1. **B**. Osjenčani interval možemo shvatiti kao pravi podskup intervala $\langle 3.5, 6.5\rangle$. Naime, donja granica osjenčanoga intervala se očito nalazi između 3.5 i 4, a gornja između 6 i 6.5. Brojevi 3.4, 6.9 i 7.5 ne pripadaju intervalu $\langle 3.5, 6.5\rangle$, pa samim time ni zadanom intervalu, dok broj 4.2 pripada i intervalu $\langle 3.5, 6.5\rangle$ i zadanom intervalu.

2. **A.** Primijetimo da je $1-\sqrt{2}<0$ jer je $\sqrt{2}\approx 1.4$. To znači da je $a-2=1-\sqrt{2}-2=$ $-1-\sqrt{2}<0$. Prema definiciji funkcije apsolutne vrijednosti je zato $|a-2|=\left|-1-\sqrt{2}\right|=$ $=-\left(-1-\sqrt{2}\right)=1+\sqrt{2}$. Tako je $\left|3-|a-2|\right|=\left|3-\left(1+\sqrt{2}\right)\right|=\left|2-\sqrt{2}\right|=2-\sqrt{2}$ jer zbog $\sqrt{2}\approx 1.4$ očito vrijedi nejednakost $2-\sqrt{2}>0$.

3. **C**. Primijenimo pravilo rješavanja razmjera („umnožak vanjskih članova mora biti jednak umnošku unutrašnjih članova“), pa imamo redom:

$$7\cdot a=5\cdot b \quad /:7$$
$$a=\frac{5}{7}\cdot b=\frac{5}{7}\cdot 9=\frac{45}{7}.$$

4. **A.** Za skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$ i skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$ vrijedi skupovna inkluzija $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$. To znači da je svaki prirodan broj ujedno i cijeli broj.

Nijedan cijeli broj nije iracionalan broj jer je svaki cijeli broj ujedno i racionalan broj, a skup racionalnih brojeva i skup iracionalnih brojeva nemaju zajedničkih elemenata.

Nije svaki racionalan broj ujedno i cijeli broj. Npr. $\frac{1}{2}$ je racionalan broj, ali nije cijeli broj.

Nije svaki realan broj ujedno i iracionalan broj. Npr. $\frac{1}{2}$ je realan broj, ali nije iracionalan broj (jer pripada skupu racionalnih brojeva).

5. **C**. Imamo redom:

$$a-b=(n-1)\cdot c, \quad /:c$$
$$n-1=\frac{a-b}{c},$$
$$n=\frac{a-b}{c}+1=\frac{a-b}{c}+\frac{c}{c}=\frac{a-b+c}{c}.$$

6. **B.** Primjenom Pitagorina poučka odmah dobivamo

$$b=\sqrt{13^2-10^2}=\sqrt{169-100}=\sqrt{69}\approx 8.3066238629\approx 8.307.$$

(Četvrta decimala je jednaka 6, pa prigodom zaokruživanja na tri decimale treću decimalu trebamo uvećati za 1.)

7. **D**. Sve četiri jednadžbe pravca zapisane su u implicitnu obliku. Pretpostavimo da je $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$, gdje su $A, B \neq 0$, implicitni oblik jednadžbe pravca. Zapišimo jednadžbu toga pravca u eksplicitnom obliku. Imamo redom:

$$B \cdot y = -A \cdot x - C, \quad / : B$$
$$y = -\frac{A}{B} \cdot x - \frac{C}{B}.$$

Odatle zaključujemo da je koeficijent smjera pravca $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$ jednak $k = -\frac{A}{B}$.

Za pravac pod **A** su $A = 3,\ B = -7,$ pa je $k = -\frac{3}{-7} = \frac{3}{7}.$

Za pravac pod **B** su $A = 7,\ B = -3,$ pa je $k = -\frac{7}{-3} = \frac{7}{3}.$

Za pravac pod **C** su $A = 7,\ B = 3,$ pa je $k = -\frac{7}{3}.$

Za pravac pod **D** su $A = 7,\ B = 3,$ pa je $k = -\frac{3}{7}.$

Dakle, rješenje zadatka je pravac naveden pod **D**.

8. **D**. Riješimo zadanu jednadžbu na uobičajen način. Imamo redom:

$$1 + 2 \cdot x = 3 \cdot a - 1 + x,$$
$$2 \cdot x - x = 3 \cdot a - 1 - 1,$$
$$x = 3 \cdot a - 2.$$

9. **B**. Transformirajmo zadanu jednadžbu na sljedeći način:

$$81 \cdot x^2 - 1 = 0, \quad / : 81$$
$$x^2 - \frac{1}{81} = 0.$$

Koristeći Vièteove formule zaključujemo da je traženi umnožak jednak $-\frac{1}{81}$.

