



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

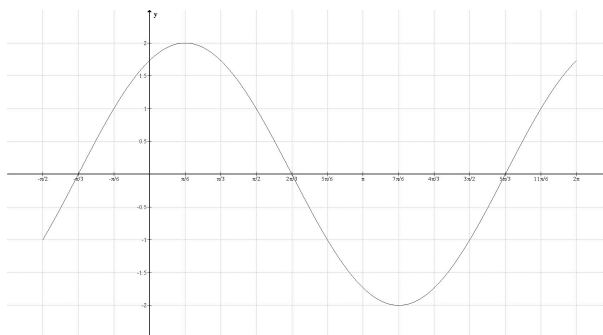
(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

PRIMJER 1.

OBAVEZNI ZADATAK:

1. Odredite amplitudu, kružnu frekvenciju, fazni pomak, temeljni period i najmanju strogo pozitivnu nultočku harmonijske funkcije $f(t) = 2 \cdot \sin\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$, pa nacrtajte graf te funkcije na segmentu $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{5}{3} \cdot \pi\right]$.

Rezultat: $A = 2$, $\omega = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$, $T = 2 \cdot \pi$, $x_0 = \frac{2}{3} \cdot \pi$. Graf zadane funkcije prikazan je na Slici 1.



Slika 1.

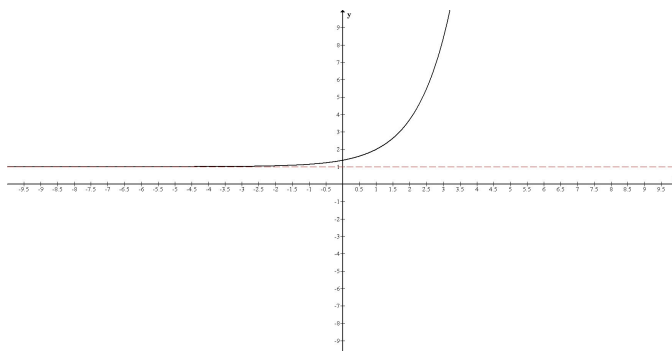
OSTALI ZADATCI:

1. Odredite prirodno područje definicije realne funkcije $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$.

Rezultat: $D_g = \mathbf{R} \setminus (-1, 2]$.

2. Zadana je realna funkcija $h(x) = \ln(x-1) + 1$. Odredite propis i nacrtajte graf funkcije $h^{-1}(x)$.

Rezultat: $h^{-1}(x) = e^{x-1} + 1$. Graf funkcije h^{-1} prikazan je na Slici 2. (Crtkano je nacrtana asimptota grafa funkcije h^{-1} .)



Slika 2.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

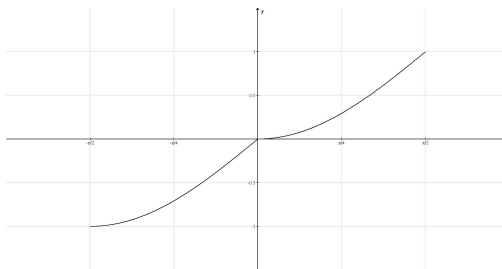
3. Prikažite nepravu racionalnu funkciju $f_1(x) = \frac{2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1}{x^2 + 4}$ u obliku zbroja polinoma i prave racionalne funkcije.

Rezultat: $f_1(x) = 2 \cdot x + 3 - \frac{6 \cdot x + 11}{x^2 + 4}$.

4. Nacrtajte graf funkcije $f_2: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}$ definirane propisom:

$$f_2(t) = \begin{cases} \sin t, & \text{za } t \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right], \\ 1 - \cos t, & \text{za } t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

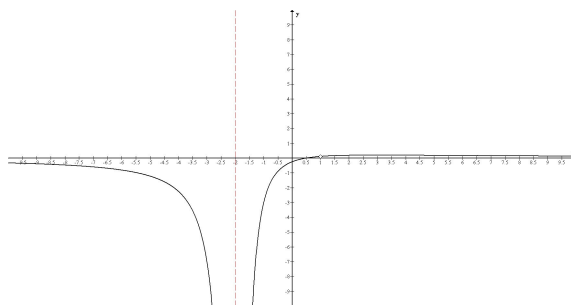
Rezultat: Vidjeti Sliku 3.



Slika 3.

5. Odredite prirodno područje definicije, nultočke i polove prave racionalne funkcije f definirane propisom $f(x) = \frac{2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1}{(x+2)^2 \cdot (x-1)}$. Klasificirajte polove s obzirom na red i uklonjivost, pa skicirajte kvalitativni graf zadane funkcije.

Rezultati: $D_f = \mathbf{R} \setminus \{-2, 1\}$, $N_f = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. Pol $x = 1$ je reda 1 i uklonjiv je, a pol $x = -2$ je reda 2 i neuklonjiv je. Graf zadane funkcije prikazan je na Slici 4. (Crtkano je izvučena vertikalna asimptota $x = -2$.)



