

Odredite intervale konvergencije sljedećih redova i precizno obrazložite sve svoje tvrdnje:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2}.$

2. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{n}.$

3. $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\ln x)^n}{n+1}.$

4. $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{e^{2n \cdot x}}{n-2}.$

Aproksimirajte sljedeće realne funkcije MacLaurinovim polinomom 3. stupnja:

5. $f(x) = 2 \cdot (e^{2x} - \sin x).$

6. $g(y) = 6 \cdot [e^y + \sin(2 \cdot y)].$

7. $h(t) = 6 \cdot [\sin(4 \cdot t) + \cos(3 \cdot t)].$

8. $p(w) = 6 \cdot [\cos(6 \cdot w) - \sin(5 \cdot w)].$

Aproksimirajte sljedeće realne funkcije u okolini točke c Taylorovim polinomom 3. stupnja:

9. $f(x) = 3 \cdot e^{x^2-1}, c = 1.$

10. $g(y) = \ln^2 y, c = 1.$

11. $h(t) = \sin^3 t, c = \pi.$

12. $p(w) = \cos^3 w, c = \frac{\pi}{2}.$

REZULTATI ZADATAKA:

1. $I = [-1, 1]$.
2. $I = \langle -1, 1 \rangle$.
3. $I = \left[\frac{1}{e}, e \right]$.
4. $I = \langle -\infty, 0 \rangle$.
5. $f(x) \approx M_3(x) = 3 \cdot x^3 + 4 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 2$.
6. $g(y) \approx M_3(y) = -7 \cdot y^3 + 3 \cdot y^2 + 18 \cdot y + 6$.
7. $h(t) \approx M_3(t) = -64 \cdot t^3 - 27 \cdot t^2 + 24 \cdot t + 6$.
8. $p(w) \approx M_3(w) = 125 \cdot w^3 - 108 \cdot w^2 - 30 \cdot w + 6$.
9. $f(x) \approx T_3(x) = 10 \cdot (x-1)^3 + 9 \cdot (x-1)^2 + 6 \cdot (x-1) + 3$.
10. $g(y) \approx T_3(y) = -(y-1)^3 + (y-1)^2$.
11. $h(t) \approx T_3(t) = -(t-\pi)^3$.
12. $p(w) \approx T_3(w) = -\left(w - \frac{\pi}{2}\right)^3$.