10. **C**. Označimo sa p i d redom ukupan broj ulaznica prodanih u pretprodaji, odnosno ukupan broj ulaznica prodanih na dan koncerta. Prema podacima u zadatku,

ukupan broj svih prodanih ulaznica treba biti jednak 800, što znači da mora vrijediti jednakost:

$$p+d=800.$$

Ukupna zarada dobivena prodajom p ulaznica iznosi $90\cdot p$ kn. Ukupna zarada dobivena prodajom d ulaznica iznosi $120\cdot d$ kn. Prema podatcima u zadatku, zbroj tih dvaju iznosa mora biti jednak 90 600 kn, pa mora vrijediti jednakost:

$$\begin{aligned}&90\cdot p+120\cdot d=90\ 600, \quad /:30\\&3\cdot p+4\cdot d=3\ 020.\end{aligned}$$

Tako smo dobili sljedeći sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases}p+d=800,\\3\cdot p+4\cdot d=3\ 020.\end{cases}$$

Zadatak traži određivanje vrijednosti nepoznanice p. Zbog toga ćemo za rješavanjem dobivena sustava primijeniti metodu zamjene (supstitucije). Iz prve jednadžbe izrazimo nepoznanicu d:

$$d=800-p,$$

pa dobiveni izraz uvrstimo u drugu jednadžbu sustava:

$$\begin{aligned}&3\cdot p+4\cdot(800-p)=3\ 020,\\&3\cdot p+3\ 200-4\cdot p=3\ 020,\\&3\cdot p-4\cdot p=3\ 020-3\ 200,\\&-p=-180, \quad /:(-1)\\&p=180.\end{aligned}$$

Dakle, u pretprodaji je prodano ukupno 180 ulaznica.

11. C. Tražena je stopa jednaka:

$$s=\frac{37\ 537}{4\ 171\ 000}\approx 0.00899952\approx 0.009=\frac{9}{1000}=9‰.$$

12. B. Kvadratna funkcija $f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c$ ima točno jednu nultočku ako i samo ako vrijedi jednakost $b^2-4\cdot a\cdot c=0$. U ovome su slučaju $a=-4,\ b=11,$ pa uvrštavanjem tih vrijednosti u navedenu jednakost dobivamo:

$$\begin{aligned}&11^2-4\cdot(-4)\cdot c=0,\\&121+16\cdot c=0,\end{aligned}$$

$$c = -\frac{121}{16} = -7.5625.$$

Navedeni broj očito zadovoljava nejednakost $-11 < c < -4$.

13. D. Primijetimo da je zadana funkcija strogo padajuća na intervalu $\langle -\infty, 4\rangle$, a strogo rastuća na intervalu $\langle 4, +\infty\rangle$. Prema definicijama strogo rastuće, odnosno strogo padajuće funkcije, odatle slijedi da vrijede nejednakosti $f(1) > f(2) > f(3) > > f(4) < f(5)$. Dakle, točna je nejednakost pod **D**.

14. A. Traženo je vrijeme jednako količniku puta i brzine, pa imamo redom:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{10 \text{ km}}{12 \text{ čvorova}} = \frac{10 \text{ km}}{12 \cdot 1.852 \text{ km/h}} = \frac{10}{22.224} \text{ h} = \frac{10 \cdot 60}{22.224} \text{ minuta} =$$
$$= \frac{600}{22.224} \text{ minuta} \approx 26{,}99784 \text{ minuta } \approx 27 \text{ minuta.}$$

15. B. Obujam (volumen) stošca računamo prema formuli $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v$, gdje su r i v redom polumjer osnovke (baze) stošca i visina stošca. Iz ove formule izrazimo r:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v \qquad / \cdot \frac{3}{\pi \cdot v},$$
$$r^2 = \frac{3 \cdot V}{\pi \cdot v}, \quad / \sqrt{\ }$$
$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot v}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 83}{\pi \cdot 4.7}} = \sqrt{\frac{249}{\pi \cdot 4.7}} \approx 4.10653764 \approx 4.1 \text{ m.}$$

(U drugom koraku smo smjeli primijeniti funkciju drugoga korijena jer za vrijednost polumjera r vrijedi prirodna nejednakost $r > 0$.)