Slika 4.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

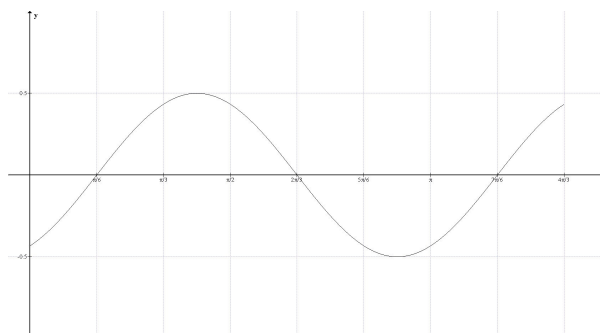
(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

PRIMJER 2.

OBAVEZNI ZADATAK:

1. Odredite amplitudu, kružnu frekvenciju, fazni pomak, temeljni period i najmanju strogo pozitivnu nultočku harmonijske funkcije $f(t) = \frac{1}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$, pa nacrtajte graf te funkcije na segmentu $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{7}{6} \cdot \pi\right]$.

Rezultat: $A = \frac{1}{2}$, $\omega = 2$, $\varphi = -\frac{\pi}{3}$, $T = \pi$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Graf zadane funkcije prikazan je na Slici 5.



Slika 5.

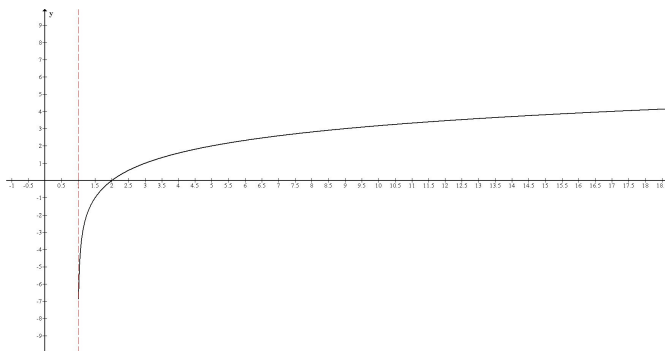
OSTALI ZADATCI:

1. Odredite prirodno područje definicije realne funkcije $g(x) = \sqrt[3]{\frac{\ln x}{2 - x - x^2}}$.

Rezultat: $D_g = \langle 0, +\infty \rangle \setminus \{1\}$.

2. Zadana je realna funkcija $h(x) = 2^x + 1$. Odredite propis i nacrtajte graf funkcije $h^{-1}(x)$.

Rezultat: $h^{-1}(x) = \log_2(x - 1)$. Graf funkcije h^{-1} prikazan je na Slici 6. (Crkano je nacrtana asimptota grafa funkcije h^{-1} .)



Slika 6.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

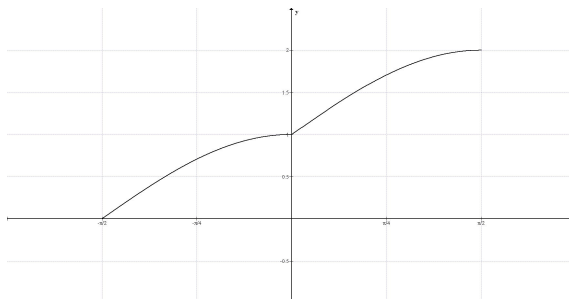
3. Prikažite nepravu racionalnu funkciju $f_1(x) = \frac{x^3 - x^2 + 3 \cdot x - 1}{2 \cdot x^2 + 1}$ u obliku zbroja polinoma i prave racionalne funkcije.

Rezultat: $f_1(x) = \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \cdot x + 1}{2 \cdot x^2 + 1}$.

4. Nacrtajte graf funkcije $f_2 : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}$ definirane propisom:

$$f_2(t) = \begin{cases} \cos t, & \text{za } t \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right], \\ 1 + \sin t, & \text{za } t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

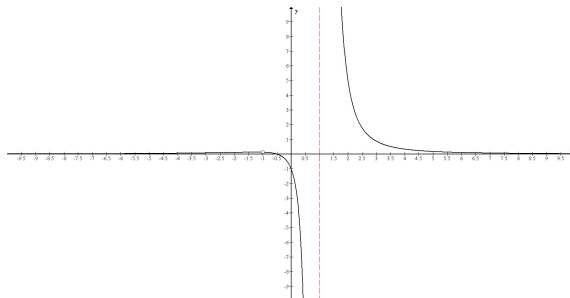
Rezultat: Vidjeti Sliku 7.



Slika 7.

5. Odredite prirodno područje definicije, nultočke i polove prave racionalne funkcije f definirane propisom $f(x) = \frac{2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1}{(x-1)^3 \cdot (x+1)}$. Klasificirajte polove s obzirom na red i uklonjivost, pa skicirajte kvalitativni graf zadane funkcije. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

Rezultati: $D_f = \mathbf{R} \setminus \{-1, 1\}$, $N_f = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Pol $x = -1$ je reda 1 i uklonjiv je, a pol $x = 1$ je reda 3 i neuklonjiv je. Graf zadane funkcije prikazan je na Slici 8. (Crtkano je izvučena vertikalna asimptota $x = 1$.)



