TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	**Matematika 1** (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	**Zadaci za demonstrature** grupe **E i F** **17.11.2017.**

1. Nacrtajte graf harmonijske funkcije $u(t)=2\cdot\sin\left(\dfrac{t-\pi}{4}\right)$ na njezinu osnovnu segmentu.

2. Zadan je kompleksan broj $z=\dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}\cdot i-1}$. Izračunajte $\overline{z^{2019}}$ i zapišite dobiveni rezultat u eksponencijalnom obliku.

3. Zadani su skupovi $S_1=\left\{z\in\mathbb{C}:\left|z-1+i\right|\le 1\right\}$ i $S_2=\left\{z\in\mathbb{C}:\operatorname{Re}\left(\dfrac{z}{i}\right)+\operatorname{Im}\left(z\cdot i\right)\ge 1\right\}$. U Gaussovoj ravnini skicirajte skup $S=S_1\cap S_2$.

4. Riješite matričnu jednadžbu: $\left(2\cdot X^{-1}\right)^T=\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$.

5. Zadane su matrice $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ i $B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$. Izračunajte matricu $C=A^{-1}\cdot(B-A)$.

6. Zadani su vektori $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ i $\vec{b}=-\vec{i}-\vec{k}$. Izračunajte volumen tetraedra razapetoga vektorima $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\left(2\cdot\vec{a}-\vec{b}\right)$, $\left(\vec{b}\cdot\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{a}+2\cdot\vec{b}\right)$ i $\left(3\cdot\vec{a}\right)\times\vec{b}$.

7. Zadana je točka $A=(1,0,1)$. Odredite sve točke B na osi aplikata za koje je površina trokuta razapetoga radijvektorima $\overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{OB}$ jednaka 0.5 kv. jed.

8. Pokažite da je polinom $p_1(w)=w^4-7\cdot w^3+13\cdot w^2+3\cdot w-18$ djeljiv polinomom $p_2(w)=(w-3)^2$. Koristeći dobiveni rezultat odredite skup svih nultočaka polinoma p_1.

9. Rastavite na faktore polinom $p_2(t)=t^3+t^2-4\cdot t-4$, pa odredite skup svih nultočaka toga polinoma i skicirajte njegov graf.

10. Zadana je neprava racionalna funkcija $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^4-3\cdot\alpha^3+2\cdot\alpha^2}{9-\alpha^2}$.

- **a)** Odredite prirodnu domenu funkcije *f*.
- **b)** Odredite skup svih nultočaka funkcije *f*.
- **c)** Zapišite funkciju *f* u obliku zbroja polinoma i prave racionalne funkcije.
- **d)** Skicirajte graf funkcije *f*.

REZULTATI ZADATAKA

1. Vidjeti Sliku 1.

2. $e^{i\cdot\frac{\pi}{2}}$.

3. Vidjeti Sliku 2.

4. $X=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$.

5. $C=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}$.

6. $V=20$ kub. jed.

7. $B_1=(0,0,-1),\ B_2=(0,0,1)$.

8. Dijeljenjem polinoma p_1 i p_2 dobiva se količnik $q(w)=w^2-w-2$ i ostatak $r(w)=0$. Stoga je p_1 djeljiv s p_2.
$N_{p_1}=\{-1,2,3\}$.

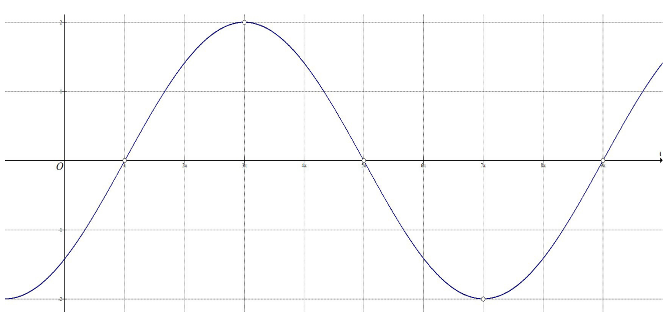
9. $p_2(t)=(t+2)\cdot(t+1)\cdot(t-2)$. Graf polinoma p_2 prikazan je na Slici 3.

