TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

OBIČNE DIFERENCIJALNE JEDNADŽBE 1. REDA

1. Isključivo deriviranjem provjerite da je skup S opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe ODJ i navedite neko partikularno rješenje te jednadžbe ako je:

a) $S = \left\{ \frac{t}{2} \cdot (C + \ln^2 t) : C \in \mathbf{R} \right\}$, $ODJ\ldots\ t \cdot y' - y = t \cdot \ln t$;

b) $S = \left\{ \frac{C + t^2}{2 \cdot e^t} : C \in \mathbf{R} \right\}$, $ODJ\ldots\ e^t \cdot (y' + y) = t$;

c) $S = \left\{ C_1 \cdot \sin t + C_2 \cdot \cos t - \frac{1}{2} \cdot t \cdot \cos t : C_1, C_2 \in \mathbf{R} \right\}$, $ODJ\ldots\ y'' + y = \sin t$;

d) $S = \left\{ C_1 \cdot e^t + C_2 \cdot e^{-t} - \frac{1}{2} \cdot \cos t : C_1, C_2 \in \mathbf{R} \right\}$, $ODJ\ldots\ y'' - y = \cos t$.

2. Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

a) $\begin{cases} (x^2 + 1) \cdot y \cdot dy - \operatorname{arctg} x \cdot dx = 0, \\ y(0) = 0; \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sin(2 \cdot x) \cdot dy - 2 \cdot y \cdot dx = 0, \\ y(0) = 0; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \cdot dy - y \cdot (x + 1) \cdot dx = 0 \\ y(0) = 0; \end{cases}$

d) $\begin{cases} x \cdot dy + (1 - x \cdot \operatorname{ctg} x) \cdot y \cdot dx = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}. \end{cases}$

3. Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

a) $\begin{cases} x \cdot y' + y = \sin x; \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0. \end{cases}$

b) $\begin{cases} y' + 2 \cdot y = e^{2 \cdot x} \\ y(0) = \frac{1}{4}; \end{cases}$

c) $\begin{cases} \operatorname{tg} x \cdot y' - y = 1 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \end{cases}$

d) $\begin{cases} \operatorname{ctg} x \cdot y' + 2 \cdot y = 2 \\ y(0) = 2. \end{cases}$

4. Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

a) $\begin{cases} x^2 \cdot (x \cdot y' - y) = y^2, \\ y(1) = 1; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \cdot (y' + y^2) = y, \\ y(1) = 2; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \cdot (y' - y^2) + y = 0, \\ y(e) = -\dfrac{1}{e}; \end{cases}$

d) $\begin{cases} x \cdot y' + y = \sqrt{x \cdot y}, \\ y(-1) = 0. \end{cases}$

5. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 1)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera tangente u svakoj točki te krivulje dvostruko veći od omjera ordinate i apscise te točke.

6. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (0, -1)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera tangente u svakoj točki te krivulje dvostruko manji od razlike apscise i ordinate te točke.

7. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (e, 1)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera bilo koje njezine normale jednak geometrijskoj sredini koordinata sjecišta te normale i krivulje.

8. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 2)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera normale u svakoj točki te krivulje jednak umnošku obiju koordinata te točke.

9. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 2)$ i ima svojstvo da je odsječak koji na osi ordinata odsijeca bilo koja njezina normala dvostruko veći od ordinate sjecišta te normale i krivulje.

10. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 2)$ i ima svojstvo da bilo koja tangenta te krivulje na osi ordinata odsijeca odsječak jednak razlici apscise i ordinate dirališta te tangente.

11. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (-1, -2)$ i ima svojstvo da bilo koja tangenta te krivulje na osi ordinata odsijeca odsječak dvostruko veći od razlike apscise i ordinate dirališta te tangente.

12. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 1)$ i ima svojstvo da je umnožak odsječka kojega bilo koja normala te krivulje odsijeca na osi apscisa i apscise sjecišta te normale i zadane krivulje jednak kvadratu ordinate sjecišta normale i krivulje.

13. Odredite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = \left(1, \dfrac{1}{2}\right)$ i ima svojstvo da je odsječak koji na osi ordinata odsijeca bilo koja njezina tangenta jednak kvadratu ordinate dirališta te tangente.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

REZULTATI ZADATAKA

2.

a) $y = \text{arctg}\, x$;
b) $y = \text{tg}\, x$;
c) $y = x \cdot e^x$;
d) $y = \dfrac{\sin x}{x}$.

3.

a) $y = -\dfrac{\cos x}{x}$;
b) $y = \dfrac{1}{4} \cdot e^{2 \cdot x}$;
c) $y = \sin x - 1$;
d) $y = 1 + \cos^2 x$.

