



| | | | |
|---|---|---|--|
|  TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE | ZAVOD ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE KATEDRA ZA MATEMATIKU | Matematika 1 (preddiplomski stručni studij elektrotehnike) | zadaci za grupne konzultacije 15.12.2015. |
|---|---|---|--|

1. Pokažite da niti jedna normala povučena na krivulju $y = \sqrt{\frac{1}{1-x^2}}$ ne prolazi ishodištem.
2. Odredite sve točke krivulje $y^2 = 2 \cdot x^3$ u kojima je tangenta okomita na pravac $p \dots 4 \cdot x - 3 \cdot y + 2 = 0$.
3. Izračunajte površinu trokuta kojega tangenta na krivulju $y = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ povučena u točki $T = (1, y)$ zatvara s objema koordinatnim osima.
4. U točki $T = (1, y < 0)$ krivulje $y^2 = 2 \cdot (x+1)$ povučena je normala na krivulju. Izračunajte površinu trokuta kojega ta normala zatvara s objema koordinatnim osima.
5. Na krivulju $y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \ln x$ povučena je normala u točki s apscisom $x = 1$. Izračunajte površinu trokuta kojega ta normala zatvara s koordinatnim osima.
6. Na ravninsku krivulju $\begin{cases} x = t \cdot \ln t, \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$ povučena je tangenta u ishodištu pravokutnoga koordinatnoga sustava. Napišite jednadžbu te tangente.
7. Napišite jednadžbu tangente povučene na krivulju $\ln(x+y) = x \cdot y$ u njezinu sjecištu s osi ordinata.
8. U točki $T = (1, y > 0)$ krivulje $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 4$ povučena je tangenta na krivulju. Izračunajte duljinu odsječka te tangente između obiju koordinatnih osi.
9. Zadane su krivulje $x \cdot y = 4$ i $x^2 - y^2 = 15$. Pokažite da su tangente na te krivulje povučene u bilo kojem njihovom sjecištu međusobno okomite.
10. U točki $T = (-6, y > 0)$ krivulje $y^2 + x + y = 0$ povučena je tangenta na krivulju. Izračunajte duljinu odsječka kojega ta tangenta odsijeca na osi apscisa.

| | | | |
|---|---|--|--|
|  TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE | ZAVOD ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE KATEDRA ZA MATEMATIKU | Matematika 1 (prediplomski stručni studij elektrotehnike) | zadaci za grupne konzultacije 15.12.2015. |
|---|---|--|--|

REZULTATI ZADATAKA

1. Primijetimo da je prirodno područje definicije pripadne realne funkcije skup $\langle -1, 1 \rangle$.
 Budući da je $-\frac{1}{y'} = \frac{(x^2 - 1) \cdot \sqrt{1 - x^2}}{x} \neq 0$ za svaki $x \in \langle -1, 1 \rangle$, slijedi tvrdnja.
2. $T = \left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16} \right)$.
3. $P = \left(\ln 2 + \frac{1}{2} \right)^2$ kv. jed.
4. $P = 4$ kv. jed.
5. $P = 1$ kv. jed.
6. $y = x$.
7. $y = 1$.
8. $l = 8$.
9. Neka je $S = (x_S, y_S)$ bilo koje sjecište tih krivulja. Koeficijenti smjerova tangenata povučenih na krivulje u točki S su $k_1 = -\frac{y_S}{x_S}$ i $k_2 = \frac{x_S}{y_S}$. Lako se provjeri jednakost $k_1 \cdot k_2 = -1$, pa slijedi tvrdnja.
10. $d = 4$.