

1. Pokažite da je funkcija F primitivna funkcija realne funkcije f ako je:

a) $F(x) = \frac{2}{3} \cdot x \cdot \sqrt{x} - x + 2 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \ln(\sqrt{x} + 1) - 2018^{2017}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x} + 1}$;

b) $F(t) = \frac{1}{2} \cdot \ln(t^2 + 1) - \arctg t + 2017^{2018}$, $f(t) = \frac{t-1}{t^2+1}$.

2. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})^2 \cdot dx$;

b) $\int \left(t^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{t}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[3]{t}} - t^2\right) \cdot dt$;

c) $\int \left(\sqrt[3]{u} - \frac{1}{\sqrt[4]{u}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{u}} + \sqrt[3]{u}\right) \cdot du$.

3. Pogodnom zamjenom odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int x \cdot (4 \cdot x - 1)^{10} \cdot dx$;

b) $\int \frac{\ln^3(t+1)}{2 \cdot t + 2} \cdot dt$;

c) $\int \frac{6 \cdot e^{2 \cdot w}}{e^{2 \cdot w} + 2018} \cdot dw$.

4. Metodom djelomične integracije odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int (1-x) \cdot \cos x \cdot dx$;

b) $\int 50 \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot \ln(\sqrt{u}) \cdot du$;

c) $\int 4 \cdot t \cdot \arctg t \cdot dt$.

5. Primjenom različitih metoda odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int 4034 \cdot x^{4033} \cdot e^{x^{2017}} \cdot dx$;

b) $\int \cos \sqrt{t} \cdot dt$.

6. Riješite sljedeće Cauchyjeve zadaće:

a)
$$\begin{cases} F'(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \ln x, \\ F(1) = \frac{7}{16}. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} G'(u) = \arccos\left(\frac{u}{2}\right), \\ G(-2) = -2 \cdot \pi. \end{cases}$$

REZULTATI ZADATAKA:

Napomena: U svim rezultatima zadataka je $C \in \mathbb{R}$ konstanta.

2.

a) $-\frac{12}{11} \cdot x \cdot \sqrt[6]{x^5} + \frac{3}{5} \cdot x \cdot \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{2} \cdot x^2 + C;$

b) $3 \cdot \sqrt[3]{t} - \frac{1}{5} \cdot t^5 + C;$

c) $\frac{3}{5} \cdot u \cdot \sqrt[3]{u^2} - 2 \cdot \sqrt{u} + C.$

3. a) $\frac{1}{192} \cdot (4 \cdot x - 1)^{12} + \frac{1}{176} \cdot (4 \cdot x - 1)^{11} + C.$

b) $\frac{1}{8} \cdot \ln^4(t+1) + C.$

c) $3 \cdot \ln(e^{2 \cdot w} + 2018) + C.$

4. a) $(1-x) \cdot \sin x - \cos x + C;$

b) $3 \cdot u \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot (5 \cdot \ln u - 3) + C;$

c) $2 \cdot (t^2 \cdot \operatorname{arccotg} t + t + \operatorname{arccotg} t) + C.$

5. a) $2 \cdot e^{x^{2017}} \cdot (x^{2017} - 1) + C;$

b) $2 \cdot (\sqrt{t} \cdot \sin \sqrt{t} + \cos \sqrt{t}) + C.$

6. a) $F(x) = \frac{3}{16} \cdot x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot (4 \cdot \ln x - 3) + 1;$

b) $G(u) = u \cdot \arccos\left(\frac{u}{2}\right) - \sqrt{4-u^2}.$