16. B. Izračunajmo najprije oplošje fasade. Fasada je zapravo pobočje kvadra, pri čemu u to pobočje ne uračunavamo prozore i vrata. Zbog toga je površina fasade koju Robert planira obojati jednaka:

$$P = 2 \cdot (12 \cdot 5.8 + 9 \cdot 5.8) - 35.6 = 2 \cdot 5.8 \cdot (12 + 9) - 35.6 =$$
$$= 2 \cdot 5.8 \cdot 21 - 35.6 = 243.6 - 35.6 = 208 \text{ m}^2.$$

Zbog toga su za bojanje fasade potrebne ukupno $0.5 \cdot 208 = 104$ litre boje.

17. ≈ 14.71132. Imamo redom:

$$15 - 1 : \sqrt{12} = 15 - \frac{1}{\sqrt{12}} = 15 - \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 3}} = 15 - \frac{1}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = 15 - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} =$$

$$=15-\frac{1\cdot\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=15-\frac{\sqrt{3}}{2\cdot 3}=15-\frac{1}{6}\cdot\sqrt{3}\approx 15-\frac{1}{6}\cdot 1.73205081=$$
$$=15-0.288675135=14.711324865\approx 14.71132.$$

18. 2 019. Broj koji pri dijeljenju prirodnim brojem m daje količnik k i ostatak o jednak je $k\cdot m+o$. U našem slučaju su $m=54$, $k=37$ i $o=21$, pa je traženi broj jednak $37\cdot 54+21=1\,998+21=2\,019$.

19.1.) $x=\frac{9}{4}=2.25$. Najprije primijetimo da razlomak na lijevoj strani jednadžbe nije definiran za $x=1$. Uz pretpostavku $x\neq 1$, dalje redom imamo:

$$\begin{aligned}
&3\cdot x+2=7\cdot(x-1),\\
&3\cdot x+2=7\cdot x-7,\\
&3\cdot x-7\cdot x=-7-2,\\
&-4\cdot x=-9,\quad /:(-4)\\
&x=\frac{9}{4}=2.25.
\end{aligned}$$

Dobiveno rješenje je očito različito od 1, pa je $\frac{9}{4}$ jedinstveno rješenje zadane jednadžbe.

2.) $x>-\frac{1}{5}$ ili $\left\langle -\frac{1}{5},+\infty\right\rangle$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&x+4-3\cdot x^2-12\cdot x<6-x-3\cdot x^2,\\
&x+4-12\cdot x<6-x,\\
&x-12\cdot x+x<6-4,\\
&(-10)\cdot x<2,\quad /:(-10)\\
&x>-\frac{2}{10}=-\frac{1}{5}.
\end{aligned}$$

Svi realni brojevi strogo veći od $-\frac{1}{5}$ tvore interval $\left\langle -\frac{1}{5},+\infty\right\rangle$. Taj interval je skup svih rješenja zadane nejednadžbe.

20.1.) ≈ 584.6. Veličine *mjera u kalorijama* i *mjera u kilovatsatima* su upravno razmjerne (proporcionalne), pa možemo postaviti shemu:

$$\begin{array}{cc}
\uparrow 0.239 & \uparrow 2.78\cdot 10^{-27}\\
x & 6.8\cdot 10^{-24}
\end{array}$$

Primjenom jednostavnoga pravila trojnoga postavljamo razmjer:

$$x : 0.239 = \left(6.8 \cdot 10^{-24}\right) : \left(2.78 \cdot 10^{-27}\right).$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&x \cdot 2.78 \cdot 10^{-27} = 0.239 \cdot 6.8 \cdot 10^{-24}, \quad / : 10^{-27} \\
&x \cdot 2.78 = 0.239 \cdot 6.8 \cdot 10^{3}, \\
&x \cdot 2.78 = 0.239 \cdot 6.8 \cdot 1\,000, \\
&x \cdot 2.78 = 239 \cdot 6.8, \\
&x = \frac{239 \cdot 6.8}{2.78} = \frac{1\,625.2}{2.78} \approx 584.6043165.
\end{aligned}$$

2.) 145. Za čuvanje djeteta u razdoblju od 16:00 do 18:00 sati agencija je naplatila ukupno 70 kn. Preostalo je razdoblje od 18:00 do 20:30 sati. Ono traje ukupno 2.5 sati, pa je za to razdoblje agencija naplatila $3 \cdot 25 = 75$ kn. Dakle, ukupni trošak čuvanja djeteta iznosi $70 + 75 = 145$ kn.

