

MATEMATIKA 2

3. kolokvij

Obavezni zadatak: Odredite opće rješenje obične diferencijalne jednačbe:

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

Zad.1. Isključivo deriviranjem pokažite da je funkcija $y = \sqrt{3}e^{2x} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8}\sin 2x + \frac{1}{8}\cos 2x$ partikularno rješenje obične diferencijalne jednačbe $y'' - 2y' = \sin 2x$.

Riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

Zad.2. $x^2 y' = y^2 + xy, y(1) = 4$

Zad.3. $y'' + 4y = \sin x, y(0) = 0, y'(\pi) = 0$

Zad.4. Odredite jednačbu krivulje koja prolazi točkom $A(0,1)$ i ima svojstvo da je koeficijent smjera tangente u svakoj točki te krivulje jednak umnošku apscise i ordinate te točke.

Zad.5. Isključivo pomoću Laplaceovih transformata riješite sljedeći Cauchyjev problem:

$$y'' - y = 2e^x, y(0) = 7, y'(0) = 8$$

Rješenja:

Obavezni: $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x; C_1, C_2 \in \mathbb{R}$

Zad.2. $y = \frac{4x}{1 - 4 \ln x}$

Zad.3. $y = \frac{1}{6} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin x$

Zad.4. $y = \sqrt{e^{x^2}}$

Zad.5. $y = e^x(7 + x)$