Tehničko veleučilište u Zagrebu – Elektrotehnički odjel

2. kolokvij iz Matematike 2 13. 5. 2013.

1. zadatak (1 bod) Odredite opći član reda

$$\frac{1\cdot 2}{2}+\frac{2\cdot 3}{4}+\frac{3\cdot 4}{8}+\frac{4\cdot 5}{16}+\dots$$

2. zadatak (2 boda) Izračunajte sumu reda

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\pi}{1+\pi}\right)^{n+1}.$$

3. zadatak (3 boda) Ispitajte konvergenciju redova

1. $\sum \frac{n^2+1}{2^n-1}$,
2. $\sum \left(\frac{n}{1+n}\right)^{3n^2}$.

4. zadatak (4 boda) Odredite Taylorov polinom trećeg stupnja funkcije $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$ oko točke $c=7$, pa pomoću njega približno izračunajte $\sqrt[3]{9}$.

5. zadatak (5 bodova) Odredite Fourierov red funkcije

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x<0,\\ \pi-x, & 0\le x<\pi,\end{cases}$$

i skicirajte odgovarajuću sliku. Koristeći dobiveni razvoj, izračunajte sumu Dirichletovog reda

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}.$$

Luka Marohnić

Rješenja zadataka

1. $a_n = \frac{n(n+1)}{2^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

2. $S = \pi$.

3. Oba reda konvergiraju, prvi po D'Alembertovom kriteriju ($L = 1/2 < 1$), a drugi po Cauchyevom kriteriju ($L = e^{-3} < 1$).

4. $T_2(x) = 2 + \frac{x-7}{12} - \frac{(x-7)^2}{288}$, $\sqrt[3]{9} \approx 2.0799$.

5. $a_0 = \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{1-(-1)^n}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{1}{n}$, $S = \frac{\pi^2}{6}$.