21.1.) $64 \cdot a^4 + 16 \cdot a^2 \cdot b + b^2$. Primjenom formule za kvadrat binoma dobivamo:

$$\begin{aligned}
&\left(8 \cdot a^2 + b\right)^2 = \left(8 \cdot a^2\right)^2 + 2 \cdot 8 \cdot a^2 \cdot b + b^2 = 8^2 \cdot \left(a^2\right)^2 + 16 \cdot a^2 \cdot b + b^2 = \\
&= 64 \cdot a^{2 \cdot 2} + 16 \cdot a^2 \cdot b + b^2 = 64 \cdot a^4 + 16 \cdot a^2 \cdot b + b^2.
\end{aligned}$$

2.) $\dfrac{13}{6 \cdot (a-3)}$. Uočimo da se oba nazivnika mogu rastaviti na faktore, pa učinimo to prije svođenja na najmanji zajednički nazivnik. Imamo redom:

$$\frac{5}{2 \cdot (a-3)} - \frac{1}{3 \cdot (a-3)} = \frac{5 \cdot 3 - 1 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot (a-3)} = \frac{15-2}{6 \cdot (a-3)} = \frac{13}{6 \cdot (a-3)}.$$

22.1.) 12.5. Traženi postotak dobit ćemo tako da ukupan broj trkača koji su stigli na cilj za manje od 5 sati (taj broj je jednak 68) podijelimo sa ukupnim brojem svih trkača koji su stigli na cilj (taj broj je jednak $\frac{85}{100} \cdot 640 = 544$) i dobiveni količnik pomnožimo sa 100 (jer rezultat treba iskazati u postotcima). Dakle,

$$p = \frac{68}{544} \cdot 100 = \frac{1}{8} \cdot 100 = 12.5.$$

2.) 1260.-ti. Traženi je broj jednak najmanjem zajedničkom višekratniku brojeva 84, 105 i 126. Rastavom svakoga od tih brojeva na proste faktore dobivamo:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7,$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7,$$
$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Odatle slijedi da je traženi broj jednak $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 1\,260.$

23.1.) -3. Izrazimo x iz druge jednadžbe sustava, pa dobiveni izraz uvrstimo u prvu jednadžbu sustava. Lako vidimo da je $x = \frac{4}{9} \cdot y^2$, pa slijedi:

$$3 \cdot \frac{4}{9} \cdot y^2 + 8 \cdot y + 12 = 0,$$
$$\frac{4}{3} \cdot y^2 + 8 \cdot y + 12 = 0, \quad / : \frac{4}{3}$$
$$y^2 + 6 \cdot y + 9 = 0,$$
$$(y+3)^2 = 0,$$
$$y + 3 = 0,$$
$$y = -3.$$

2.) 80. Označimo sa b_1 i b_2 redom volumen ulja u prvoj, odnosno drugoj bačvi. Prema podatcima u zadatku, ukupan volumen ulja u objema bačvama iznosi 140 L, pa mora vrijediti jednakost:

$$b_1 + b_2 = 140.$$

Ako se osmina ulja iz prve bačve prelije u drugu bačvu, u prvoj će bačvi ostati ukupno $b_1 - \frac{1}{8} \cdot b_1 = b_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \left(\frac{8-1}{8}\right) \cdot b_1 = \frac{7}{8} \cdot b_1$ litara ulja. Nakon učinjenoga prelijevanja, volumen ulja u drugoj bačvi bit će jednak $b_2 + \frac{1}{8} \cdot b_1$ litara. Prema zahtjevu zadatka, ta dva volumena trebaju biti jednaka, pa dobivamo jednakost:

$$\frac{7}{8} \cdot b_1 = b_2 + \frac{1}{8} \cdot b_1,$$
$$b_2 = \frac{7}{8} \cdot b_1 - \frac{1}{8} \cdot b_1 = \frac{6}{8} \cdot b_1 = \frac{3}{4} \cdot b_1.$$

Tako smo dobili sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 140, \\ b_2 = \frac{3}{4} \cdot b_1. \end{cases}$$

Zadatak traži da se odredi vrijednost b_1. Uvrštavanjem druge jednadžbe sustava u prvu jednadžbu sustava dobivamo redom:

$$b_1 + \frac{3}{4} \cdot b_1 = 140,$$
$$b_1 \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\right) = 140,$$
$$\left(\frac{4+3}{4}\right) \cdot b_1 = 140,$$
$$\frac{7}{4} \cdot b_1 = 140, \quad / : \frac{7}{4}$$
$$b_1 = 80.$$

24.1.) $\frac{6}{5} = 1.2$. Prema pretpostavci, f je linearna funkcija, što znači da postoje konstante $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, takvi da je $f(x) = a \cdot x + b$, za svaki $x \in \mathbb{R}$. Iz tablice je vidljivo da su $f(0) = -42$ i $f(2) = 28$. Uvrštavanjem $x = 0$ u pravilo funkcije f dobivamo:

$$f(0) = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow f(0) = 0 + b = b.$$

