TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 2
(grupe D, E i F, ak.god. 2012/2013.)

OBAVEZNI ZADATAK: Izračunajte zbroj reda $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{3 \cdot 2^{n+1}}{5^{n-3}}$.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_{1}^{+\infty} \frac{2 \cdot dx}{x \cdot (\ln^2 x + 1)}$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2 \cdot n + 1)^2}{2^{n+1}}$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

3. Aproksimirajte realnu funkciju $f(x) = \frac{6 \cdot \left[1 - e^{2 \cdot x} \cdot \cos(3 \cdot x)\right]}{e^{2 \cdot x}}$ Maclaurinovim polinomom 3. stupnja.

4. Aproksimirajte realnu funkciju $g(x) = -\frac{\sin(2 \cdot x)}{x^2}$ oko točke $x = \pi$ Taylorovim polinomom 2. stupnja.

5. Parna $(2 \cdot \pi)$ – periodična realna funkcija $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definirana je propisom

$$h(x) = \frac{x}{2}, \text{ za } x \in [-\pi, 0].$$

a) Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi]$ i provjerite valjanost Dirichletovih uvjeta na intervalu $\langle -2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi \rangle$.

b) Aproksimirajte zadanu funkciju na segmentu $[-\pi, \pi]$ Fourierovim polinomom 5. stupnja. (Razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)

6. **(bonus zadatak)** Riješite rekurziju: $a_n = 4 \cdot a_{n-1} + 12 \cdot a_{n-2}$ uz zadane početne uvjete $a_1 = 6$ i $a_2 = 84$.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

OGLEDNI PRIMJERI 2. KOLOKVIJA IZ MATEMATIKE 2 (grupe D, E i F, ak.god. 2012/2013.)

REZULTATI ZADATAKA

OBAVEZNI ZADATAK: 200.

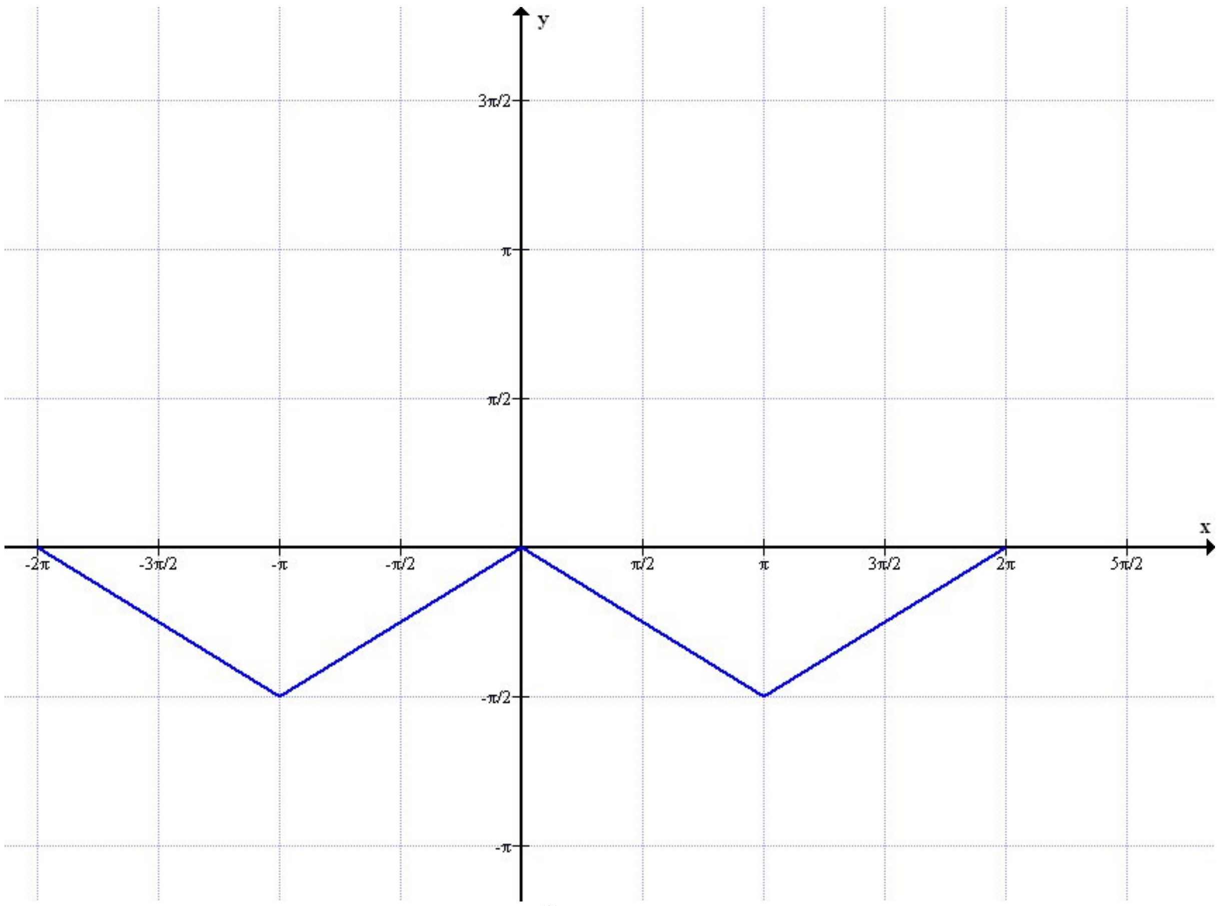
1. Integral konvergira i jednak je π.

2. Zadani red kovergira prema D'Alembertovu kriteriju ($r = \frac{1}{2}$).

3. $f(x) \approx M_3(x) = -8 \cdot x^3 + 39 \cdot x^2 - 12 \cdot x$.

4. $g(x) \approx T_2(x) = \frac{4}{\pi^3} \cdot (x - \pi)^2 - \frac{2}{\pi^2} \cdot (x - \pi)$.

5. **a)** Vidjeti Sliku 2. Na intervalu $\langle -2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi \rangle$ h je neprekidna (nema niti jedan „skok“) i ima točno tri lokalna ekstrema. Zbog toga vrijede Dirichletovi uvjeti.



Slika 2.

b) $h(x) \approx F_5(x) = -\frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \cdot \cos x + \frac{2}{9 \cdot \pi} \cdot \cos(3 \cdot x) + \frac{2}{25 \cdot \pi} \cdot \cos(5 \cdot x)$.

6. $a_n = 3 \cdot (-2)^n + 2 \cdot 6^n$.