10. **a)** $D_f=\mathbb{R}\backslash\{-3, 3\}$;

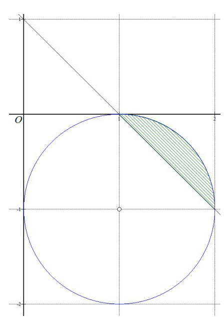
b) $N_f=\{0,1,2\}$;

c) $f(\alpha)=-\alpha^2+3\cdot\alpha-11+\dfrac{-27\cdot\alpha+99}{9-\alpha^2}$.

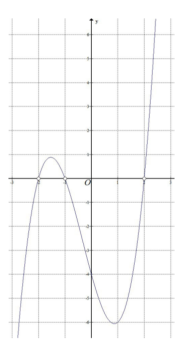
d) Vidjeti Sliku 4.



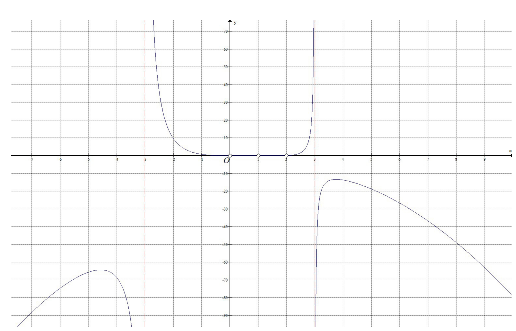
Slika 1.



Slika 2.



Slika 3.



Slika 4.

DETALJNIJA RJEŠENJA ZADATAKA

1. Zadanu funkciju najprije zapišemo u obliku:

$$u(t) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{4} \cdot t - \frac{\pi}{4}\right).$$

Očitamo:

$$A = 2,\ \omega = \frac{1}{4},\ \varphi = -\frac{\pi}{4},$$

pa izračunamo temeljni period

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{1}{4}} = 8 \cdot \pi .$$

Dakle, karakteristične točke su redom:

$$T_0 = \left(-\frac{\varphi}{\omega}, 0\right) = \left(-\frac{-\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{4}}, 0\right) = (\pi, 0),$$

$$T_1 = \left(-\frac{\varphi}{\omega} + \frac{T}{4}, A\right) = \left(\pi + \frac{8 \cdot \pi}{4}, 2\right) = (\pi + 2 \cdot \pi, 2) = (3 \cdot \pi, 2),$$

$$T_2 = \left(-\frac{\varphi}{\omega} + \frac{T}{2}, 0\right) = \left(\pi + \frac{8 \cdot \pi}{2}, 0\right) = (\pi + 4 \cdot \pi, 0) = (5 \cdot \pi, 0),$$

$$T_3 = \left(-\frac{\varphi}{\omega} + \frac{3}{4} \cdot T, -A\right) = \left(\pi + \frac{3}{4} \cdot 8 \cdot \pi, -2\right) = (\pi + 6 \cdot \pi, -2) = (7 \cdot \pi, -2),$$

$$T_4 = \left(-\frac{\varphi}{\omega} + T, 0\right) = (\pi + 8 \cdot \pi, 2) = (9 \cdot \pi, 0).$$

Ucrtamo dobivene točke u pravokutni koordinatni sustav u ravnini, pa ih spojimo sinusoidom. Dobivamo Sliku 1.

2. Brojnik i nazivnik zadanoga kompleksnoga broja najprije zapišimo u trigonometrijskom ili eksponencijalnom obliku. Označimo $z_1 := \sqrt{3} - i,\ z_2 := \sqrt{3} \cdot i - 1 = -1 + \sqrt{3} \cdot i,$ pa imamo:

$$r_1 = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2,$$

$$\varphi_1 = 2 \cdot \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2 \cdot \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11}{6} \cdot \pi,$$

$$r_2 = \sqrt{(-1)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2,$$

$$\varphi_2 = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3} \cdot \pi.$$