U ovu jednakost uvrstimo jednakost $f(0) = -42$, pa odmah dobivamo $b = -42$. Nadalje, uvrštavanjem $x = 2$ u pravilo funkcije f dobivamo:

$$f(2) = a \cdot 2 + b.$$

U ovu jednakost uvrstimo $f(2) = 28$ i $b = -42$, pa slijedi:

$$28 = a \cdot 2 + (-42),$$
$$2 \cdot a = 28 + 42,$$
$$2 \cdot a = 70, \quad / : 2$$
$$a = 35.$$

Dakle, $f(x) = 35 \cdot x - 42$. Vrijednost x_0 za koju je $f(x_0) = 0$ dobit ćemo izjednačavanjem pravila funkcije f sa nulom i rješavanjem dobivene linearne jednadžbe 1. stupnja s jednom nepoznanicom:

$$35 \cdot x_0 - 42 = 0,$$
$$35 \cdot x_0 = 42, \quad / : 35$$
$$x_0 = \frac{42}{35} = \frac{6}{5} = 1.2.$$

Prema tome, u tablicu treba upisati $\frac{6}{5}$ ili 1.2.

2.) Vidjeti sliku 1. Primijetimo da je funkcija f kvadratna funkcija. Za crtanje njezina grafa dovoljno je odrediti njezine realne nultočke (ako postoje) i tjeme toga grafa. Ako spomenute realne nultočke ne postoje, onda uz tjeme traženoga grafa treba odrediti još neke dvije proizvoljne točke grafa (različite od tjemena).

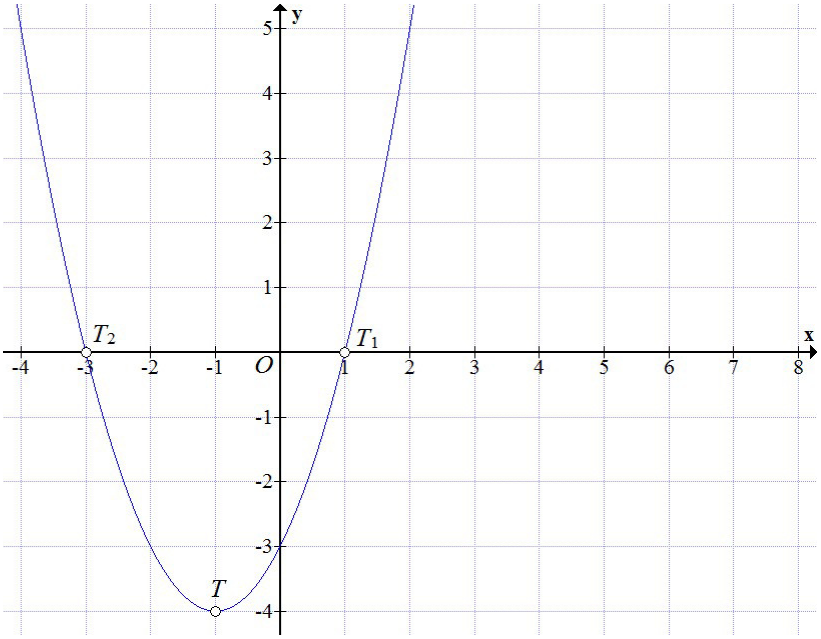
Riješimo jednadžbu $f(x)=0$. Imamo redom:

$$x^2+2\cdot x-3=0,$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}=\frac{-2\pm\sqrt{4-(-12)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2}\Rightarrow$$
$$x_1=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1,\quad x_2=\frac{-2-4}{2}=\frac{-6}{2}=-3.$$

Zaključujemo da traženi graf prolazi točkama $T_1=(1,0)$ i $T_2=(-3,0)$. Preostaje odrediti tjeme toga grafa:

$$T=\left(-\frac{2}{2\cdot 1},\frac{-16}{4\cdot 1}\right)=\left(-\frac{2}{2},\frac{-16}{4}\right)=(-1,-4).$$

(Pri računanju druge koordinate tjemena iskoristili smo ranije izračunatu vrijednost $2^2-4\cdot 1\cdot(-3)=16,$ iz koje izravno slijedi $4\cdot 1\cdot(-3)-2^2=-16.$) Preostaje ucrtati točke T, T_1 i T_2 u pravokutni koordinatni sustav, te ih spojiti parabolom. Dobiva se slika 1.



Slika 1.

