1. B. Zapišimo zadane brojeve u obliku beskonačno periodičnih decimalnih brojeva:

$$\frac{3}{11}=0.\overline{27},\quad \frac{4}{11}=0.\overline{36}.$$

Prvi od navedenih četiriju brojeva je manji od $\frac{3}{11}$, dok su treći i četvrti veći od $\frac{4}{11}$. Jedini broj koji je veći od $\frac{3}{11}$ i manji od $\frac{4}{11}$ je 0.273.

2. D. Broj –6 je strogo negativan cijeli broj, pa nije prirodan broj. Broj $\frac{5}{7}$ je racionalan broj koji nije cijeli broj. Broj 2 je racionalan broj, pa nije iracionalan broj. Broj $\sqrt{3}$ je iracionalan broj, pa je samim tim i realan broj.

3. C. Iz zadanoga podatka odmah slijedi da 1 litra iznosi $\frac{1}{0.5683}\approx 1.7596339961$ ≈ 1.7596 pinta.

4. C. Zadanu masu 256 olovaka izrazimo u gramima. Ona iznosi $4.24\cdot 1000=4240$ grama. Tako zaključujemo da jedna olovka ima 256 puta manju masu, tj. masu $\frac{4240}{256}$ grama, pa 20 olovaka ima 20 puta veću masu od jedne olovke, tj. $\frac{4240}{256}\cdot 20=331.25$ grama.

5. D. Označimo traženu duljinu kraka (iskazanu u cm) s b. Iz zadanih podataka slijedi $a=10,\ v_a=6$, pa primjenom Pitagorina poučka odmah dobivamo:

$$b=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+v_a^2}=\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2+6^2}=\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{25+36}=\sqrt{61}\approx 7.8102496759\approx 7.81\text{ cm}.$$

6. C. Površina baze piramide je $B=\frac{5.8\cdot 7.6}{2}=22.04\text{ cm}^2$, pa je traženi obujam jednak:

$$V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 22.04\cdot 10.2=74.936\text{ cm}^3.$$

7. A. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&c=\frac{2\cdot a-b}{3}\quad /\cdot 3\\
&2\cdot a-b=3\cdot c,\\
&2\cdot a=3\cdot c+b,\quad /:2\\
&a=\frac{3\cdot c+b}{2}=\frac{b+3\cdot c}{2}.
\end{aligned}$$

8. **A**. Koristeći formulu za rješenje kvadratne jednadžbe dobivamo:

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}=\frac{-5\pm\sqrt{25-(-4)}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{25+4}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{29}}{2}\Rightarrow$$
$$x_1=\frac{-5+\sqrt{29}}{2},\ x_2=\frac{-5-\sqrt{29}}{2}.$$

Broj naveden pod **A**. jednak je x_2 i on je rješenje zadatka.

9. **B**. Svedimo zadanu nejednadžbu na oblik u kojemu će koeficijent uz nepoznanicu x biti jednak 3. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\frac{16+7\cdot x}{2}\geq 9.5\cdot x-6, \quad /\cdot 2\\
&16+7\cdot x\geq 2\cdot(9.5\cdot x-6),\\
&16+7\cdot x\geq 19\cdot x-12,\\
&7\cdot x-19\cdot x\geq -12-16,\\
&(-12)\cdot x\geq -28, \quad /:(-4)\\
&3\cdot x\leq 7.
\end{aligned}$$

Dakle, zadana nejednadžba i nejednadžba $3\cdot x\leq 7$ imaju isti skup rješenja.

10. **D**. Iz podatka da je nagib pravca $\frac{4}{3}$ zaključujemo da jednadžba pravca zapisana u implicitnom obliku ima oblik $4\cdot x-3\cdot y+C=0$. Zbog toga pravci navedeni pod **A**. i **B**. ne dolaze u obzir. Uvrštavanjem $x=-5,\ y=2$ u jednadžbu pravca navedenoga pod **C.** dobivamo $4\cdot(-5)-3\cdot 2+26=0,$ tj. identitet $0\equiv 0$, pa zadana točka pripada tom pravcu. No, uvrštavanjem $x=-5,\ y=2$ u jednadžbu pravca navedenoga pod **D.** dobivamo $4\cdot(-5)-3\cdot 2+25=-20-6+25=-1\neq 0,$ pa zadana točka ne pripada tom pravcu.

