TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 1. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

PRIMJER 1.

OBAVEZNI ZADATAK:

1. Isključivo primjenom Cramerova pravila riješite sustav:

$$\begin{aligned} 10 \cdot x - 37 \cdot y + 22 \cdot z &= 34, \\ 19 \cdot x + 93 \cdot y - 34 \cdot z &= -87, \\ 29 \cdot x - 61 \cdot y + 53 \cdot z &= 77. \end{aligned}$$

Rezultat: $(x, y, z) = (-1, 0, 2)$.

OSTALI ZADATCI:

1. Zadani su kompleksni brojevi $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 2 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{3}}$. Izračunajte $\frac{(z_1)^{14}}{(z_2)^6}$, zapišite dobiveni rezultat u algebarskom obliku i prikažite ga u Gaussovoj ravnini.

Rezultat: Traženi kompleksan broj jednak je $-2 \cdot i$. Tom kompleksnom broju pridružena je točka $(0, -2)$.

2. U Gaussovoj ravnini prikažite skup $S = \left\{z \in C : 2 \cdot \mathrm{Re}(2 \cdot z) - \mathrm{Im}(2 \cdot \overline{z}) = 2\right\}$.

Rezultat: Pravac $y = -2 \cdot x + 1$.

3. Ako je $(6 \cdot A^{-1})^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 5 & 11 \end{bmatrix}$, izračunajte determinantu matrice $X = 422\,675 \cdot E_2 - 1\,084\,152 \cdot A$.

Rezultat: 1.

4. Odredite sve vrijednosti realnoga parametra α za koje su radijvektori $\vec{a} = (\alpha + 1,\ \alpha,\ 1)$ i $\vec{b} = (1 - \alpha,\ 3,\ 3)$ međusobno okomiti.

Rezultat: $\alpha_1 = -1$, $\alpha_2 = 4$.

5. Zadani su radijvektori $\vec{a} = (6,\ -24,\ 18)$ i $\vec{b} = (1,\ -1,\ 0)$. Izračunajte obujam tetraedra određenoga radijvektorima $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a})$.

Rezultat: $V = 324$ kub. jed.

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 1. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

PRIMJER 2.

OBAVEZNI ZADATAK:

1. Isključivo primjenom Cramerova pravila riješite sustav:

$$\begin{aligned} 10 \cdot x - 37 \cdot y + 22 \cdot z &= 34, \\ 19 \cdot x + 93 \cdot y - 34 \cdot z &= -87, \\ 29 \cdot x - 61 \cdot y + 53 \cdot z &= 77. \end{aligned}$$

Rezultat: $(x, y, z) = (-1, 0, 2)$.

OSTALI ZADATCI:

1. Napišite eksponencijalni oblik onoga rješenja jednadžbe $z^3 + 2 + 2 \cdot i = 0$ koje pripada četvrtom kvadrantu Gaussove ravnine, pa potom dotično rješenje prikažite grafički.

Rezultat: $z = 1 - i$. Tom kompleksnom broju pridružena je točka $(1, -1)$.

2. U Gaussovoj ravnini prikažite skup $S = \{z \in C : |z - 2 + i| \leq 2\}$.

Rezultat: Zatvoreni krug sa središtem u točki $(2, -1)$ i polumjerom $r = 2$.

3. Elementi gornjetrokutaste matrice A reda 3 definirani su propisom

$$a_{ij} = i - j + 1, \text{ za svaki } j = 1, 2, 3 \text{ i svaki } i \geq j.$$

Pokažite da je A regularna matrica, pa izračunajte njezin inverz.

Rezultat: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Stoga je $\det(A) = 1$, pa je A regularna matrica. Njezin inverz je $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Izračunajte kut između radijvektora $\vec{a} = (3,\ 4,\ 5)$ i $\vec{b} = (-3,\ -4,\ 0)$, te ga izrazite u radijanima.

Rezultat: $\varphi = \frac{3}{4} \cdot \pi$ radijana.

5. Pokažite da je skup $S = \{(5, 6, 1), (7, 11, 0), (5, 8, 0)\}$ baza prostora $V^3(O)$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

Rezultat: Skup S se očito sastoji od tri različita radijvektora čiji je mješoviti umnožak ± 1 (ovisno o poretku radijvektora). Stoga je skup S linearno nezavisan tročlani skup, pa slijedi tvrdnja.