TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

ZADATCI ZA KONZULTACIJE IZ MATEMATIKE 2 13.5.2013.

<u>OBAVEZNI ZADATAK</u>: Izračunajte zbroj reda $\sum_{n=2}^{+\infty} 5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_0^{+\infty} \frac{24 \cdot \operatorname{arcctg}^2 x}{\pi^3 \cdot (1+x^2)} \cdot dx$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.

2. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2+1}{n!}$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

3. Aproksimirajte realnu funkciju $f(x) = 6 \cdot \left[\frac{1}{e^{2 \cdot x}} - \sin(3 \cdot x)\right]$ Maclaurinovim polinomom 4. stupnja.

4. Aproksimirajte realnu funkciju $g(x) = \frac{\ln x}{x^3}$ oko točke $c = 1$ Taylorovim polinomom 3. stupnja.

5. $(2 \cdot \pi)$ – periodična realna funkcija $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definirana je propisom

$$h(x) = -\frac{x}{3}, \text{ za } x \in [-\pi, \pi].$$

a) Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi]$ i provjerite valjanost Dirichletovih uvjeta na intervalu $\langle -2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi \rangle$.

b) Aproksimirajte zadanu funkciju na segmentu $[-\pi, \pi]$ Fourierovim polinomom 5. stupnja. (Razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)

6. **(bonus zadatak)** Riješite rekurziju: $a_n = 4 \cdot (a_{n-1} - a_{n-2})$ uz zadane početne uvjete $a_1 = 2$ i $a_2 = 8$.

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

ZADATCI ZA KONZULTACIJE IZ MATEMATIKE 2 13.5.2013.

REZULTATI ZADATAKA

OBAVEZNI ZADATAK: –2.

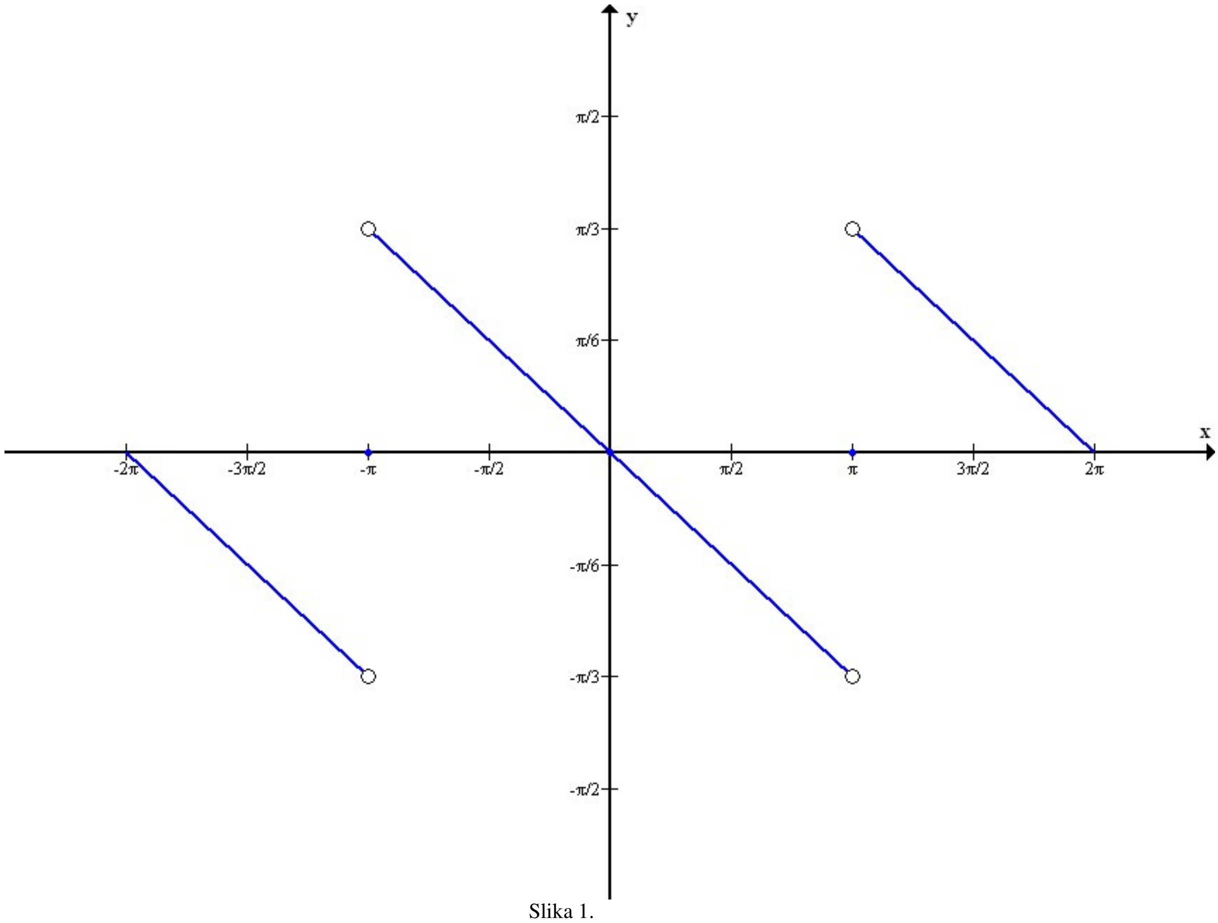
1. Integral konvergira i jednak je 1.

2. Zadani red kovergira prema D'Alembertovu kriteriju ($r = 0$).

3. $f(x) \approx M_4(x) = 4 \cdot x^4 + 19 \cdot x^3 + 12 \cdot x^2 - 30 \cdot x + 6$.

4. $g(x) \approx T_3(x) = 47 \cdot (x-1)^3 - 21 \cdot (x-1)^2 + 6 \cdot (x-1)$.

5. **a)** Vidjeti Sliku 1. Na intervalu $\langle -2 \cdot \pi, 2 \cdot \pi \rangle$ h ima točno 4 „skoka“ i nema niti jedan lokalni ekstrem. Zbog toga vrijede Dirichletovi uvjeti.



Slika 1.

b) $h(x) \approx F_5(x) = -\frac{2}{3} \cdot \sin x + \frac{1}{3} \cdot \sin(2 \cdot x) - \frac{2}{9} \cdot \sin(3 \cdot x) + \frac{1}{6} \cdot \sin(4 \cdot x) - \frac{2}{15} \cdot \sin(5 \cdot x)$.

6. $a_n = n \cdot 2^n$.