Stoga su:

$$z_1 = 2 \cdot \text{cis}\left(\frac{11}{6} \cdot \pi\right),$$
$$z_2 = 2 \cdot \text{cis}\left(\frac{2}{3} \cdot \pi\right),$$
$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{2 \cdot \text{cis}\left(\frac{11}{6} \cdot \pi\right)}{2 \cdot \text{cis}\left(\frac{2}{3} \cdot \pi\right)} = \text{cis}\left(\frac{11}{6} \cdot \pi - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) = \text{cis}\left(\frac{7}{6} \cdot \pi\right).$$

Tako dalje slijedi:

$$\overline{z^{2019}} = \overline{\left(\text{cis}\left(\frac{7}{6} \cdot \pi\right)\right)^{2019}} = \overline{\text{cis}\left(\frac{7}{6} \cdot \pi \cdot 2019\right)} = \overline{\text{cis}\left(\frac{4711}{2} \cdot \pi\right)} = \overline{\cos\left(\frac{4711}{2} \cdot \pi\right) + i \cdot \sin\left(\frac{4711}{2} \cdot \pi\right)} =$$
$$= \overline{0 + i \cdot (-1)} = 1 \cdot i = i = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}.$$

3. Uočimo da je

$$S_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1 + i| \geq 1\} = \{z \in \mathbb{C} : |z - (1 - i)| \leq 1\},$$

pa je grafički prikaz skupa S_1 krug sa središtem u točki $Z_0 = (1, -1)$ i polumjerom $r = 1$.

Nadalje, ako je $z = x + y \cdot i$, pri čemu su $x, y \in \mathbb{R}$, onda su:

$$\frac{z}{i} = \frac{x + y \cdot i}{i} = \frac{x \cdot i + y \cdot i^2}{i^2} = \frac{x \cdot i + y \cdot (-1)}{(-1)} = y - x \cdot i,$$
$$\text{Re}\left(\frac{z}{i}\right) = y,$$
$$z \cdot i = (x + y \cdot i) \cdot i = x \cdot i + y \cdot i^2 = x \cdot i + y \cdot (-1) = -y + x \cdot i,$$
$$\text{Im}(z \cdot i) = x.$$

Zbog toga je

$$\left(\text{Re}\left(\frac{z}{i}\right) + \text{Im}(z \cdot i) \geq 1\right) \Leftrightarrow (y + x \geq 1),$$

pa je grafički prikaz skupa S_2 poluravnina iznad pravca $y = -x + 1$.

Ucrtamo dobivene skupove u Gaussovu ravninu, pa odredimo njihov presjek. Dobivamo Sliku 2. (Traženi skup *S* je osjenčan.)

4. Koristimo svojstva: $\left(A^T\right)^T = \left(A^{-1}\right)^{-1} = A,\ (\alpha \cdot A)^{-1} = \alpha^{-1} \cdot A^{-1}$. Ona vrijede za svaki $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ i svaku regularnu matricu *A*. Tako redom imamo:

$$\left(2\cdot X^{-1}\right)^T=\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}\quad /^T$$

$$\left(\left(2\cdot X^{-1}\right)^T\right)^T=\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}^T,$$

$$2\cdot X^{-1}=\begin{bmatrix}-4 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix},\quad /\cdot\frac{1}{2}$$

$$X^{-1}=\frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix}-4 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\quad /^{-1}$$

$$\left(X^{-1}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix}-4 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\right)^{-1},$$

$$X=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(\begin{bmatrix}-4 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\right)^{-1}=2\cdot\frac{1}{(-4)\cdot(-1)-3\cdot 2}\cdot\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -3 & -4\end{bmatrix}=(-1)\cdot\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -3 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}.$$

5. Imamo redom:

$$C=A^{-1}\cdot(B-A)=\left(\frac{1}{1\cdot 1-0\cdot(-1)}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\right)\cdot\left(\begin{bmatrix}2-1 & 1-(-1)\\ -1-0 & 0-1\end{bmatrix}\right)=$$

$$=1\cdot\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\cdot 1+1\cdot(-1) & 1\cdot 2+1\cdot(-1)\\ 0\cdot 1+1\cdot(-1) & 0\cdot 2+1\cdot(-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}.$$