4.

a) $y = x^2$;
b) $y = \dfrac{2}{x}$;
c) $y = -\dfrac{1}{x \cdot \ln x}$;
d) $y = \dfrac{(x+1)^2}{4 \cdot x}$.

5. $y = x^2$.

6. $y = e^{-\frac{x}{2}} + x - 2$.

7. $y = (3 - 3\sqrt{x})^{\frac{2}{3}}$.

8. $y = \sqrt{4 - 2 \cdot \ln x}$.

9. $y = \sqrt{x^2 + 3}$.

10. $y = x^2 + x$.

11. $y = x^3 + x$.

12. $x^2 - y^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \ln x = 0$.

13. $y = \dfrac{x}{x+1}$.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

OBIČNE DIFERENCIJALNE JEDNADŽBE 2. REDA

1. Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme (bez primjene Laplaceove transformacije):

a) $\begin{cases} y'' - 2\cdot y' - 8\cdot y = 0, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 8; \end{cases}$

b) $\begin{cases} y'' + y' - 12\cdot y = 0, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = -1; \end{cases}$

c) $\begin{cases} y'' - 10\cdot y' + 25\cdot y = 0 \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1; \end{cases}$

d) $\begin{cases} y'' + 16\cdot y' + 64\cdot y = 0 \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -9; \end{cases}$

e) $\begin{cases} y'' + 9\cdot y = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \\ y'\left(\frac{3}{2}\cdot\pi\right) = -3; \end{cases}$

f) $\begin{cases} y'' + 100\cdot y = 0 \\ y(\pi) = -1, \\ y'(2\cdot\pi) = 20. \end{cases}$

2. Bez primjene Laplaceove transformacije riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

a) $\begin{cases} y'' - 4\cdot y' + 3\cdot y = 3\cdot x - 7 \\ y(1) = 0, \\ y'(3) = 1; \end{cases}$

b) $\begin{cases} y'' - y' - 2\cdot y = 2\cdot(1 - x - x^2) \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -1; \end{cases}$

c) $\begin{cases} y'' + 5\cdot y' + 4\cdot y = 18\cdot e^{2\cdot x} \\ y(\ln 2) = 4, \\ y'(0) = 2; \end{cases}$

d) $\begin{cases} y'' + y' - 2\cdot y = 72\cdot e^{-5\cdot x} \\ y(0) = 5, \\ y'(0) = -19; \end{cases}$

e) $\begin{cases} y''-2\cdot y'+y+8\cdot e^{-x}=0 \\ y(0)=-2, \\ y'(0)=3; \end{cases}$

f) $\begin{cases} y''+8\cdot y'-9\cdot y=16\cdot\cos x-20\cdot\sin x \\ y(0)=1, \\ y'(0)=3; \end{cases}$

3. <u>Isključivo primjenom Laplaceove transformacije</u> riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

a) $\begin{cases} y''+y'+y=x+6, \\ y(0)=5, \\ y'(0)=1; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 9\cdot y''+2\cdot y+2\cdot x^2=0, \\ y(0)=9, \\ y'(0)=0; \end{cases}$

c) $\begin{cases} y''+y'=2\cdot x+1, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=-1; \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2\cdot y''+3\cdot y'=9\cdot x^2-8, \\ y(0)=y'(0)=0; \end{cases}$

e) $\begin{cases} y''-y'+2\cdot y=2\cdot e^{x}, \\ y(0)=2, \\ y'(0)=0; \end{cases}$

f) $\begin{cases} y''+2\cdot y'+24\cdot e^{2\cdot x}=0, \\ y(0)=1, \\ y'(0)=-14; \end{cases}$

g) $\begin{cases} y''+y'-y+5\cdot\sin x=0, \\ y(0)=1, \\ y'(0)=2; \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2\cdot y''-2\cdot y'+5\cdot y=13\cdot\cos x, \\ y(0)=3, \\ y'(0)=-2; \end{cases}$

i) $\begin{cases} y''-y'=2\cdot e^{x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=2; \end{cases}$

j) $\begin{cases} y''+y=8\cdot\cos x, \\ y(0)=y'(0)=0; \end{cases}$

k) $\begin{cases} y''+y+6\cdot\sin x=0, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=3. \end{cases}$

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

REZULTATI ZADATAKA

1.

a) $y = 2 \cdot e^{4 \cdot x}$;
b) $y = e^{-4 \cdot x} + e^{3 \cdot x}$;
c) $y = x \cdot e^{5 \cdot x}$;
d) $y = (1 - x) \cdot e^{-8 \cdot x}$;
e) $y = \cos(3 \cdot x) - \sin(3 \cdot x)$;
f) $y = 2 \cdot \sin(10 \cdot x) - \cos(10 \cdot x)$.