25.1.) $\frac{57}{2}=28.5$. Iz vrha E povucimo okomicu na stranicu $\overline{BD}$. Neka je A nožište te okomice. Tom okomicom zadani lik je podijeljen na trapez i pravokutan trokut, pa

će tražena površina biti jednaka zbroju površine trapeza i površine trokuta. Odredimo zasebno stranice svakoga pojedinoga lika

Trapez $EAHD$ ima veću osnovicu duljine 8, kraću osnovicu duljine 3 i visinu jednaku duljini dužine $\overline{AD}$. Ta duljina jednaka je 3. Zbog toga je površina trapeza jednaka:

$$P_{EAHD} = \frac{8+3}{2} \cdot 3 = \frac{11}{2} \cdot 3 = \frac{33}{2} \text{ kv. jed.}$$

Pravokutan trokut EAB ima jednu katetu duljine 8 (ta kateta je ujedno i veća osnovica trapeza) i drugu katetu duljine 3 (riječ je o duljini dužine $\overline{AB}$), pa je površina toga trokuta jednaka:

$$P_{EAB} = \frac{8 \cdot 3}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ kv. jed.}$$

Tako zaključujemo da je tražena površina jednaka:

$$P = P_{EAHD} + P_{EAB} = \frac{33}{2} + 12 = \frac{33 + 12 \cdot 2}{2} = \frac{33+24}{2} = \frac{57}{2} = 28.5 \text{ kv. jed.}$$

2.) $\frac{3}{17}, \sqrt{0.5}, 0.85$. Koristeći kalkulator dobivamo:

$$\frac{3}{17} \approx 0.18, \ \sqrt{0.5} \approx 0.71.$$

Sada lako odredimo traženi redoslijed: $\frac{3}{17}, \sqrt{0.5}, 0.85$.

26.1.) $\frac{1}{25} = 0.04$. Odmah imamo:

$$f(-3) = 4 \cdot 10^{1+(-3)} = 4 \cdot 10^{1-3} = 4 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot \frac{1}{10^2} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}.$$

2.) -4. Podijelimo zadanu jednadžbu sa 3, pa zapišimo obje strane jednadžbe kao potencije sa bazom 10. Imamo redom:

$$\begin{aligned} &0.1^{2 \cdot x+5} = 1000, \\ &\left(10^{-1}\right)^{2 \cdot x+5} = 10^3, \\ &10^{(-1) \cdot (2 \cdot x+5)} = 10^3, \\ &10^{(-2) \cdot x-5} = 10^3. \end{aligned}$$

Izjednačavanjem eksponenata dalje slijedi:

$$\begin{aligned}
&(-2)\cdot x-5=3,\\
&(-2)\cdot x=3+5,\\
&(-2)\cdot x=8, \quad /:(-2)\\
&x=-4.
\end{aligned}$$

27.1.) 108°. Prema pretpostavci, zadani peterokut ima sve stranice jednakih duljina, što znači da je riječ o pravilnom peterokutu. Tražimo mjeru kuta kojega zatvaraju bilo koje dvije susjedne stranice toga peterokuta. Označimo sa S središte (težište) peterokuta. Spojimo točku S sa bilo kojim dvama susjednim vrhovima peterokuta. Radi određenosti, označimo te vrhove s A i B. Trokut SAB je jednakokračan i ima kut pri vrhu S jednak $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$. Mjere kutova pri vrhovima A i B su jednake. Označimo jednu od njih sa β. Zbroj mjera svih triju kutova trokuta treba biti jednak 180°, pa iz jednadžbe $\beta+\beta+72^\circ=180^\circ$ slijedi $2\cdot\beta=108^\circ$. No, sada odmah slijedi $\alpha=2\cdot\beta=108^\circ$ jer je zbroj mjera kutova pri vrhovima A i B jednak mjeri kuta kojega zatvaraju bilo koje dvije susjedne stranice peterokuta, a upravo tu mjeru smo i tražili.

2.) 26. Označimo sa S središte trokutu ABC upisane kružnice. Promotrimo trokutove AGS, ASF, FSC, SEC, SBE i GBS. Svi oni su pravokutni jer spojnica središta trokutu upisane kružnice i bilo kojega dirališta te kružnice zatvara pravi kut sa stranicom trokuta na kojoj se nalazi dotično dirište. Npr. trokut AGS je pravokutan sa pravim kutom pri vrhu G, trokut ASF je pravokutan sa pravim kutom pri vrhu F itd. No, neki od njih su u parovima sukladni, pa utvrdimo o kojim se parovima radi. Radi određenosti, označimo:

$$\left|\overline{SE}\right|=\left|\overline{SF}\right|=\left|\overline{SG}\right|=r.$$

