



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2 ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

Integriranje (i)racionalnih funkcija.

ZADATCI:

1. Metodom neodređenih koeficijenata (rastavom na parcijalne razlomke) odredite sljedeće neodređene integrale i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

a) $\int \frac{5}{6-x-x^2} \cdot dx$.

b) $\int \frac{7}{6 \cdot x^2 + x - 2} \cdot dx$.

c) $\int \frac{50}{12+7 \cdot x-12 \cdot x^2} \cdot dx$.

2. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot x}{x^2 + x + 1} \cdot dx$;

b) $\int \frac{3 \cdot x - 2}{x^2 + 3 \cdot x + 4} \cdot dx$.

3. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int 8 \cdot \sqrt{x^2 + x} \cdot dx$

b) $\int 8 \cdot \sqrt{12 - x - x^2} \cdot dx$;

c) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6} \cdot x}$;

d) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 \cdot x - x^2}}$.

4. Riješite sljedeće Cauchyjeve zadaće:

a)
$$\begin{cases} F'(x) = \frac{x^2}{x+1}, \\ F(0) = 1; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} F'(x) = \frac{x+1}{x^2-x}, \\ F\left(\frac{1}{2}\right) = \ln \frac{1}{2}. \end{cases}$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2 ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

Integriranje trigonometrijskih i hiperbolnih funkcija.

ZADATCI:

1. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int \sin^5 x \cdot \cos^8 x \cdot dx$;

b) $\int \sin^6 x \cdot \cos^5 x \cdot dx$;

c) $\int \operatorname{ctg}^3 x \cdot dx$.

2. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$;

b) $\int \frac{dx}{\cos x - \sin x}$.

3. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int \operatorname{sh}^5 x \cdot \operatorname{ch}^{12} x \cdot dx$;

b) $\int \operatorname{sh}^{10} x \cdot \operatorname{ch}^5 x \cdot dx$.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

IZABRANI ZADATCI IZ MATEMATIKE 2 ZA RJEŠAVANJE NA DEMONSTRATURAMA

REZULTATI ZADATAKA:

Integriranje (i)racionalnih funkcija

Napomena: U svim rezultatima zadataka je $C \in \mathbf{R}$ konstanta.

1. a) $\ln|x+3| - \ln|x-2| + C$ (ili $\ln\left|\frac{x+3}{x-2}\right| + C$);

b) $2 \cdot \ln|2 \cdot x - 1| - 3 \cdot \ln|3 \cdot x + 2| + C$;

c) $8 \cdot \ln|4 \cdot x + 3| - 6 \cdot \ln|3 \cdot x - 4| + C$.

2. a) $\sqrt{3} \cdot \ln(x^2 + x + 1) - 2 \cdot \arctg\left(\frac{2 \cdot x + 1}{\sqrt{3}}\right) + C$;

b) $\frac{3}{2} \cdot \ln(x^2 + 3 \cdot x + 4) - \frac{13}{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \arctg\left(\frac{2 \cdot x + 3}{\sqrt{7}}\right) + C$;

3. a) $2 \cdot (2 \cdot x + 1) \cdot \sqrt{x^2 + x} - \ln(2 \cdot x + 1 + 2 \cdot \sqrt{x^2 + x}) + C$;

b) $2 \cdot (2 \cdot x + 1) \cdot \sqrt{12 - x - x^2} + 49 \cdot \arcsin\left(\frac{2 \cdot x + 1}{7}\right) + C$;

c) $\ln|x - 3 + \sqrt{x^2 - 6 \cdot x}| + C$;

d) $\arcsin\left(\frac{x-2}{2}\right) + C$.

4. a) $F(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - x + 1 + \ln|x+1|$; b) $F(x) = \ln\left|x - 2 + \frac{1}{x}\right|$.

Integriranje trigonometrijskih i hiperbolnih funkcija.

1. a) $-\frac{1}{13} \cdot \cos^{13} x + \frac{2}{11} \cdot \cos^{11} x - \frac{1}{9} \cdot \cos^9 x + C$.

b) $\frac{1}{11} \cdot \sin^{11} x - \frac{2}{9} \cdot \sin^9 x + \frac{1}{7} \cdot \sin^7 x + C$.

c) $-\ln(\sin x) - \frac{1}{2 \cdot \sin^2 x} + C$.

2. a) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \ln\left|\frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1 + \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1 - \sqrt{2}}\right| + C$. b) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \ln\left|\frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 + \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 - \sqrt{2}}\right| + C$.

3. a) $\frac{1}{17} \cdot \operatorname{ch}^{17} x - \frac{2}{15} \cdot \operatorname{ch}^{15} x + \frac{1}{13} \cdot \operatorname{ch}^{13} x + C$.

b) $\frac{1}{15} \cdot \operatorname{sh}^{15} x + \frac{2}{13} \cdot \operatorname{sh}^{13} x + \frac{1}{11} \cdot \operatorname{sh}^{11} x + C$.