup svih mogućih rješenja nerijetko se dobije *konveksan mnogokut* (geometrijski lik sa svojstvom da spojnica bilo koje dvije njegove različite točke leži unutar mnogokuta)

4.2.3. SLUČAJ KAD JE SKUP MOGUĆIH RJEŠENJA KONVEKSAN MNOGOKUT

- Dobijemo li kao skup mogućih rješenja konveksan mnogokut, tada je *optimalno* rješenje razmatranoga problema ili jedan vrh toga mnogokuta ili jedna stranica toga mnogokuta
- Stoga u takvim slučajevima treba izračunati koordinate vrhova mnogokuta (rješavanjem sustava linearnih jednadžbi), a potom uvršavanjem koordinata dobivenih vrhova u funkciju cilja odrediti optimalno rješenje

4.2.4. PRIMJER 1.

- Tvrtka za proizvodnju zdrave hrane *Eko-trade* pravi smjesu dvije vrste müsli: *Super-müsli* i *Cool-müsli*. Prva vrsta sadrži 20%, a druga vrsta 32% pšeničnih pahuljica. Cijena prve vrste müsli je 24.00 kn/kg, a druge 32.00 kn/kg.
- Tvrtka želi pomiješati obje vrste müsli tako da maseni udio pšeničnih pahuljica u 1 kg smjese bude najviše 25% i da cijena 1 kg smjese bude što manja.
- **a)** Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga grafičkom metodom. Što uočavate?
- **b)** Riješite promatrani problem ako postavimo dodatni uvjet da treba uzeti barem 100 g **svake** vrste müsli.
- (*Napomena:* 100 g = 0.1 kg)

4.2.5. PRIMJER 2.

- Termoelektrana “*Piroman I*” koristi dvije vrste ugljena (A i B). Energetska vrijednost, sadržaj sumpora i dušika i cijene ugljena dane su u sljedećoj tablici.
- Da bi proizvela 1 GWh struje elektrana treba točno 200 GJ topline. Ekološki standardi nalažu da se po 1 GWh ne smije spaliti više od 20 tona sumpora i 15 tona dušika.
- Treba naći optimalan plan za spaljivanje obiju vrsta ugljena tako da ekološki standardi budu zadovoljeni, a cijena minimalna.
- a) Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga grafičkom metodom. Što uočavate?
- b) Riješite promatrani problem ako se postavi dodatni uvjet da se treba koristiti najmanje 1 tona **svake** vrste ugljena.

	Energetska vrijednost	Postotak sumpora	Postotak dušika	Cijena [kn/t]
Ugljen <i>A</i>	25 GJ/t	2	2	245
Ugljen <i>B</i>	20 GJ/t	3	1	210

4.2.6. PRIMJER 3.

- U pogonu tvornice čokolade *Njam* izrađuju se dvije vrste čokolade: *Mljac-mljac* i *Fantazija*. Prigodom proizvodnje svaka čokolada prolazi kroz dvije grupe strojeva: S_1 i S_2 . Tehnološki uvjeti proizvodnje i tjedni kapaciteti navedeni su u sljedećoj tablici.
- Prodajna cijena 1 kg čokolade *Mljac-mljac* iznosi 40.00 kn, a prodajna cijena 1 kg čokolade *Fantazija* iznosi 50.00 kn. Treba napraviti tjedni plan proizvodnje kojim će se ostvariti najveći ukupni prihod.
- Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga grafičkom metodom.

Grupa strojeva	Vrijeme potrebno za proizvodnju čokolade <i>Mljac-mljac</i> [sati/kg]	Vrijeme potrebno za proizvodnju čokolade <i>Fantazija</i> [sati/kg]	Tjedni kapacitet strojeva [sati]
S_1	1	2	40
S_2	1	1	30

4.2.7. PRIMJER 4.

- U tvornici za proizvodnju bezalkoholnih napitaka *Cockta-Cola* tjedno se izrađuju dvije vrste napitaka: *Cockta* i *Cola*. U procesu proizvodnje svaki od njih prolazi kroz tri skupine strojeva: S_1 , S_2 i S_3 . Tehnološki uvjeti proizvodnje i tjedni kapaciteti navedeni su u sljedećoj tablici.
- Neto-prihod po jednoj litri *Cockte* iznosi 11.00 kn, a neto-prihod po jednoj litri *Cole* iznosi 12.00 kn.
- Treba napraviti tjedni plan proizvodnje kojim će se ostvariti najveći ukupni neto-prihod.
- Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga grafičkom metodom.

Grupa strojeva	Vrijeme potrebno za proizvodnju napitka <i>Cockta</i> [sati/litra]	Vrijeme potrebno za proizvodnju napitka <i>Cola</i> [sati/litra]	Tjedni kapacitet strojeva [sati]
S_1	2	4	80
S_2	5	5	125
S_3	2	5	95

4.2.8. PRIMJER 5.

- Tvrtka *Čajko* d.o.o. iz Piškorevaca želi poboljšati svoju paletu čajeva na tržištu plasirajući dva nova čaja; voćni vitaminski čaj *Superčaj* i posebni instant-čaj *Instantica*. Osnovni podatci navedeni su u sljedećoj tablici.
- Treba odrediti optimalne količine čajeva koje treba proizvesti tako da ukupan neto-prihod bude najveći.
- **a)** Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga grafičkom metodom.
- **b)** Ako uprava tvrtke postavi dodatan zahtjev da mora biti proizvedeno barem jedno pakovanje svake vrste čaja, odredite pripadne optimalne količine, izračunajte pripadni ukupan neto-prihod i odredite relativnu promjenu optimalnoga neto-prihoda u odnosu na prvotni optimalni plan.

Sastojak	Masa sastojka u čaju <i>Superčaj</i> [g/pakovanje]	Masa sastojka u čaju <i>Instantica</i> [g/pakovanje]	Napomena o najmanjoj ili najvećoj masi sastojka
plod šipka	6	2	najviše 42 g
list kupine	5	0	najviše 10 g
divlja jabuka	2	0	najviše 10 g
kamilica	0	8	barem 24 g
<i>Neto-prihod</i> [kn/pakovanje]	8.00	10.00	

4.2.9. PRIMJER 6.

- Tvrtka *Turbo Limačica* d.o.o. bavi se prodajom dječjih igračaka i na tržište želi plasirati dvije nove lutke: *Severinica* i *Cigi*.
- Obje igračke trebaju proći završnu fazu montaže. U jednom radnom satu moguće je izraditi ili 10 *Severinica* ili 24 *Cigija*. Pritom radnicima tvrtke stoji na raspolaganju najviše 45 radnih sati.
- Istraživanje tržišta pokazalo je da nije potrebno proizvesti više od 800 *Severinica* i 1000 *Cigija*. Pritom cijena jedne lutke *Severinica* iznosi 20 kn, a cijena jedne lutke *Cigi* 18 kn.
- Treba napraviti optimalan plan proizvodnje tako da ukupni prihod od prodaje obiju lutaka bude najveći.
- Formirajte matematički model i riješite ga grafičkom metodom.