



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

09.04.2013.

GRUPA 1.

OBAVEZNI ZADATAK: Odredite neodređeni integral $\int 5 \cdot \left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \cdot dx$.

1. Zadane su funkcije $F(t) = 2013^{2014} - \frac{1}{2 \cdot \sin^2 t} - \ln(\sin t)$ i $f(t) = \operatorname{ctg}^3 t$. Isključivo deriviranjem pokažite da je funkcija F primitivna funkcija funkcije f .

U zadatcima 2. – 4. odredite neodređeni integral i pojednostavnite dobiveni izraz što više možete:

2. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + u}}.$

3. $\int \frac{9 \cdot w - 3}{w^2 - w - 2} \cdot dw.$

4. $\int 4 \cdot y \cdot \cos^2 \frac{y}{2} \cdot dy.$

5. Izračunajte površinu lika kojega zatvaraju krivulja $y = \frac{2}{x^2 + 1}$, normala povučena na tu krivulju u točki $T = (x_T > 0, 1)$ i os ordinata.

6. Efektivna vrijednost izmjenične struje u vremenskom intervalu $[0, T]$ računa se prema formuli

$$\bar{I} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt}.$$

Nađite efektivnu vrijednost sinusoidne struje $i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ u vremenskom intervalu $\left[0, \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \right]$.

(I_m i ω su strogo pozitivne realne konstante.)

GRUPA 2.

OBAVEZNI ZADATAK: Odredite neodređeni integral $\int 5 \cdot \left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \cdot dx$.

1. Zadane su funkcije $F(t) = 2014^{2013} - \frac{1}{2 \cdot \sin^2 t} - \ln(\sin t)$ i $f(t) = \operatorname{ctg}^3 t$. Isključivo deriviranjem pokažite da je funkcija F primitivna funkcija funkcije f .

U zadatcima 2. – 4. odredite neodređeni integral i pojednostavnite dobiveni izraz što više možete:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

09.04.2013.

2. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - u}}.$
3. $\int \frac{6 \cdot w - 3}{w^2 + w - 2} \cdot dw.$
4. $\int 4 \cdot y \cdot \cos^2 \frac{y}{4} \cdot dy.$
5. Izračunajte površinu lika kojega zatvaraju krivulja $y = \frac{2}{x^2 + 1}$, normala povučena na tu krivulju u točki $T = (x_T < 0, 1)$ i os ordinata.
6. Efektivna vrijednost izmjeničnoga napona u vremenskom intervalu $[0, T]$ računa se prema formuli

$$\bar{U} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 \cdot dt}.$$

Nadite efektivnu vrijednost sinusoidnoga napona $u = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ u vremenskom intervalu $\left[0, \frac{2 \cdot \pi}{\omega}\right]$. (U_m i ω su strogo pozitivne realne konstante.)

GRUPA 3.

OBAVEZNI ZADATAK: Odredite neodređeni integral $\int 6 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^2 \cdot dx.$

1. Zadane su funkcije $F(t) = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 t} + \ln(\cos t) + 2013^{2014}$ i $f(t) = \operatorname{tg}^3 t$. Isključivo deriviranjem pokažite da je funkcija F primitivna funkcija funkcije f .

U zadatcima 2. – 4. odredite neodređeni integral i pojednostavnite dobiveni izraz što više možete:

2. $\int \frac{du}{\sqrt{4 \cdot u^2 + 4 \cdot u}}.$
3. $\int \frac{3 \cdot w - 1}{w^2 + w - 6} \cdot dw.$
4. $\int 4 \cdot y \cdot \cos^2 \frac{y}{8} \cdot dy.$
5. Izračunajte površinu lika kojega zatvaraju krivulja $y = -\frac{2}{x^2 + 1}$, normala povučena na tu krivulju u točki $T = (x_T < 0, -1)$ i os ordinata.
6. Prosječna vrijednost djelatne snage izmjenične struje u vremenskom intervalu $[0, T]$ računa se



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

09.04.2013.

prema formuli

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt}.$$

Nađite prosječnu vrijednost djelatne snage sinusoidne struje čija je trenutna snaga dana izrazom $p = P_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ u vremenskom intervalu $\left[0, \frac{2 \cdot \pi}{\omega}\right]$. (P_m i ω su strogo pozitivne realne konstante.)

REZULTATI ZADATAKA

Napomena: U svim rezultatima je $C \in \mathbf{R}$ realna konstanta.

SVE GRUPE ZADATAKA

5. $P = \frac{\pi - 1}{2} \approx 1.0708$ kv. jed.

GRUPA 1.

OBAVEZNI ZADATAK: $x^5 - 4 \cdot x^2 \cdot \sqrt{x} + 5 \cdot \ln x + C$.

1. $F'(t) = \frac{\cos t}{\sin^3 t} - \frac{\cos t}{\sin t} = \frac{\cos t \cdot (1 - \sin^2 t)}{\sin^3 t} = \frac{\cos^3 t}{\sin^3 t} = \operatorname{ctg}^3 t = f(t).$

2. $2 \cdot \ln(\sqrt{u} + \sqrt{u+1}) + C.$

3. $5 \cdot \ln(w-2) + 4 \cdot \ln(w+1) + C.$

4. $y^2 + 2 \cdot y \cdot \sin x + 2 \cdot \cos y + C.$

6. $\bar{I} = \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} I_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt} = I_m \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)\right) dt} = I_m \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\pi}{\omega}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$

GRUPA 2.

OBAVEZNI ZADATAK: $x^5 + 4 \cdot x^2 \cdot \sqrt{x} + 5 \cdot \ln x + C$.

1. $F'(t) = \frac{\cos t}{\sin^3 t} - \frac{\cos t}{\sin t} = \frac{\cos t \cdot (1 - \sin^2 t)}{\sin^3 t} = \frac{\cos^3 t}{\sin^3 t} = \operatorname{ctg}^3 t = f(t).$

2. $2 \cdot \ln(\sqrt{u} + \sqrt{u-1}) + C.$

3. $5 \cdot \ln(w+2) + \ln(w-1) + C.$

4. $y^2 + 4 \cdot y \cdot \sin \frac{y}{2} + 8 \cdot \cos \frac{y}{2} + C.$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

09.04.2013.

$$6. \quad \bar{U} = \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} U_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt} = U_m \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right) dt} = U_m \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\pi}{\omega}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

GRUPA 3.

OBAVEZNI ZADATAK: $3 \cdot x^2 + \frac{24}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3} + C.$

$$1. \quad F'(t) = \frac{\sin t}{\cos^3 t} - \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{\sin t \cdot (1 - \cos^2 t)}{\cos^3 t} = \frac{\sin^3 t}{\cos^3 t} = \operatorname{tg}^3 t = f(t).$$

$$2. \quad \ln(\sqrt{u} + \sqrt{u+1}) + C.$$

$$3. \quad 2 \cdot \ln(w+3) + \ln(w-2) + C.$$

$$4. \quad y^2 + 8 \cdot y \cdot \sin \frac{y}{4} + 32 \cdot \cos \frac{y}{4} + C.$$

$$6. \quad \bar{P} = \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} P_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt} = P_m \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right) dt} = P_m \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\pi}{\omega}} = \frac{P_m}{\sqrt{2}}.$$