11. **B.** Funkcija navedena pod **A**. je kvadratna funkcija. Funkciju navedenu pod **C**. možemo zapisati u obliku:

$$f(x)=\frac{x}{x-2}+1=\frac{(x-2)+2}{x-2}+1=\frac{x-2}{x-2}+\frac{2}{x-2}+1=1+\frac{2}{x-2}+1=2+\frac{2}{x-2},$$

pa je ta funkcija zbroj polinoma i prave racionalne funkcije, što znači da ona nije linearna funkcija. Funkciju navedenu pod **D**. možemo zapisati u obliku $f(x)=x^2+4\cdot x-5,$ pa odatle vidimo da je i ta funkcija kvadratna funkcija. Funkcija navedena pod **B**. je linearna funkcija s koeficijentima $a=\frac{7}{12},\ b=-4.$

12. **A**. Iz podataka u zadanoj tablici zaključujemo da vrijede jednakosti $f(-1)=8$ i $f(1)=-4$. Uvrštavanjem tih podataka u pravilo funkcije f dobivamo:

$$\left.\begin{array}{l} a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)=8, \\ a\cdot 1^2+b\cdot 1=-4 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} a\cdot 1-b=8, \\ a\cdot 1+b=-4 \end{array}\right\}.$$

Zbrajanjem dobivenih jednadžbi slijedi $2\cdot a=4$, odnosno $a=2$. Oduzimanjem tih jednadžbi slijedi $(-2)\cdot b=12$, odnosno $b=-6$. Dakle, $f(x)=2\cdot x^2-6\cdot x$.

13. **B**. Neka su j cijena jednoga jogurta i p cijena jednoga peciva (obje iskazane u kunama). Cijena tri jogurta iznosi $3\cdot j$ kn, a cijena šest peciva $6\cdot p$ kn. Te dvije cijene zbrojene moraju iznositi 26.25 kn, pa dobivamo jednadžbu:

$$3\cdot j+6\cdot p=26.25.$$

Analogno, cijena četiri jogurta iznosi $4\cdot j$ kn, a cijena četiri peciva $4\cdot p$ kn. Te dvije cijene zbrojene moraju iznositi 25 kn, pa dobivamo jednadžbu:

$$4\cdot j+4\cdot p=25.$$

Tako smo dobili sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\left.\begin{array}{ll} 3\cdot j+6\cdot p=26.25, & /:3 \\ 4\cdot j+4\cdot p=25 & /:2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} j+2\cdot p=8.75, \\ 2\cdot j+2\cdot p=12.5 \end{array}\right\}$$

Oduzimanjem prve jednadžbe od druge jednadžbe dobivamo $j=$ 3.75 kn.

14. **D**. Aritmetička sredina svih pet visina studenata jednaka je:

$$P=\frac{168+172+179+180+190}{5}=177.8 \text{ cm}.$$

Ta vrijednost očito nije jednaka vrijednosti visine nijednoga od studenata, pa tvrdnje **A**. i **B**. nisu istinite. Nadalje, iz jednakosti $177.8-9.7=168.1$ i $177.8+12.2=190$ zaključujemo da tvrdnja **C**. nije istinita (razlika broja P i broja 168 (visine najnižega studenta) iznosi 9.8), dok je tvrdnja **D**. istinita.

15. **C**. Primijetimo najprije da razmak između dva podjeljka na osi apscisa odgovara jedinici, odnosno 1000. Zaključujemo da je ukupan broj zaposlenih (u tisućama) u svim četirima gradovima jednak $3+10+12+9=34$, dok je ukupan broj stanovnika u tim gradovima jednak $12+28+31+19=90$. Dakle, traženi omjer je jednak $34:90$, odnosno, nakon kraćenja s 2, $17:45$.