Trokutovi AGS i ASF su sukladni prema teoremu S-S-S. Oba trokuta su pravokutna, imaju zajedničku hipotenuzu $\overline{AS}$, te vrijedi $\left|\overline{SF}\right|=\left|\overline{SG}\right|=r$, pa primjenom Pitagorina teorema slijedi da su i preostale katete sukladne. To daje:

$$\left|\overline{AG}\right|=\left|\overline{AF}\right|=8 \text{ cm}.$$

Odatle odmah slijedi:

$$\left|\overline{GB}\right|=\left|\overline{AB}\right|-\left|\overline{AG}\right|=23-8=15 \text{ cm}.$$

Trokutovi FSC i SEC su sukladni prema teoremu S-S-S. Oba trokuta su pravokut-

na, imaju zajedničku hipotenuzu $\overline{SC}$, te vrijedi $\left|\overline{SE}\right| = \left|\overline{SF}\right| = r$, pa primjenom Pitagorina teorema slijedi da su i preostale katete sukladne. To daje:

$$\left|\overline{CE}\right| = \left|\overline{FC}\right| = 11 \text{ cm}.$$

Naposljetku, trokutovi SBE i GBS su sukladni prema teoremu S-S-S. Oba trokuta su pravokutna, imaju zajedničku hipotenuzu $\overline{SB}$, te vrijedi $\left|\overline{SE}\right| = \left|\overline{SG}\right| = r$, pa primjenom Pitagorina teorema slijedi da su i preostale katete sukladne. To daje:

$$\left|\overline{EB}\right| = \left|\overline{GB}\right| = 15 \text{ cm}.$$

Tako konačno dobivamo:

$$\left|\overline{BC}\right| = \left|\overline{EB}\right| + \left|\overline{EC}\right| = 15 + 11 = 26 \text{ cm}.$$

3.) 16. Neka su $E \in \overline{AM}$, $F \in \overline{BM}$, $G \in \overline{BC}$ i $H \in \overline{CA}$ vrhovi pravokutnika. Radi kratkoće zapisa, u nastavku rješenja zadatka pretpostavljamo da su sve duljine iskazane u cm.

Prema pretpostavci, ABC je jednakokračan pravokutan trokut s pravim kutom kod vrha C. To znači da kutovi toga trokuta imaju mjeru 45°, 45° i 90°, te da su duljine stranica toga trokuta:

$$\left|\overline{AC}\right| = \left|\overline{BC}\right| = 8,$$
$$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{\left|\overline{AC}\right|^2 + \left|\overline{BC}\right|^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{2 \cdot 8^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8^2} = 8 \cdot \sqrt{2}.$$

Također, znamo odrediti i duljine dužina $\overline{AM}$, $\overline{BM}$ i $\overline{CM}$. Naime, prema pretpostavci zadatka, M je polovište hipotenuze $\overline{AB}$, pa su:

$$\left|\overline{AM}\right| = \left|\overline{BM}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left|\overline{AB}\right| = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2}.$$

Prisjetimo se da je u *svakom* pravokutnom trokutu (pa posebno i u trokutu ABC) polovište hipotenuze ujedno i središte trokutu opisane kružnice. Tako odmah slijedi:

$$\left|\overline{AM}\right| = \left|\overline{BM}\right| = \left|\overline{CM}\right| = 4 \cdot \sqrt{2}.$$

Sada ćemo dokazati sljedeće tvrdnje:

Tvrdnja 1. Vrijede jednakosti:

$$\left|\overline{FG}\right| = \left|\overline{FB}\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{CM}\right| = 2\cdot\sqrt{2}..$$

Dokaz: Presavijanje iz zadatka zapravo tvore tri osne simetrije. Znamo da se vrh B u osnoj simetriji s obzirom na pravac FG preslika u točku M. Međutim, pravci BM i FG su okomiti jer je kut kod vrha F u pravokutniku $EFGH$ pravi kut. Iz definicije osne simetrije slijedi da točka F mora biti polovište dužine $\overline{MB}$, odnosno da vrijedi jednakost:

$$\left|\overline{FB}\right| = \left|\overline{FM}\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{BM}\right|.$$

Nadalje, i trokut GFB je jednakokračan pravokutan trokut (ima pravi kut kod vrha F, mjera kuta kod vrha B iznosi 45°, pa je i mjera kuta kod vrha G 45°) pa vrijedi jednakost:

$$\left|\overline{FB}\right| = \left|\overline{FG}\right|.$$

Iz navedenih dviju jednakosti i jednakosti $\left|\overline{AM}\right| = \left|\overline{BM}\right| = \left|\overline{CM}\right|$ slijedi:

$$\left|\overline{FG}\right| = \left|\overline{FB}\right| = \left|\overline{FM}\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{BM}\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{CM}\right| = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot\sqrt{2} = 2\cdot\sqrt{2},$$