6. Zapišimo zadane vektore u koordinatnom zapisu:

$$\vec{a}=(1,1,1),\ \vec{b}=(-1,0,-1).$$

Izračunajmo zasebno svaki od triju vektora koji razapinje tetraedar. Imamo redom:

$$\vec{c}:=\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\left(2\cdot\vec{a}-\vec{b}\right)=\left(1\cdot(-1)+1\cdot 0+1\cdot(-1)\right)\cdot\left((2,2,2)-(-1,0,-1)\right)=$$
$$=(-2)\cdot(2-(-1),2-0,2-(-1))=(-2)\cdot(3,2,3)=(-6,-4,-6),$$
$$\vec{d}:=\left(\vec{b}\cdot\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{a}+2\cdot\vec{b}\right)=\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\left((1,1,1)+2\cdot(-1,0,-1)\right)=(-2)\cdot\left((1,1,1)+(-2,0,-2)\right)=$$
$$=(-2)\cdot(1-2,1+0,1-2)=(-2)\cdot(-1,1,-1)=(2,-2,2),$$
$$\vec{e}:=\left(3\cdot\vec{a}\right)\times\vec{b}=3\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=3\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & -1\end{vmatrix}=3\cdot\left(\vec{i}\cdot\begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{vmatrix}-\vec{j}\cdot\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & -1\end{vmatrix}+\vec{k}\cdot\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}\right)=$$
$$=3\cdot\left(\vec{i}\cdot(-1)-\vec{j}\cdot 0+\vec{k}\cdot 1\right)=3\cdot(-1,0,1)=(-3,0,3).$$

Stoga je traženi volumen tetraedra jednak:

$$V=\frac{1}{6}\cdot\left|M\left(\vec{c},\vec{d},\vec{e}\right)\right|=\frac{1}{6}\cdot\left\|\begin{matrix}-6 & -4 & -6\\ 2 & -2 & 2\\ -3 & 0 & 3\end{matrix}\right\|=\frac{1}{6}\cdot\left|-3\cdot\begin{vmatrix}-4 & -6\\ -2 & 2\end{vmatrix}+3\cdot\begin{vmatrix}-6 & -4\\ 2 & -2\end{vmatrix}\right|=.$$
$$=\frac{1}{6}\cdot\left|-3\cdot(-20)+3\cdot 20\right|=\frac{1}{6}\cdot|120|=\frac{1}{6}\cdot 120=20\text{ kub. jed.}$$

7. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da je $B=(0,0,b)$, za neki $b\in\mathbb{R}$. Tada redom imamo:

$$\overrightarrow{OA}=(1,0,1),\quad \overrightarrow{OB}=(0,0,b),$$

$$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & b\end{vmatrix}=b\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j}\\ 1 & 0\end{vmatrix}=b\cdot\left(-\vec{j}\right)=-b\cdot\vec{j}=(0,-b,0),$$

$$\left|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}\right|=\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=|b|.$$

Površina trokuta kojega razapinju navedeni radijvektori jednaka je polovici duljine njihova vektorskoga umnoška. U ovom je slučaju ta površina s jedne strane jednaka $\frac{1}{2}\cdot|b|$, a s druge strane, prema uvjetu zadatka, jednaka 0.5. Tako dobivamo jednadžbu:

$$\frac{1}{2}\cdot|b|=0.5.$$

Odatle je $|b|=1\Leftrightarrow\left((b=-1)\vee(b=1)\right)$. Stoga su rješenja zadatka točke $B_1=(0,0,-1)$ i $B_2=(0,0,1)$.

8. Podijelimo zadane polinome prema pravilu za dijeljenje polinoma. Pritom uočimo da je $p_2(w)=(w-3)^2=w^2-6\cdot w+9$. Imamo redom:

$$\begin{array}{l}\left(w^4-7\cdot w^3+13\cdot w^2+3\cdot w-18\right):\left(w^2-6\cdot w+9\right)=w^2-w-2\\ \underline{-\left(w^4-6\cdot w^3+9\cdot w^2\right)}\\ -w^3+4\cdot w^2+3\cdot w-18\\ \underline{-\left(-w^3+6\cdot w^2-9\cdot w\right)}\\ -2\cdot w^2+12\cdot w-18\\ \underline{-\left(-2\cdot w^2+12\cdot w-18\right)}\\ 0\end{array}$$

Tako smo dobili da polinom p_1 pri dijeljenju polinomom p_2 daje količnik $q(w)=w^2-w-2$ i ostatak 0. Budući da je ostatak pri dijeljenju jednak 0, zaključujemo da je polinom p_1 djeljiv polinomom p_2.