Slika 8.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

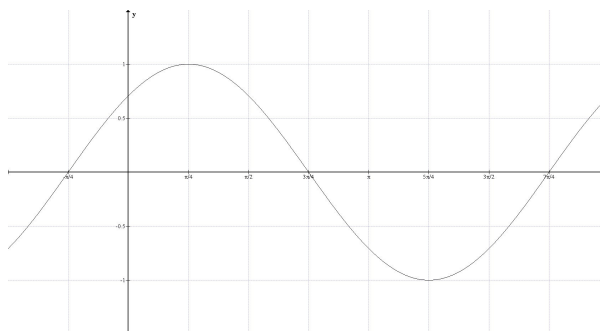
(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

PRIMJER 3.

OBAVEZNI ZADATAK:

1. Odredite amplitudu, kružnu frekvenciju, fazni pomak, temeljni period i najmanju strogo pozitivnu nultočku harmonijske funkcije $f(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$, pa nacrtajte graf te funkcije na segmentu $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{7}{4} \cdot \pi\right]$.

Rezultat: $A = \omega = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $T = 2 \cdot \pi$, $x_0 = \frac{3}{4} \cdot \pi$. Graf zadane funkcije prikazan je na Slici 9.



Slika 9.

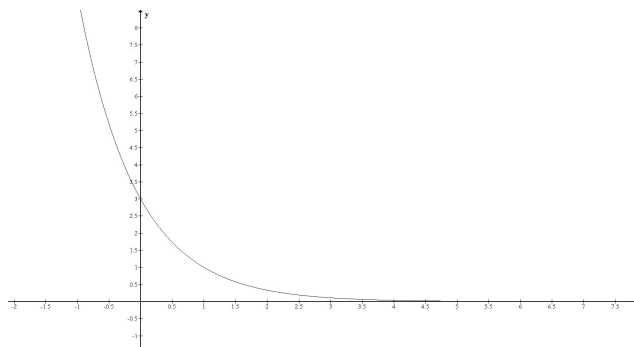
OSTALI ZADATCI:

1. Odredite prirodno područje definicije realne funkcije $g(x) = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+5}}{\sqrt{12-x-x^2}}$.

Rezultat: $D_g = (-4, 2]$.

2. Zadana je realna funkcija $h(x) = 1 - \log_3 x$. Odredite propis i nacrtajte graf funkcije $h^{-1}(x)$.

Rezultat: $h^{-1}(x) = 3^{1-x}$. Graf funkcije h^{-1} prikazan je na Slici 10.



Slika 10.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 1

(namijenjeni rješavanju na demonstraturama)

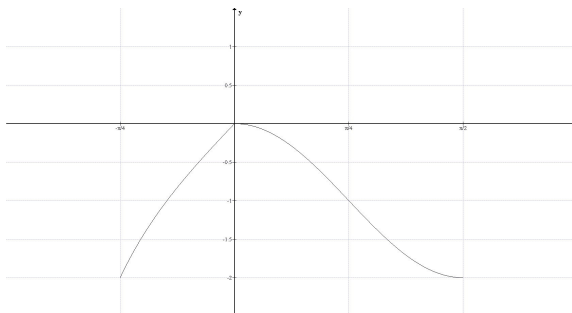
3. Prikažite nepravu racionalnu funkciju $f_1(x) = \frac{1-x^5}{x^2+2}$ u obliku zbroja polinoma i prave racionalne funkcije.

Rezultat: $f_1(x) = -x^3 + x + \frac{1-x}{x^2+1}$.

4. Nacrtajte graf funkcije $f_2 : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}$ definirane propisom:

$$f_2(t) = \begin{cases} 2 \cdot \operatorname{tg} t, & \text{za } t \in \left[-\frac{\pi}{4}, 0\right], \\ \cos(2 \cdot t) - 1, & \text{za } t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

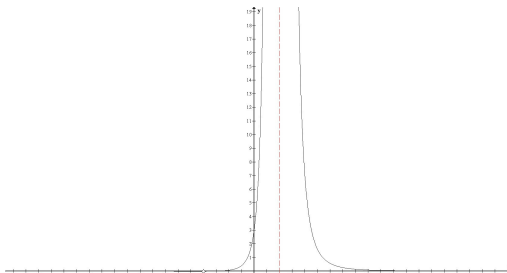
Rezultat: Vidjeti Sliku 11.



Slika 11.

5. Odredite prirodno područje definicije, nultočke i polove prave racionalne funkcije f definirane propisom $f(x) = \frac{2 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 6}{(x-1)^4 \cdot (x+2)}$. Klasificirajte polove s obzirom na red i uklonjivost, pa skicirajte kvalitativni graf zadane funkcije. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

Rezultati: $D_f = \mathbf{R} \setminus \{-2, 1\}$, $N_f = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. Pol $x = -2$ je reda 1 i uklonjiv je, a pol $x = 1$ je reda 4 i neuklonjiv je. Graf zadane funkcije prikazan je na Slici 12. (Crtkano je izvučena vertikalna asimptota $x = 1$.)



Slika 12.