16. C. Lik čiju površinu tražimo se zapravo sastoji od pravokutnika čije su dimenzije $15-(4+4)=7$ cm i 8 cm, te kruga promjera 8 cm, odnosno polumjera $\frac{8}{2}=4$ cm. Zbog toga je tražena površina jednaka:

$$P=7\cdot 8+4^2\cdot\pi=56+16\cdot\pi\approx 106.2654824574\ \text{cm}^2\approx 106.27\ \text{cm}^2.$$

17. ≈2.614532. Imamo redom:

$$\frac{\sqrt{930}}{1.8^3\cdot 2}=\frac{\sqrt{930}}{5.832\cdot 2}=\frac{\sqrt{930}}{11.664}\approx\frac{30{,}49590136395}{11.664}\approx 2.6145320099\approx 2.614532.$$

18. 244. Odmah imamo: $\frac{25}{100}\cdot 976=\frac{1}{4}\cdot 976=244.$

19. 1.) 1095. Neprijestupna godina ima točno 365 dana, pa je traženi broj jednak $365+365+365=3\cdot 365=1095.$

2.) 91.54. Imamo: $9154\cdot 10^{-7}=91.54\cdot 100\cdot 10^{-7}=91.54\cdot 10^2\cdot 10^{-7}=91.54\cdot 10^{2-7}=91.54\cdot 10^{-5}.$

20. 1.) 420. Traženi broj je najmanji zajednički višekratnik brojeva 42, 140 i 210. Rastavimo svaki od tih triju brojeva na proste faktore, pa dobijemo: $42=2\cdot 3\cdot 7$, $140=2\cdot 2\cdot 5\cdot 7$ i $210=2\cdot 3\cdot 5\cdot 7$. Tako slijedi da je traženi broj jednak $2\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7=420.$

2.) 0.02. Imamo redom: $15:7=2.\overline{142857}\approx 2.14\Rightarrow 15-2.14\cdot 7=15-14.98=0.02.$

21. 1.) $\frac{7}{10}$**.** Riješimo zadanu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&27-(6+8\cdot x+20)=2\cdot x-6,\\
&27-6-8\cdot x-20=2\cdot x-6,\\
&-8\cdot x-2\cdot x=-6-27+6+20,\\
&-10\cdot x=-7,\quad /:(-10)\\
&x=\frac{7}{10}.
\end{aligned}$$

2.) $4-\pi.$ Budući da vrijedi nejednakost $3<\pi<4$, prema definiciji funkcije apsolutne vrijednosti je $\left|\underbrace{1-\pi}_{<0}\right|=-(1-\pi)=-1+\pi$ i $\left|-1+\pi-3\right|=\left|\underbrace{-4+\pi}_{<0}\right|=-(-4+\pi)=4-\pi.$

22. 1.) $26-8\cdot b=-8\cdot b+26.$ Koristeći formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata imamo redom:

$$(5-4\cdot b)\cdot(5+4\cdot b)+(1-4\cdot b)^2=5^2-(4\cdot b)^2+1^2-2\cdot 1\cdot(4\cdot b)+(4\cdot b)^2=25+1-8\cdot b=$$
$$=26-8\cdot b=-8\cdot b+26.$$

2.) $-\frac{1}{a}$. Imamo redom:

$$\frac{1}{1-b}:\frac{a}{b}-\frac{1}{a-a\cdot b}=\frac{1}{1-b}\cdot\frac{b}{a}-\frac{1}{a-a\cdot b}=\frac{b}{a\cdot(1-b)}-\frac{1}{a\cdot(1-b)}=\frac{b-1}{a\cdot(1-b)}=\frac{-(1-b)}{a\cdot(1-b)}=-\frac{1}{a}.$$

23. 1.) Romb. Četverokut kojemu se raspolavljaju dijagonale različitih duljina je nužno paralelogram. Jedini takav paralelogram kojemu se dijagonale sijeku pod pravim kutom je romb. (Kvadrat također ima dijagonale koje se raspolavljaju i sijeku pod pravim kutom, ali te dijagonale imaju jednake duljine.)

2.) 47°. Uočimo trokut kojemu je jedan od kutova upravo φ. Drugi kut toga trokuta je suplement kuta čija je mjera 101°, pa je mjera toga kuta jednaka $180^\circ-101^\circ=79^\circ$. Treći kut toga trokuta je sukladan kutu čija je mjera 54° jer je riječ o kutovima uz priječnicu (transverzalu). Zbog toga je mjera toga kuta također 54°. Tako zaključujemo da je tražena mjera jednaka $180^\circ-(79^\circ+54^\circ)=180^\circ-133^\circ=47^\circ$.