Iz provedenoga dijeljenja izravno slijedi jednakost $p_1=p_2\cdot q$, odnosno jednakost

$$w^4-7\cdot w^3+13\cdot w^2+3\cdot w-18=\left(w-3\right)^2\cdot\left(w^2-w-2\right).$$

Nultočke polinoma p_1 su sva realna rješenja jednadžbe $w^4-7\cdot w^3+13\cdot w^2+3\cdot w-18=0$. Zbog gornje jednakosti, ta je jednadžba ekvivalentna jednadžbi:

$$\left(w-3\right)^2\cdot\left(w^2-w-2\right)=0.$$

Umnožak dvaju realnih brojeva jednak je nuli ako i samo ako je barem jedan od tih brojeva jednak nuli. Stoga imamo:

$$\left(\left(w-3\right)^2\cdot\left(w^2-w-2\right)=0\right)\Leftrightarrow\left(\left(w-3=0\right)\vee\left(w^2-w-2=0\right)\right)\Leftrightarrow\left(\left(w=3\right)\vee\left(w=-1\right)\vee\left(w=2\right)\right).$$

Dakle, traženi skup je $N_{p_1}=\left\{-1,2,3\right\}$.

9. Grupirajmo zasebno prvi i drugi, te treći i četvrti član. Dobivamo:

$$p_2(t)=t^2\cdot(t+1)-4\cdot(t+1)=(t+1)\cdot(t^2-4)=(t+1)\cdot(t-2)\cdot(t+2).$$

Odatle lagano očitamo da su tražene nultočke –1, 2 i –2. Dakle, skup svih nultočaka zadanoga polinoma je $N(p_2)=\left\{-2,-1,2\right\}$.

Preostaje skicirati graf zadanoga polinoma. On prolazi točkama (–2, 0), (–1, 0) i (2, 0), a siječe os ordinata u točki (0, –4). Odredimo predznak polinoma na intervalima $\left\langle-\infty,-2\right\rangle$, $\left\langle-2,-1\right\rangle$, $\left\langle-1,2\right\rangle$ i $\left\langle2,+\infty\right\rangle$. U tu je svrhu najjednostavnije izračunati predznak vrijednosti polinoma p_2 za neki element svakoga intervala. Odaberemo npr. $S=\left\{-3,-1.5,0,3\right\}$, pa odredimo predznak $p_2(t)$ za svaki $t\in S$. Dobivamo sljedeću tablicu:

Interval	$\left\langle-\infty,-2\right\rangle$	$\left\langle-2,-1\right\rangle$	$\left\langle-1,2\right\rangle$	$\left\langle2,+\infty\right\rangle$
Predznak polinoma p_2	–	+	–	+

Ucrtamo sjecišta s osi apscisa, odnosno sjecište s osi ordinata u pravokutni koordinatni sustav u ravnini, pa kroz dobivene točke povučemo krivulju uzimajući u obzir gore određene predznake. Dobivamo Sliku 3.

10. a) Racionalna funkcija je definirana za one vrijednosti nezavisne varijable za koje je vrijednost nazivnika te funkcije različita od nule. Skup svih tih vrijednosti – a to je upravo tražena prirodna domena - najbrže i najlakše dobijemo tako da iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$ „izbacimo“ sve nultočke nazivnika zadane funkcije.

