



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2 – grupe D i F

14.05.2013.

GRUPA 1.

OBAVEZNI ZADATAK: Izračunajte zbroj reda $\sum_{n=2}^{+\infty} 2^{1-n}$.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_0^{+\infty} \frac{6 \cdot x^2}{(x^3 + 1)^3} \cdot dx$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.
2. Koristeći Cauchyjev kriterij ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{2} \cdot n + 1}{\sqrt{3} \cdot n + 1} \right)^{2 \cdot n}$.
3. Aproximirajte realnu funkciju $f(x) = \frac{2 \cdot x^2}{e^x}$ Maclaurinovim polinomom 4. stupnja.
4. Aproximirajte realnu funkciju $g(x) = \cos(2 \cdot x) - x$ oko točke $x = \pi$ Taylorovim polinomom 2. stupnja.
5. Neparna $(2 \cdot \pi)$ – periodična realna funkcija $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definirana je propisom
$$h(x) = 1, \text{ za } x \in \langle 0, \pi \rangle.$$
 - a) Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi]$.
 - b) Aproximirajte zadanu funkciju na segmentu $[-\pi, \pi]$ Fourierovim polinomom 5. stupnja. (Razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)
6. **(bonus zadatak)** Riješite rekurziju: $a_n = a_{n-1} + 2 \cdot a_{n-2}$ uz zadane početne uvjete $a_1 = 1$ i $a_2 = 5$.

GRUPA 2.

OBAVEZNI ZADATAK: Izračunajte zbroj reda $\sum_{n=3}^{+\infty} 2^{2-n}$.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_{-\infty}^0 \frac{6 \cdot x^2}{(1 - x^3)^3} \cdot dx$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.
2. Koristeći Cauchyjev kriterij ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{2} \cdot n + 3}{\sqrt{3} \cdot n + 2} \right)^{2 \cdot n}$.
3. Aproximirajte realnu funkciju $f(x) = \frac{(-2) \cdot x^2}{e^x}$ Maclaurinovim polinomom 4. stupnja.
4. Aproximirajte realnu funkciju $g(x) = \cos(2 \cdot x) + x$ oko točke $x = \pi$ Taylorovim polinomom 2.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2 – grupe D i F 14.05.2013.

stupnja.

5. Neparna $(2 \cdot \pi)$ – periodična realna funkcija $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definirana je propisom

$$h(x) = 1, \text{ za } x \in \langle -\pi, 0 \rangle.$$

- a) Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi]$.
b) Aproksimirajte zadanu funkciju na segmentu $[-\pi, \pi]$ Fourierovim polinomom 5. stupnja.
(Razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)

6. (bonus zadatak) Riješite rekurziju: $a_n = a_{n-1} + 6 \cdot a_{n-2}$ uz zadane početne uvjete $a_1 = 1$ i $a_2 = 13$.

GRUPA 3.

OBAVEZNI ZADATAK: Izračunajte zbroj reda $\sum_{n=4}^{+\infty} 2^{3-n}$.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_0^{+\infty} \frac{9 \cdot x^2}{(x^3 + 1)^4} \cdot dx$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.

2. Koristeći Cauchyjev kriterij ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{2} \cdot n + 5}{\sqrt{3} \cdot n + 5} \right)^{2 \cdot n}$.

3. Aproksimirajte realnu funkciju $f(x) = \frac{x^3}{e^x}$ Maclaurinovim polinomom 4. stupnja.

4. Aproksimirajte realnu funkciju $g(x) = \cos(4 \cdot x) - x$ oko točke $x = \pi$ Taylorovim polinomom 2. stupnja.

5. Neparna $(2 \cdot \pi)$ – periodična realna funkcija $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definirana je propisom

$$h(x) = 2, \text{ za } x \in \langle 0, \pi \rangle.$$

- a) Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi]$.
b) Aproksimirajte zadanu funkciju na segmentu $[-\pi, \pi]$ Fourierovim polinomom 5. stupnja.
(Razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)

6. (bonus zadatak) Riješite rekurziju: $a_n = a_{n-1} + 12 \cdot a_{n-2}$ uz zadane početne uvjete $a_1 = 1$ i $a_2 = 25$.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2 – grupe D i F 14.05.2013.