24. 1.) $\sqrt{73}$. Primijetimo da su koordinate zadanih točaka $A=(-2,3)$ i $B=(6,0)$. Zbog toga je tražena udaljenost jednaka:

$$d(A,B)=\sqrt{(6-(-2))^2+(0-3)^2}=\sqrt{(6+2)^2+(-3)^2}=\sqrt{8^2+(-3)^2}=\sqrt{64+9}=\sqrt{73}\text{ jed. duljina.}$$

2.) 9. Označimo s O ishodište zadanoga koordinatnoga sustava. Osnovica trokuta OBC je dužina $\overline{OB}$. Njezina duljina je očito 6 jed. duljina. Visina povučena iz vrha A na tu osnovicu ima duljinu 3 (to je udaljenost točke A od osi apscisa, odnosno apsolutna vrijednost druge koordinate točke A). Tako zaključujemo da je tražena površina jednaka:

$$P=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 3=9\text{ kv. jed.}$$

25. 1.) $540\cdot\pi\approx 1696.46$**.** U jednom satu velika kazaljka prijeđe put jednak opsegu kruga čiji je polumjer 7 cm. Taj opseg iznosi $2\cdot 7\cdot\pi=14\cdot\pi$ cm. Traženi put je 40 puta veći i iznosi $40\cdot 14\cdot\pi=540\cdot\pi\approx 1696.460032938488\approx 1696.46$ cm.

2.) 6402. Ukupno $(100-(11+23))=(100-34)=66\%$ svih pristupnika postiglo je više od 25% i manje od 75% mogućih bodova. Zbog toga je traženi broj jednak 66% od 9700, tj. $\frac{66}{100}\cdot 9700=6402$.

26. 1.) 3.51. Tražena visina (iskazana u metrima) jednaka je $h(1)$, odnosno $1.96+4.5\cdot 1-2.95\cdot 1^2=1.96+4.5-2.95=3.51$.

2.) ≈ 0.3 sekunde i 1.2 sekunde. Traženo vrijeme je svako strogo pozitivno rješenje jednadžbe $h(t)=3.05$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&1.96+4.5\cdot t-2.95\cdot t^2=3.05,\\
&(-2.95)\cdot t^2+4.5\cdot t+1.96-3.05=0,\\
&(-2.95)\cdot t^2+4.5\cdot t-1.09=0,\\
&t_{1,2}=\frac{-4.5\pm\sqrt{4.5^2-4\cdot(-2.95)\cdot(-1.09)}}{2\cdot(-2.95)}=\frac{-4.5\pm\sqrt{20.25-12.862}}{-5.9}=\\
&=\frac{-4.5\pm\sqrt{7.388}}{-5.9}\approx\frac{-4.5\pm 2.7180875629}{-5.9}\Rightarrow\\
&t_1=\frac{-4.5+2.7180875629}{-5.9}\approx 0.3020190571\approx 0.3,\\
&t_2=\frac{-4.5-2.7180875629}{-5.9}\approx 1.2234046717\approx 1.2.
\end{aligned}$$

Dakle, računajući od trenutka bacanja, lopta će biti na visini obruča koša nakon približno 0.3 sekunde i približno 1.2 sekunde.

27.1.) $g(58),\ g(0),\ f(1)$**.** Primijetimo da je funkcija g strogo padajuća, što znači da je $g(58)<g(0)$. Nadalje, očito je $f(1)>0$ i $g(0)<0$, pa je $f(1)>g(0)$. Dakle, traženi poredak glasi: $g(58),\ g(0),\ f(1)$.

2.) $(-5)\cdot x^2-40\cdot x-73$. Ako je vodeći koeficijent funkcije jednak –5, to znači da je $a=-5$. Prva koordinata tjemena pripadne parabole je –4, pa iz jednakosti $-\frac{b}{2\cdot a}=-4$ i $a=-5$ slijedi $b=(-1)\cdot(-4)\cdot 2\cdot(-5)=-40$. Napokon, ako u izraz $f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c$ uvrstimo $a=-5$, $b=-40$ i $x=-4$, dobit ćemo:

$$f(-4)=(-5)\cdot(-4)^2+(-40)\cdot(-4)+c=(-5)\cdot 16+160+c=-80+160+c=c+80.$$

Iz podataka u zadatku zaključujemo da je $f(-4)=7$, pa iz jednadžbe $c+80=7$ slijedi $c=-73$. Dakle, $f(x)=(-5)\cdot x^2-40\cdot x-73$.