2.

a) $y = x - 1$;
b) $y = x^2 + e^{-x}$.
c) $y = e^{2 \cdot x}$.
d) $y = e^x + 4 \cdot e^{-5 \cdot x}$.
e) $y = x \cdot e^x - 2 \cdot e^{-x}$.
f) $y = e^x + 2 \cdot \sin x$.

3. **a)** $y = x + 5$;
b) $y = 9 - x^2$;
c) $y = x^2 - x$;
d) $y = x^3 - 2 \cdot x^2$;
e) $y = e^x + e^{-x}$;
f) $y = 4 \cdot e^{-2 \cdot x} - 3 \cdot e^{2 \cdot x}$;
g) $y = 2 \cdot \sin x + \cos x$;
h) $y = 3 \cdot \cos x - 2 \cdot \sin x$;
i) $y = 2 \cdot x \cdot e^x$;
j) $y = 4 \cdot x \cdot \sin x$;
k) $y = 3 \cdot x \cdot \cos x$.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

1. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA

<u>OBAVEZNI ZADATAK:</u> Odredite opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe

$$y'' - 20 \cdot y' + 221 \cdot y = 0.$$

1. <u>Isključivo deriviranjem</u> provjerite da je funkcija $y = x \cdot \ln(2011 \cdot x) + 2011$ partikularno rješenje obične diferencijalne jednadžbe

$$x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = 2011.$$

2. Napišite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 0)$ tako da bilo koja njezina tangenta na osi ordinata odsijeca odsječak dvostruko manji od razlike apscise i ordinate dirališta te tangente.

3. <u>Isključivo pomoću Laplaceovih transformata</u> riješite sljedeći Cauchyjev problem:

$$\begin{cases} 2 \cdot y'' - 3 \cdot y' + y = x - 3, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

4. $\begin{cases} 10 \cdot x^3 \cdot y' = 10 \cdot x^2 \cdot y - y^2, \\ y(1) = -10. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5 \cdot x \cdot y' - y = 3 \cdot \sqrt{x}, \\ y(1) = 3. \end{cases}$

6. $\begin{cases} y'' + 4 \cdot y + 4 \cdot \sin(2 \cdot x) = 0, \\ y(\pi) = \pi, \\ y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -1. \end{cases}$

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

REZULTATI ZADATAKA

OBAVEZNI ZADATAK: $y = e^{10 \cdot x} \cdot \left[C_1 \cdot \cos(11 \cdot x) + C_2 \cdot \sin(11 \cdot x)\right], C_1, C_2 \in \mathbf{R}$

1. Budući da je $y' = \ln(2011 \cdot x) + 1$ i $y'' = \frac{1}{x}$, slijedi:

$$x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = x^2 \cdot \frac{1}{x} - x \cdot \ln(2011 \cdot x) - x + x \cdot \ln(2011 \cdot x) + 2011 = 2011,$$

što dokazuje tvrdnju.

2. $y = x \cdot \sqrt{x} + x$.

3. $y = x + e^x$.

4. $y = (-10) \cdot x^2$.

5. $y = 2 \cdot \sqrt{x} + \sqrt[5]{x}$.

6. $y = x \cdot \cos(2 \cdot x)$.

TVŽ

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

2. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA

<u>**OBAVEZNI ZADATAK:**</u> Odredite opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe $y'' + 14 \cdot y' + 49 \cdot y = 0$.

1. <u>Isključivo deriviranjem</u> provjerite da je skup $S = \{\ln^2 x + C_1 \cdot \ln x + C_2 : C_1, C_2 \in \mathbf{R}\}$ opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe

$$x^3 \cdot y'' + x^2 \cdot y' = 2 \cdot x.$$

2. <u>Isključivo pomoću Laplaceovih transformata</u> riješite Cauchyjev problem:

$$\begin{cases} y'' - y' - 6 \cdot y + 10 \cdot e^{-2 \cdot x} = 0, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

3. Napišite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $A = (1, 1)$ tako da dužina određena diralištem bilo koje tangente tražene krivulje i sjecištem te tangente s osi x ima polovište u sjecištu te tangente s osi y.

Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

4. $\begin{cases} x^4 \cdot y' + x^3 \cdot y + y^2 = 0, \\ y(1) = -4. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x \cdot y' - x \cdot y = x - y, \\ y(-1) = 0. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4 \cdot y'' + y = 4 \cdot \cos \dfrac{x}{2}, \\ y(\pi) = \pi,\ y'(\pi) = 1. \end{cases}$

<u>REZULTATI ZADATAKA</u>

<u>**OBAVEZNI ZADATAK:**</u> $y = (C_1 \cdot x + C_2) \cdot e^{-7 \cdot x}$, $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$.

1. $y' = \dfrac{C_1 + 2 \cdot \ln x}{x}$, $y'' = \dfrac{2 - C_1 - 2 \cdot \ln x}{x^2} \Rightarrow x^3 \cdot y'' + x^2 \cdot y' = 2 \cdot x$.

2. $y = 2 \cdot x \cdot e^{-2 \cdot x}$.

3. $y = \sqrt{x}$.

4. $y = -4 \cdot x^3$.

5. $y = -1 - \dfrac{1}{x}$.

6. $y = x \cdot \sin \dfrac{x}{2}$.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

3. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA

OBAVEZNI ZADATAK: Odredite opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe $y'' - 3 \cdot y' - 10 \cdot y = 0$.

1. Isključivo deriviranjem provjerite da je funkcija $y = x \cdot \ln x + \frac{1}{x}$ partikularno rješenje obične diferencijalne jednadžbe

$$x^3 \cdot y'' - x^2 \cdot y' + x \cdot y = 4.$$

2. Isključivo pomoću Laplaceovih transformata riješite Cauchyjev problem:

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \cdot e^x, \\ y(0) = 7, \\ y'(0) = 8. \end{cases}$$

3. Napišite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $T = (1, 1)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera normale povučene u bilo kojoj njezinoj točki jednak količniku apscise i ordinate pripadnoga dirališta. Potom nacrtajte dobivenu krivulju.

Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme bez primjene Laplaceovih transformacija:

4. $\begin{cases} \cos(2 \cdot x) \cdot y' + 2 \cdot \sin(2 \cdot x) \cdot y = 2, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 7 \cdot (y' + y) = (x - 1) \cdot y^2, \\ y(7) = 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} (x^2 + 1) \cdot y' = x \cdot y, \\ y\left(\sqrt{3}\right) = 2. \end{cases}$

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

4. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA

OBAVEZNI ZADATAK: Odredite opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe $y'' + 6 \cdot y' + 13 \cdot y = 0$.

1. Isključivo deriviranjem provjerite da je funkcija $y = (1 - e^x) \cdot x - 2012$ partikularno rješenje obične diferencijalne jednadžbe

$$(x + 1) \cdot y'' - (x + 2) \cdot y' + x + 2 = 0.$$

2. Isključivo pomoću Laplaceovih transformata riješite Cauchyjev problem:

$$\begin{cases} y'' + y' + y = \cos x, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

3. Napišite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $T = (1, 1)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera bilo koje njezine tangente geometrijska sredina koordinata pripadnoga dirališta. (*Napomena*: Geometrijska sredina strogo pozitivnih realnih brojeva x i y je broj $\sqrt{x \cdot y}$.)

Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme bez primjene Laplaceovih transformacija:

4. $\begin{cases} \text{ch}(2 \cdot x) \cdot y' - 2 \cdot \text{sh}(2 \cdot x) \cdot y = 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2 \cdot y' + y + \dfrac{1}{y} = 0, \\ y(-\ln 2) = 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x \cdot y \cdot y' = x^2 + 1, \\ y(1) = 1. \end{cases}$

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

5. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA

OBAVEZNI ZADATAK: Odredite opće rješenje obične diferencijalne jednadžbe $y'' + 12 \cdot y' + 36 \cdot y = 0$.

1. Isključivo deriviranjem provjerite da je funkcija $y = \frac{1}{3} \cdot x^2 + x + \frac{1}{x}$ partikularno rješenje obične diferencijalne jednadžbe

$$x^2 \cdot y'' + x \cdot y' - y = x^2.$$

2. Isključivo pomoću Laplaceovih transformata riješite Cauchyjev problem:

$$\begin{cases} y'' - y = 4 \cdot \dfrac{x}{e^x}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

3. Napišite jednadžbu krivulje koja prolazi točkom $T = (1, 2)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera normale povučene u bilo kojoj njezinoj točki dvostruko veći od umnoška apscise i ordinate pripadnoga dirališta.

Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme bez primjene Laplaceovih transformacija:

4. $$\begin{cases} \operatorname{ch}\dfrac{x}{2} \cdot y - 2 \cdot \operatorname{sh}\dfrac{x}{2} \cdot y' = 1, \\ y(2 \cdot \ln 2) = \dfrac{5}{4}. \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} y' - 1 = 2 \cdot \dfrac{y}{x}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} y' \cdot \operatorname{tg} x = y \cdot \ln y, \\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = e. \end{cases}$$

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

REZULTATI ZADATAKA

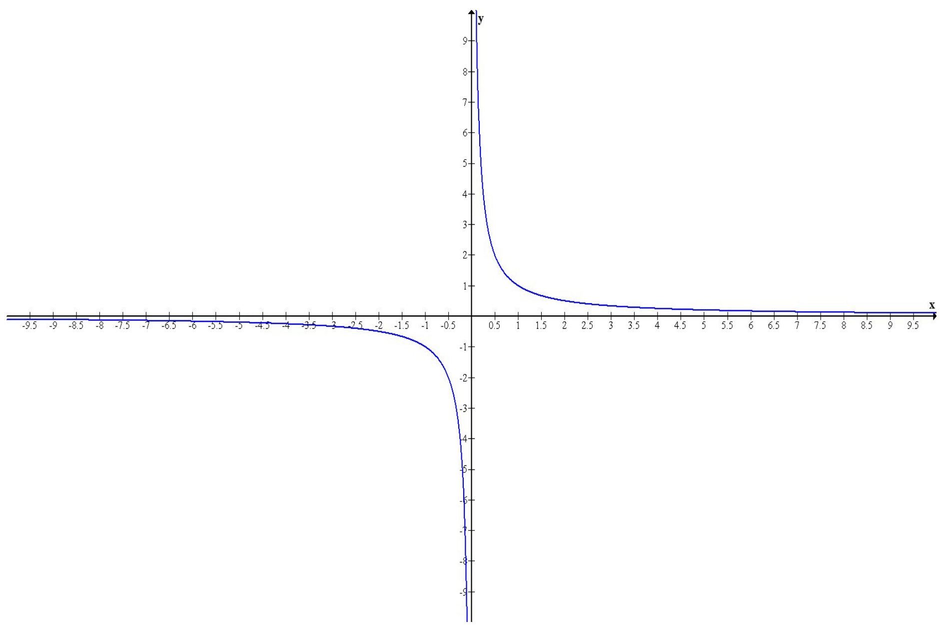
3. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA

OBAVEZNI ZADATAK: $y = C_1 \cdot e^{-2 \cdot x} + C_2 \cdot e^{5 \cdot x}$, $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$.

1. $y' = \ln x + 1 - \dfrac{1}{x^2}$, $y'' = \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x^3} \Rightarrow x^3 \cdot y'' - x^2 \cdot y' + x \cdot y = 4$.

2. $y = (x + 7) \cdot e^x$.

3. $y = \dfrac{1}{x}$. Dobivena krivulja prikazana je na Slici 1.



Slika 1.

4. $y = \sin(2 \cdot x)$.

5. $y = \dfrac{7}{x}$.

6. $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

4. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA.

OBAVEZNI ZADATAK: $y = e^{-3 \cdot x} \cdot [C_1 \cdot \cos(2 \cdot x) + C_2 \cdot \sin(2 \cdot x)]$, $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$.

1. $y' = 1 - (x+1) \cdot e^x$, $y'' = -(x+2) \cdot e^x \Rightarrow (x + 1) \cdot y'' - (x + 2) \cdot y' + x + 2 = 0$.

2. $y = \sin x$.

3. $y = \frac{1}{9} \cdot \left(x \cdot \sqrt{x} - 4\right)^2$ i $y = \frac{1}{9} \cdot \left(x \cdot \sqrt{x} + 2\right)^2$.

4. $y = \mathrm{sh}(2 \cdot x)$.

5. $y = \sqrt{e^{-x} - 1}$.

6. $y = \sqrt{x^2 + 2 \cdot \ln x}$.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2
ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

5. OGLEDNI PRIMJER 3. KOLOKVIJA.

OBAVEZNI ZADATAK: $y = (C_1 \cdot x + C_2) \cdot e^{-6 \cdot x}$, $C_1, C_2 \in \mathbf{R}$.

1. $y' = \frac{2}{3} \cdot x + 1 - \frac{1}{x^2}$, $y'' = \frac{2}{3} + \frac{2}{x^3}$ $\Rightarrow x^2 \cdot y'' + x \cdot y' - y = x^2$.

2. $y = -\frac{x^2 + x}{e^x}$

3. $y = \sqrt{4 - \ln x}$.

4. $y = \mathrm{ch}\frac{x}{2}$.

5. $y = x^2 - x$.

6. $y = e^{\sin x}$.