REZULTATI ZADATAKA

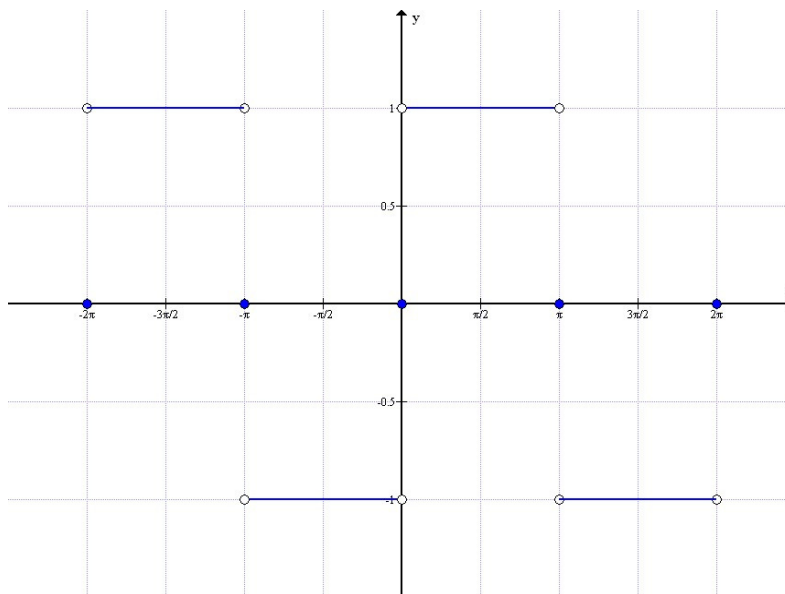
SVE SKUPINE ZADATAKA.

OBAVEZNI ZADATAK: 1.

1. Integral konvergira i jednak je 1.
2. Zadani red konvergira ($r = \frac{2}{3}$)

1.

3. $f(x) \approx M_4(x) = x^4 - 2 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2$.
4. $g(x) \approx T_2(x) = -2 \cdot (x - \pi)^2 - (x - \pi) + (1 - \pi) = -2 \cdot x^2 + (4 \cdot \pi - 1) \cdot x - 2 \cdot \pi^2 + 1$.
5. a) Vidjeti Sliku 1.



Slika 1.

- b) $h(x) \approx F_5(x) = \frac{4}{\pi} \cdot \sin x + \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) + \frac{4}{5 \cdot \pi} \cdot \sin(5 \cdot x)$.
6. $a_n = (-1)^n + 2^n$.

2.

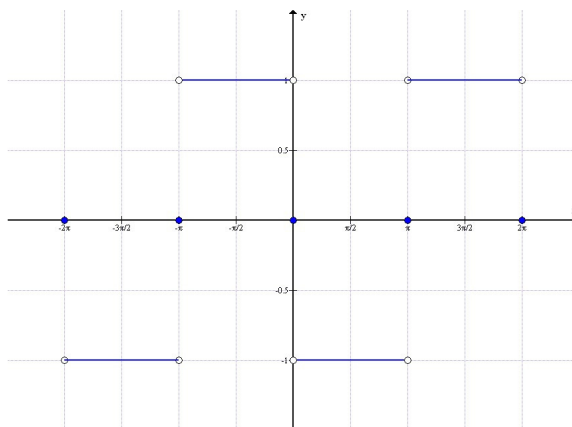
3. $f(x) \approx M_4(x) = -x^4 + 2 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2$.
4. $g(x) \approx T_2(x) = -2 \cdot (x - \pi)^2 + (x - \pi) + (1 + \pi) = -2 \cdot x^2 + (4 \cdot \pi + 1) \cdot x - 2 \cdot \pi^2 + 1$.
5. a) Vidjeti Sliku 2.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2 – grupe D i F 14.05.2013.

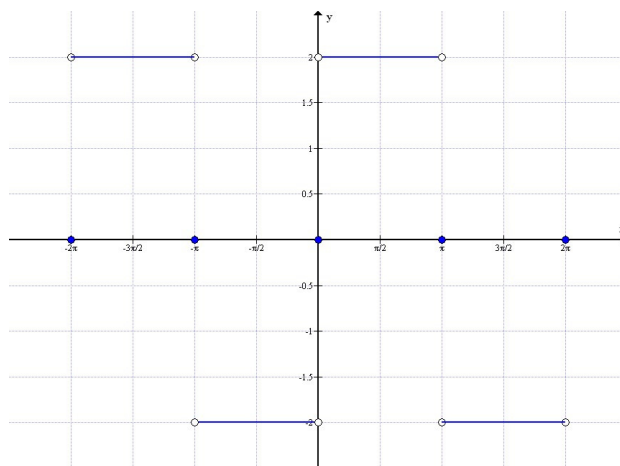


Slika 2.

- b) $h(x) \approx F_5(x) = -\frac{4}{\pi} \cdot \sin x - \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) - \frac{4}{5 \cdot \pi} \cdot \sin(5 \cdot x) .$
6. $a_n = (-2)^n + 3^n .$

3.

3. $f(x) \approx M_4(x) = -x^4 + x^3 .$
4. $g(x) \approx T_2(x) = -8 \cdot (x - \pi)^2 - (x - \pi) + (1 - \pi) = -8 \cdot x^2 + (16 \cdot \pi - 1) \cdot x - 8 \cdot \pi^2 + 1 .$
5. a) Vidjeti Sliku 3.



Slika 3.

- b) $h(x) \approx F_5(x) = \frac{8}{\pi} \cdot \sin x + \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) + \frac{8}{5 \cdot \pi} \cdot \sin(5 \cdot x) .$
6. $a_n = (-3)^n + 4^n .$