TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

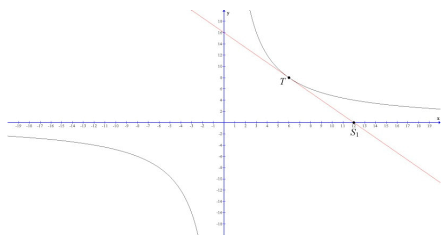
MATEMATIKA 1

zadatci namijenjeni rješavanju na demonstraturama (grupe D i E)

poglavlje: **TANGENTA I NORMALA NA RAVNINSKU KRIVULJU.**

1. Izračunajte duljinu tangente povučene na krivulju zadanu jednadžbom $x \cdot y = 48$ u točki $T = (6, y_T)$ te krivulje.

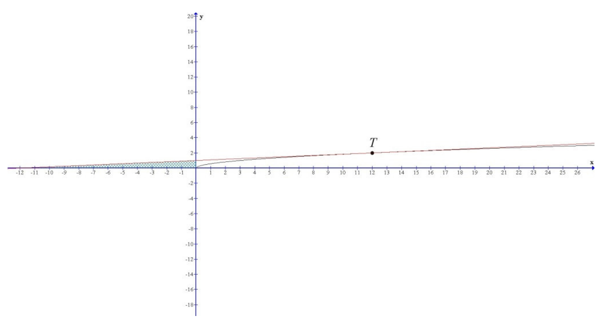
Rezultat: $d = 10$. (Vidjeti Sliku 1.)



Slika 1.

2. Zadana je krivulja $y = \sqrt{\frac{x}{3}}$. Odredite površinu trokuta kojega tangenta povučena na zadanu krivulju u točki $T = (x_T, 2)$ zatvara s objema koordinatnim osima.

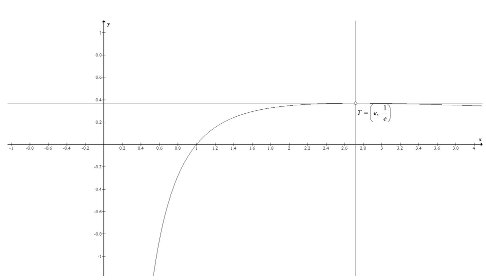
Rezultat: $P = 6$ kv. jed. (vidjeti Sliku 2.)



Slika 2.

3. Odredite duljinu normale povučene na krivulju $y = \frac{\ln x}{x}$ u točki čija je apscisa $x = e$.

Rezultat: $d = e$. (Vidjeti Sliku 3.)



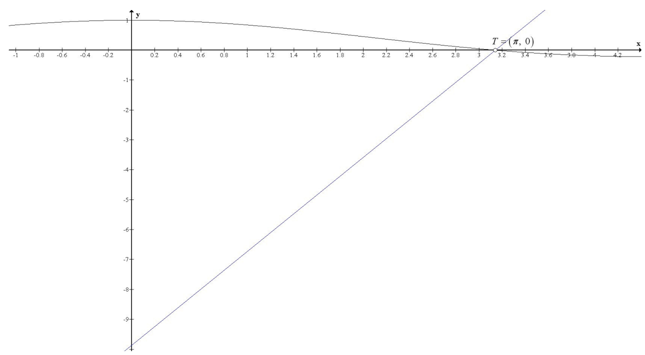
Slika 3.

MATEMATIKA 1

zadatci namijenjeni rješavanju na demonstraturama (grupe D i E)

4. Izračunajte površinu trokuta kojega normala povučena na krivulju $y = \frac{\sin x}{x}$ u točki s apscisom $x = \pi$ zatvara s objema koordinatnim osima.

Rezultat: $P = \frac{1}{2} \cdot \pi^3$ kv. jed. (Vidjeti Sliku 4.)



Slika 4.

poglavlje: **EKSTREMI REALNE FUNKCIJE JEDNE REALNE VARIJABLE.**

1. Ispitajte postoje li ekstremi polinoma $p(x) = 2 \cdot x^3 - 6 \cdot x^2 - 18 \cdot x + 30$. Ako postoje, odredite ih i klasificirajte (tj. utvrdite je li riječ o lokalnim ili globalnim ekstremima).

Rezultat: p ima lokalni minimum -24 za $x = 3$, a lokalni maksimum 40 za $x = -1$.

2. Ispitajte postoje li ekstremi polinoma $p(x) = -4 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 2$. Ako postoje, odredite ih i klasificirajte (tj. utvrdite je li riječ o lokalnim ili globalnim ekstremima).

Rezultat: p ima lokalni minimum -3 za $x = -1$ i lokalni maksimum $\frac{15}{4}$ za $x = \frac{1}{2}$.

3. Ispitajte postoje li ekstremi realne funkcije $f(x) = \frac{9 \cdot \left(x^2 + 1\right)}{x^2 - 9}$. Ako postoje, odredite ih i klasificirajte (tj. utvrdite je li riječ o lokalnim ili globalnim ekstremima).

Rezultat: f ima lokalni maksimum -1 za $x = 0$.

4. Ispitajte postoje li ekstremi realne funkcije $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$. Ako postoje, odredite ih i klasificirajte (tj. utvrdite je li riječ o lokalnim ili globalnim ekstremima).

Rezultat: f ima globalni minimum $-\frac{1}{e^2}$ za $x = e^2$.

MATEMATIKA 1

zadatci namijenjeni rješavanju na demonstraturama (grupe D i E)

5. Odredite globalne ekstreme funkcije $f : [0, \pi] \to \mathbf{R}$ definirane propisom

$$f(x) = x \cdot \sin x + \cos x.$$

Rezultat: f ima globalni minimum –1 za $x = \pi$ i globalni maksimum $\frac{\pi}{2}$ za $x = \frac{\pi}{2}$.

6. Odredite globalne ekstreme funkcije $f : [-1, 1]. \to \mathbf{R}$ definirane propisom

$$f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \cdot \ln\left(x^2 + 1\right).$$

Rezultat: f ima lokalni minimum 0 za $x = 0$, te globalni maksimum $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cdot \ln 2$ za $x = -1$ i $x = 1$.

7. Odredite globalne ekstreme funkcije $f : [-2, 1] \to \mathbf{R}$ definirane propisom

$$f(x) = -\frac{x^2 + x + 1}{e^x}.$$

Rezultat: f ima globalni minimum $-3 \cdot e^2$ za $x = -2$, te globalni maksimum –1 za $x = 0$.

8. Odredite globalne ekstreme funkcije $f : [1, e] \to \mathbf{R}$ definirane propisom

$$f(x) = -\ln^2 x + x \cdot \ln x - x.$$

Rezultat: f ima globalni minimum –1 za $x = 1$ i $x = e$, te globalni maksimum $2 \cdot \ln 2 - \ln^2 2 - 2$ za $x = 2$.