što je i trebalo dokazati. ■

Potpuno analogno kao i tvrdnja 1. dokazuje se

Tvrdnja 2. Vrijede jednakosti:

$$\left|\overline{EH}\right| = \left|\overline{AE}\right| = \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{CM}\right|.$$ ■

Iz tvrdnji 1. i 2., te jednakosti $\left|\overline{AM}\right| = \left|\overline{BM}\right| = \left|\overline{CM}\right| = 4\cdot\sqrt{2}.$ sada slijedi:

$$\left|\overline{EF}\right| = \left|\overline{AB}\right| - \left(\left|\overline{AE}\right| + \left|\overline{BF}\right|\right) = \left|\overline{AB}\right| - \left(\frac{1}{2}\cdot\left|\overline{CM}\right| + \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{CM}\right|\right) = \left|\overline{AB}\right| - \left|\overline{CM}\right| =$$
$$= \left|\overline{AB}\right| - \left|\overline{BM}\right| = \left|\overline{AM}\right| = 4\cdot\sqrt{2}.$$

Dakle, tražena površina je jednaka:

$$P = \left|\overline{EF}\right|\cdot\left|\overline{FG}\right| = \left(4\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\cdot\sqrt{2}\right) = 4\cdot 2\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2 = 8\cdot 2 = 16\ \text{cm}^2.$$

Napomena: Može se pokazati da je tražena površina jednaka polovici površine zadanoga jednakokračnoga trokuta neovisno o duljini stranice toga trokuta. Dokaz je analogan gornjem rješenju zadatka. Pokušajte ga provesti sami za vježbu.

28. Najprije primijetimo sljedeće: u odnosu na obilježje *broj minuta provedenih online*, razmak između dviju uzastopnih usporednih linija odgovara apsolutnoj promjeni apsolutne frekvencije od 5 minuta. Dakle, gledano odozdo prema gore prva crta označava 0 minuta, druga 5 minuta, treća 10 minuta itd.

Međutim, u odnosu na obilježje *postotak minuta provedenih online u odnosu na ukupan broj minuta slobodnoga vremena* nemamo analognu situaciju. Ovdje je razmak između prve i posljednje usporedne crte odgovara povećanju relativne frekvencije za 70%. Prevedeno na terminologiju aritmetičkih nizova, prvi član aritmetičkoga niza je 0, a 21. član 70, pa treba naći razliku niza. Iz jednadžbe

$$70 = 0 + (21-1)\cdot d$$

lagano slijedi $d = \frac{70}{20} = \frac{7}{2} = 3.5.$ Dakle, razmak između dviju uzastopnih linija odgovara apsolutnoj promjeni relativne frekvencije za 3.5%.

1.) 24 – 26. Tražimo kategoriju (dobnu skupinu) čiji pripadni crveni stupac ima visinu između 30% i 40%. Visina crvenoga stupca koji pripada prvoj dobnoj skupini je $17\cdot 3.5\% = 59.5\%$. Visina crvenoga stupca koji pripada drugoj dobnoj skupini je $16\cdot 3.5\% = 56\%$. Visina crvenoga stupca koji pripada trećoj dobnoj skupini je $10\cdot 3.5\% = 35\%$. Visina crvenoga stupca koji pripada četvrtoj dobnoj skupini je $7\cdot 3.5\% = 24.5\%$. Dakle, tražena dobna skupina je 24 – 26 godina.

2.) $\frac{145}{2} = 72.5$. Prema pretpostavci, u svakoj se dobnoj skupini nalazi jednak broj ispitanika. Zbog toga je traženi broj jednak aritmetičkoj sredini svih brojeva minuta provedenih *online*. Za prvu je dobnu skupinu taj broj jednak 100, za drugu 70, za treću 65, a za četvrtu 55. Dakle, tražimo aritmetičku sredinu brojeva 100, 70, 65 i 55, a ona je jednaka

$$s = \frac{100+70+65+55}{4} = \frac{290}{4} = \frac{145}{2} = 72.5 \text{ (minuta)}.$$

3.) 125. Navedena dobna skupina *online* provede ukupno 70 minuta. Označimo li sa t traženo slobodno vrijeme (iskazano u minutama), onda mora vrijediti jednakost:

$$\frac{70}{s} = 56\%.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\frac{0=70}{s}=\frac{56}{100},$$
$$\frac{70}{s}=\frac{14}{25},$$
$$14\cdot s=70\cdot 25,$$
$$s=\frac{70\cdot 25}{14}=5\cdot 25=125 \text{ minuta.}$$

Pripremio:

mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač