1. Isključivo primjenom Laplaceove transformacije riješite sljedeće Cauchyjeve probleme:

a) $\begin{cases} y'' + y' + y = x + 6, \\ y(0) = 5, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$

b) $\begin{cases} y'' + y' + x + y = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -1. \end{cases}$

c) $\begin{cases} y'' + y' = 2 \cdot x + 1, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = -1. \end{cases}$

d) $\begin{cases} y'' - y' = 2 \cdot (x - 1), \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$

e) $\begin{cases} y'' - y' - 2 \cdot y = -2 \cdot e^x, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$

f) $\begin{cases} y'' + y' - y + 5 \cdot \sin x = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$

g) $\begin{cases} y'' + 2 \cdot y' + 2 \cdot y + 10 \cdot \sin(2 \cdot x) = 0, \\ y(0) = y'(0) = 2. \end{cases}$

h) $\begin{cases} y'' - y' = 2 \cdot e^x, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$

i) $\begin{cases} y'' + y = 8 \cdot \cos x, \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

j) $\begin{cases} y'' + y + 6 \cdot \sin x = 0, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 3. \end{cases}$

k) $\begin{cases} y'' - 2 \cdot y' + 4 \cdot x = 2, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$

REZULTATI ZADATAKA

1.

a) $y = x + 5$;
b) $y = -x + 1$;
c) $y = x^2 - x$;
d) $y = -x^2 + 2$;
e) $y = 2 \cdot \operatorname{ch} x = e^x + e^{-x}$;
f) $y = 2 \cdot \sin x + \cos x$;
g) $y = \sin(2 \cdot x) + 2 \cdot \cos(2 \cdot x)$ **;**
h) $y = 2 \cdot x \cdot e^x$;
i) $y = 4 \cdot x \cdot \sin x$;
j) $y = 3 \cdot x \cdot \cos x$;
k) $y = x^2 + e^{2 \cdot x}$.

***Napomena*:** Prigodom rješavanja zadataka koristite tvrdnju (posljedicu osnovnoga poučka algebre iskazanoga u predmetu Matematika 1):

***Tvrdnja* 1.** Neka su $a \neq 0$, b, $c \in \mathbb{R}$ konstante. Neka su x_1 i x_2 (ne nužno realna) rješenja jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$. Tada vrijedi sljedeći rastav:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) .$$