Iz jednadžbe $9-\alpha^2=0$ slijedi $\alpha_1=-3,\ \alpha_2=3.$ Stoga je traženi skup $D_f=\mathbb{R}\setminus\left\{-3,3\right\}$.

b) Nultočke zadane funkcije su nultočke njezina brojnika. Imamo redom:

$$\alpha^4-3\cdot\alpha^3+2\cdot\alpha^2=0,$$
$$\alpha^2\cdot\left(\alpha^2-3\cdot\alpha+2\right)=0,$$
$$\left(\alpha^2=0\right)\vee\left(\alpha^2-3\cdot\alpha+2=0\right),$$
$$\left(\alpha=0\right)\vee\left(\alpha=1\right)\vee\left(\alpha=2\right).$$

Dakle, traženi skup je $N_f=\left\{0,1,2\right\}$

c) Podijelimo brojnik zadane racionalne funkcije njezinim nazivnikom. Dobivamo:

$$\left(\alpha^4 - 3\cdot\alpha^3 + 2\cdot\alpha^2\right) : \left(-\alpha^2 + 9\right) = -\alpha^2 + 3\cdot\alpha - 11$$

$$\underline{-\left(\alpha^4 - 9\cdot\alpha^2\right)}$$

$$-3\cdot\alpha^3 + 11\cdot\alpha^2$$

$$\underline{-\left(-3\cdot\alpha^3 + 27\cdot\alpha\right)}$$

$$11\cdot\alpha^2 - 27\cdot\alpha$$

$$\underline{-\left(-11\cdot\alpha^2 - 99\right)}$$

$$-27\cdot\alpha + 99$$

Dakle, dijeljenjem brojnika zadane racionalne funkcije njezinim nazivnikom dobiva se količnik $q(\alpha) = -\alpha^2 + 3\cdot\alpha - 11$ i ostatak $r(\alpha) = -27\cdot\alpha + 99$. Prema poučku o dijeljenju polinoma s ostatkom odatle slijedi:

$$\alpha^4 - 3\cdot\alpha^3 + 2\cdot\alpha^2 = \left(9 - \alpha^2\right)\cdot\left(-\alpha^2 + 3\cdot\alpha - 11\right) + \left(-27\cdot\alpha + 99\right).$$

Podijelimo obje strane ove jednakosti s $9 - \alpha^2$. Dobijemo:

$$\frac{\alpha^4 - 3\cdot\alpha^3 + 2\cdot\alpha^2}{9 - \alpha^2} = -\alpha^2 + 3\cdot\alpha - 11 + \frac{-27\cdot\alpha + 99}{9 - \alpha^2},$$

odnosno

$$f(\alpha) = -\alpha^2 + 3\cdot\alpha - 11 + \frac{-27\cdot\alpha + 99}{9 - \alpha^2}.$$

Dobiveni prikaz je upravo traženi prikaz.

d) Iz rješenja **d)** podzadatka lako zaključujemo da za po apsolutnoj vrijednosti velike vrijednosti varijable α vrijedi aproksimacija $f(\alpha) \sim (-\alpha^2) < 0$.

Graf zadane funkcije skiciramo analogno grafu polinoma u 9. zadatku. On prolazi točkama (0, 0), (1, 0) i (2, 0), a ne smije sjeći pravce $\alpha = -3$ i $\alpha = 3$. Odredimo predznak funkcije na intervalima $\langle -\infty, -3\rangle$, $\langle -3, 0\rangle$, $\langle 0, 1\rangle$, $\langle 1, 2\rangle$, $\langle 2, 3\rangle$ i $\langle 3, +\infty\rangle$. U tu je svrhu najjednostavnije izračunati predznak vrijednosti polinoma p_2 za neki element svakoga intervala. Odaberemo npr. $S = \{-4, -1,\ 0.5,\ 1.5,\ 2.5,\ 4\}$, pa odredimo predznak $f(\alpha)$ za svaki $\alpha \in S$. Dobivamo sljedeću tablicu:

Interval	$\langle -\infty, -3\rangle$	$\langle -3, 0\rangle$	$\langle 0, 1\rangle$	$\langle 1, 2\rangle$	$\langle 2, 3\rangle$	$\langle 3, +\infty\rangle$
Predznak funkcije f	–	+	+	–	+	–

Ucrtamo sjecišta s osi apscisa i polove u pravokutni koordinatni sustav u ravnini. Nacrtamo pravce $\alpha = -3$ i $\alpha = 3$. Kroz ostale točke povučemo grane krivulje uzimajući u obzir gore određene predznake i pazeći da te grane ne sijeku povučene pravce. Dobivamo Sliku 4.