3.) Vidjeti sliku 1. Takva funkcija je npr. $f(x)=x^2+1$. Graf tražene funkcije (neovisno o pravilu te funkcije) u potpunosti se mora nalaziti iznad te osi i ne smije je sjeći.

28.1.) –2. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\frac{2\cdot x+1}{2}=\frac{x^2-1}{x},\quad /\cdot 2\cdot x\\
&x\cdot(2\cdot x+1)=2\cdot\left(x^2-1\right),\\
&2\cdot x^2+x=2\cdot x^2-2,\\
&x=-2.
\end{aligned}$$

2.) $\frac{11}{4};-\frac{1}{2}$. Prvu jednadžbu pomnožimo sa 4, a drugu sa 6. Dobivamo:

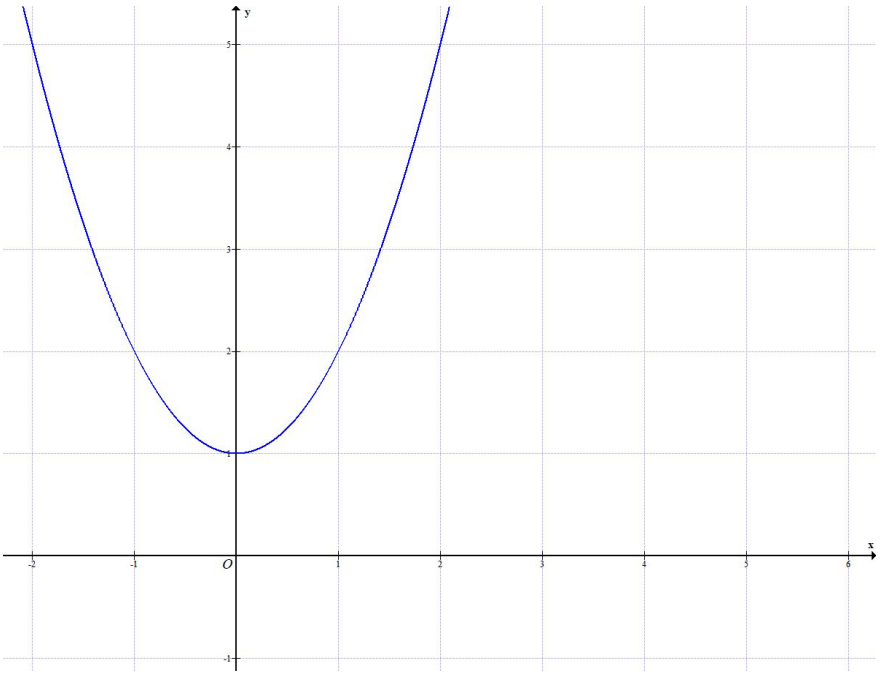
$$\begin{cases} 4\cdot x = 2\cdot(x+1)-(y-3), \\ 6\cdot y = 2\cdot(x+1)+3\cdot(y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\cdot x = 2\cdot x+2-y+3, \\ 6\cdot y = 2\cdot x+2+3\cdot y-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\cdot x-2\cdot x+y=5, \\ (-2)\cdot x+6\cdot y-3\cdot y=-7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cdot x+y=5, \\ (-2)\cdot x+3\cdot y=-7. \end{cases}$$

Zbrajanjem ovih dviju jednadžbi dobivamo $4\cdot y=-2$, a odatle je $y=-\frac{1}{2}$. Uvrštavanjem te vrijednosti u prvu jednadžbu dobijemo $2\cdot x-\frac{1}{2}=5$, odnosno $2\cdot x=5+\frac{1}{2}$, odnosno $2\cdot x=\frac{11}{2}$, a odatle je $x=\frac{11}{4}$. Dakle, rješenje sustava je uređeni par $(x,y)=\left(\frac{11}{4},-\frac{1}{2}\right)$.

3.) 3. Koristeći pravilo za dijeljenje potencija s jednakim eksponentima odmah dobivamo:

$$(0.1:0.01)^x=10^3 \Leftrightarrow 10^x=10^3 \Leftrightarrow x=3.$$



Slika 1.

Pripremio:

mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač