

Grafički provjerite da sljedeće $(2 \cdot \pi)$ – periodične funkcije zadovoljavaju Dirichletove uvjete na segmentu $[-\pi, \pi]$, pa ih aproksimirajte Fourierovim polinomom stupnja 3 na tom segmentu:

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 6 \cdot \pi, & \text{za } x \in [-\pi, 0], \\ 12 \cdot \pi, & \text{za } x \in \langle 0, \pi \rangle. \end{cases}$$

$$2. \quad g(t) = \begin{cases} 0, & \text{za } t \in [-\pi, 0], \\ 36 \cdot \pi \cdot t, & \text{za } t \in \langle 0, \pi \rangle. \end{cases}$$

$$3. \quad h(y) = \begin{cases} \pi \cdot y, & \text{za } y \in \langle -\pi, 0 \rangle; \\ -\pi, & \text{za } y \in [0, \pi]. \end{cases}$$

Aproksimirajte sljedeće neparne $(2 \cdot \pi)$ – periodične funkcije Fourierovim polinomom stupnja 3 na segmentu $[-\pi, \pi]$:

$$4. \quad f(x) = 3 \cdot \pi, \text{ za } x \in \langle 0, \pi \rangle.$$

$$5. \quad g(t) = -6 \cdot \pi, \text{ za } t \in \langle -\pi, 0 \rangle.$$

$$6. \quad h(y) = 6 \cdot \pi \cdot (y + 1), \text{ za } y \in \langle 0, \pi \rangle.$$

Aproksimirajte sljedeće parne $(2 \cdot \pi)$ – periodične funkcije Fourierovim polinomom stupnja 3 na segmentu $[-\pi, \pi]$:

$$7. \quad f(x) = 18 \cdot \pi \cdot |x|.$$

$$8. \quad g(t) = \pi \cdot t, \text{ za } t \in [-\pi, 0].$$

$$9. \quad h(y) = -36 \cdot \pi \cdot y, \text{ za } y \in [0, \pi].$$

REZULTATI ZADATAKA:

1. f ima prekid u $x=0$ i $x=\pi$, a nema nijedan strogi ekstrem. Stoga vrijede oba Dirichletova uvjeta. $f(x) \approx F_3(x) = 9 \cdot \pi + 12 \cdot \sin x + 4 \cdot \sin(3 \cdot x)$.
2. g ima prekid u $t=\pi$, a nema nijedan strogi ekstrem. Stoga vrijede oba Dirichletova uvjeta. $g(t) \approx F_3(t) = 9 \cdot \pi^2 - 72 \cdot \cos t + 36 \cdot \pi \cdot \sin t - 18 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot t) - 8 \cdot \cos(3 \cdot t) + 12 \cdot \pi \cdot \sin(3 \cdot t)$.
3. h ima prekid u $y=-\pi$ i $y=0$, a nema nijedan strogi ekstrem. Stoga vrijede oba Dirichletova uvjeta. $h(y) \approx F_3(y) = \left(-\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}\right) + 2 \cdot \cos y + (\pi - 2) \cdot \sin y - \frac{\pi}{2} \cdot \sin(2 \cdot y) + \frac{2}{9} \cdot \cos(3 \cdot y) + \left(\frac{\pi - 2}{3}\right) \cdot \sin(3 \cdot y)$.
4. $f(x) \approx F_3(x) = 12 \cdot \sin x + 4 \cdot \sin(3 \cdot x)$.
5. $g(t) \approx F_3(t) = 24 \cdot \sin t + 8 \cdot \sin(3 \cdot t)$.
6. $h(y) \approx F_3(y) = (12 \cdot \pi + 24) \cdot \sin y - 6 \cdot \pi \cdot \sin(2 \cdot y) + (4 \cdot \pi + 8) \cdot \sin(3 \cdot y)$.
7. $f(x) \approx F_3(x) = 9 \cdot \pi^2 - 72 \cdot \cos x - 8 \cdot \cos(3 \cdot x)$.
8. $g(t) \approx F_3(t) = -\frac{\pi^2}{2} + 4 \cdot \cos t + \frac{4}{9} \cdot \cos(3 \cdot t)$.
9. $h(y) \approx F_3(y) = -18 \cdot \pi^2 + 144 \cdot \cos y + 16 \cdot \cos(3 \cdot y)$.