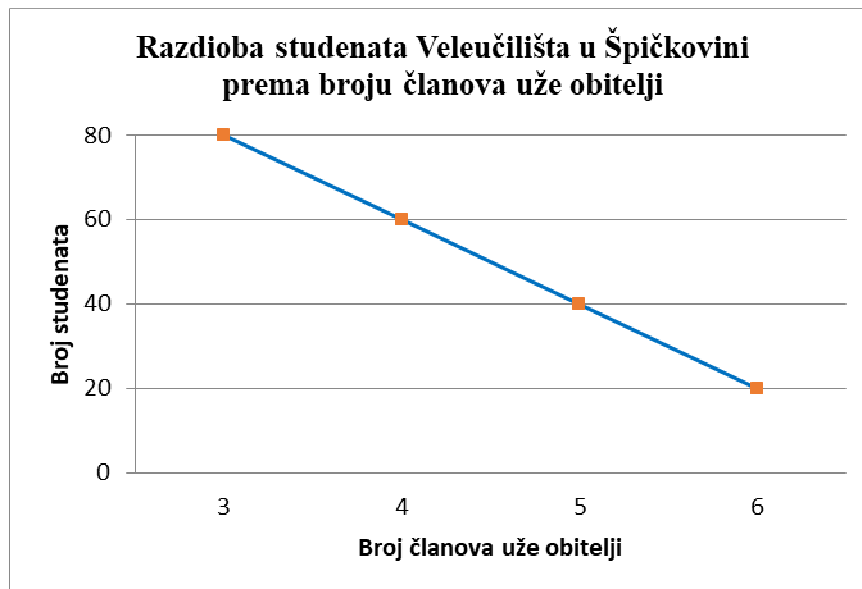


1. Zadana je razdioba svih studenata Veleučilišta u Špičkovini prema broju članova uže obitelji.



Slika 1.

Odredite pripadni:

- koeficijent varijacije;
- koeficijent kvartilne devijacije.


Objasnite značenje svakoga od tih dvaju pokazatelja.

Rješenje: a) Da bismo odredili koeficijent varijacije, najprije trebamo odrediti aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju zadane razdiobe. Imamo redom:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{80 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 40 \cdot 5 + 20 \cdot 6}{80 + 60 + 40 + 20} = \frac{800}{200} = 4, \\ \sigma^2 &= \frac{80 \cdot 3^2 + 60 \cdot 4^2 + 40 \cdot 5^2 + 20 \cdot 6^2}{80 + 60 + 40 + 20} - 4^2 = \frac{3400}{200} - 16 = 17 - 16 = 1, \\ \sigma &= \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1} = 1, \\ V &= \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot 100 = 25\%.\end{aligned}$$

Zaključujemo da je *varijabilitet brojeva članova uže obitelji oko njihove aritmetičke sredine relativno slab*.

- Da bismo odredili koeficijent kvartilne devijacije, najprije trebamo odrediti prvi i treći kvartil zadane razdiobe. Imamo redom:

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za ponavljanje gradiva 22. 1. 2021.
---	---	---

$$n = 80 + 60 + 40 + 20 = 200 \Rightarrow 200 \text{ je djeljivo s } 4 \Rightarrow$$

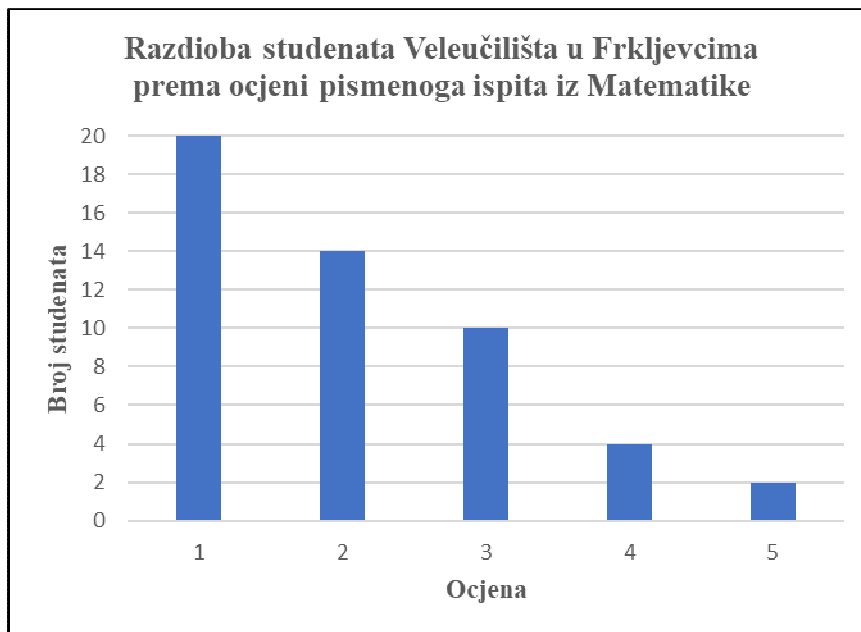
$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(x_{\frac{200}{4}} + x_{\frac{200}{4}+1} \right) = \frac{1}{2} \cdot (x_{50} + x_{51}) = \frac{1}{2} \cdot (3 + 3) = 3,$$

$$Q_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(x_{\frac{3 \cdot 200}{4}} + x_{\frac{3 \cdot 200}{4}+1} \right) = \frac{1}{2} \cdot (x_{150} + x_{151}) = \frac{1}{2} \cdot (5 + 5) = 5,$$

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{5 - 3}{5 + 3} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25.$$

Odatle zaključujemo da je *varijabilitet brojeva članova uže obitelji oko njihova medijana umjeren*. U usporedbi s rezultatom **a)** zadatka, to znači da aritmetička sredina reprezentativnije opisuje promatranu razdiobu.

2. Zadana je razdioba svih studenata Veleučilišta u Frkljevcima prema ocjeni pismenoga ispita iz Matematike na ispitnom roku 1. 9. 2020.



Slika 2.

Odredite pripadni:

- koeficijent varijacije;
- koeficijent kvartilne devijacije.

Objasnite značenje svakoga od tih dvaju pokazatelja.

Rješenje: a) Da bismo odredili koeficijent varijacije, najprije trebamo odrediti aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju zadane razdiobe. Imamo redom:

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 1 + 14 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{20 + 14 + 10 + 4 + 2} = \frac{104}{50} = 2.08,$$


$$\sigma^2 = \frac{20 \cdot 1^2 + 14 \cdot 2^2 + 10 \cdot 3^2 + 4 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2}{20 + 14 + 10 + 4 + 2} - 2.08^2 = \frac{280}{50} - 4.3264 = 5.6 - 4.3264 = 1.2736,$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1.2736} \approx 1.12854,$$

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \approx \frac{1.12854}{2.08} \cdot 100 \approx 54.3\%.$$

Zaključujemo da je *varijabilitet brojeva članova uže obitelji oko njihove aritmetičke sredine relativno jak*.

- Da bismo odredili koeficijent kvartilne devijacije, najprije trebamo odrediti prvi i treći kvartil zadane razdiobe. Imamo redom:

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za ponavljanje gradiva 22. 1. 2021.
---	---	---

$$n = 20 + 14 + 10 + 4 + 2 = 50 \Rightarrow 50 \text{ nije djeljiv s } 4 \Rightarrow$$

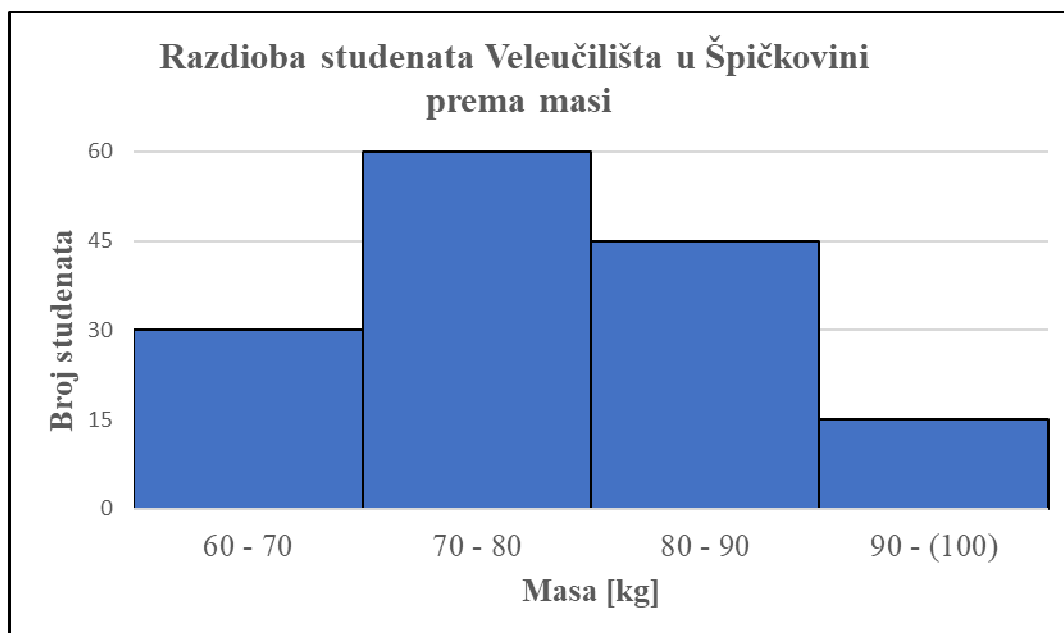
$$Q_1 = x_{\left[\frac{50}{4}\right]} = x_{13} = 1,$$

$$Q_3 = x_{\left[\frac{3 \cdot 50}{4}\right]} = x_{38} = 3,$$

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{3 - 1}{3 + 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5.$$

Odatle zaključujemo da je *varijabilitet brojeva članova uže obitelji oko njihova medijana jak*. U usporedbi s rezultatom **a)** zadatka, to znači da i aritmetička sredina i medijan jednako (preciznije, loše) reprezentiraju promatranu razdiobu, pa je u ovakvim slučajevima razdiobu primjerenije opisivati kvartilima.

3. Zadana je razdioba svih studenata 1. godine Veleučilišta u Špičkovini prema masi.



Slika 3.

Procijenite pripadni:


- a) koeficijent varijacije;
- b) koeficijent kvartilne devijacije.

Objasnite značenje svakoga od tih dvaju pokazatelja.

Rješenje: a) Da bismo procijenili koeficijent varijacije, najprije moramo odrediti razrednu sredinu svakoga razreda. Potom računamo aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju kao u prethodnim zadacima:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \frac{60+70}{2} = 65, \quad s_2 = \frac{70+80}{2} = 75, \quad s_3 = \frac{80+90}{2} = 85, \quad s_4 = \frac{90+100}{2} = 95, \\
 \bar{x} &= \frac{30 \cdot 65 + 60 \cdot 75 + 45 \cdot 85 + 15 \cdot 95}{30 + 60 + 45 + 15} = \frac{11700}{150} = 78, \\
 \sigma^2 &= \frac{30 \cdot 65^2 + 60 \cdot 75^2 + 45 \cdot 85^2 + 15 \cdot 95^2}{30 + 60 + 45 + 15} - 78^2 = \frac{924750}{150} - 6084 = 6165 - 6084 = 81, \\
 \sigma &= \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{81} = 9, \\
 V &= \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{9}{78} \cdot 100 \approx 11.54\%.
 \end{aligned}$$

Zaključujemo da je *varijabilitet masa studenata oko njihove aritmetičke sredine relativno slab*.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za ponavljanje gradiva 22. 1. 2021.
---	---	---

- b) Da bismo procijenili koeficijent kvartilne devijacije, najprije moramo procijeniti prvi i treći kvartil. U tu svrhu formiramo kumulativni niz apsolutnih frekvencija „manje od“:

$$30, 30 + 60, 30 + 60 + 45, 30 + 60 + 45 + 15,$$

tj.

$$30, 90, 135, 150.$$

Ukupan broj masa jednak je 150. Prvi član gornjega niza koji sadrži ukupno $\left\lceil \frac{150}{4} \right\rceil = 38$ podataka je 90. Taj član odgovara razredu 70 – 80 čija je apsolutna frekvencija jednaka 60. Zbog toga su:

$$\begin{aligned} n = 150, L_1 = 70, g = 2, f_g = 60, f_{g-1}^< = f_1^< = 30, h = 80 - 70 = 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_1 = 70 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 150 - 30}{60} \cdot 10 = 71.25. \end{aligned}$$

Prvi član gornjega niza koji sadrži ukupno $\left\lceil \frac{3}{4} \cdot 150 \right\rceil = 113$ podataka je 135. Taj član odgovara razredu 80 – 90 čija je apsolutna frekvencija jednaka 45. Zbog toga su:

$$\begin{aligned} n = 150, L_1 = 80, g = 3, f_g = 45, f_{g-1}^< = f_2^< = 90, h = 90 - 80 = 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_3 = 80 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 150 - 90}{45} \cdot 10 = 85. \end{aligned}$$

Tako konačno dobivamo:

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{85 - 71.25}{85 + 71.25} = \frac{11}{125} = 0.088.$$

Zaključujemo da je *varijabilitet masa oko njihova medijana vrlo slab*. U odnosu na rezultat **a)** podzadatka, možemo zaključiti da je medijan bolji reprezentant promatrane razdiobe od aritmetičke sredine.