TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja probnoga ispita iz veljače 2023. (osnovna razina)

1. C. Brojevi -2 i 0 pripadaju skupu cijelih brojeva $\mathbb{Z}$.

   $\frac{7}{8} = 0.875$ je racionalan broj, ali ne i cijeli broj.

   $\sqrt{34} \approx 5.83095189$ je iracionalan broj jer radikand (broj pod znakom drugoga korijena) nije potpuni kvadrat nekoga cijeloga broja. Dakle, taj broj nije cijeli broj.

   111 je prirodan broj, pa samim tim i cijeli broj.

   Dakle, traženi je broj jednak 3.

2. D. Prijelazom na bazu 10 (tj. na dekadski logaritam) dobivamo:

$$\log_4 \frac{7}{2} = \log_4 3.5 = \\ = \frac{\log 3.5}{\log 4} \approx \\ \approx \frac{0.54406804}{0.60205999} \approx \\ \approx 0.90367746 \approx 0.904.$$

3. C. Tražena je vrijednost jednaka:

$$a_7 = a_1 \cdot q^6 = \frac{4}{9} \cdot (-3)^6 = \\ = \frac{4}{9} \cdot \left((-3)^2\right)^3 = \\ = \frac{4}{9} \cdot 9^3 = \\ = 4 \cdot 9^2 = \\ = 4 \cdot 81 = 324.$$

4. B. Prisjetimo se da je

$$1 \text{ litra} = 1 \text{ dm}^3.$$

   Polumjer bačve jednak je polovici njezina promjera, tj.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ dm}.$$

   Volumen bačve jednak je volumenu valjka kojemu je polumjer osnovke r, a visina h:

$$V = B \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Iz te jednakosti izrazimo h:

$$h = \frac{V}{r^2 \cdot \pi},$$

pa konačno dobivamo:

$$\begin{aligned} h &= \frac{240}{3^2 \cdot \pi} = \frac{240}{9 \cdot \pi} = \\ &= \frac{80}{3 \cdot \pi} \approx \\ &\approx \frac{80}{9.42477796} \approx 8.48826363 \approx 8.5 \text{ dm.} \end{aligned}$$

5. **C**. U zadanu jednakost uvrstimo $y = 12$, pa riješimo dobivenu jednadžbu po nepoznanici x. Imamo redom:

$$\begin{aligned} &12 = \frac{1}{200} \cdot x - 75, \\ &\frac{1}{200} \cdot x = 75 + 12, \\ &\frac{1}{200} \cdot x = 87, \qquad / \cdot 200 \\ &x = 87 \cdot 200 = 17\ 400. \end{aligned}$$

Dakle, taj grad ima 17 400 stanovnika.

6. **C**. Iz slike vidimo da zadani pravac prolazi točkama (2, 0) i (0,-4). Zbog toga njegovu jednadžbu najprije zapišemo u segmentnom obliku, pa je potom prevedemo u implicitni oblik:

$$\begin{aligned} &\frac{x}{2} + \frac{y}{-4} = 1, \qquad / \cdot 4 \\ &2 \cdot x - y = 4, \\ &2 \cdot x - y - 4 = 0. \end{aligned}$$

7. **A.** Prosječna temperatura je viša od 14°C u svibnju, lipnju, srpnju, kolovozu i rujnu. Prosječna količina oborina je **veća** od 90 mm u lipnju, srpnju, kolovozu i rujnu, dok je u svim ostalim mjesecima **manja** od 90 mm.

Dakle, jedino svibanj ima svojstvo da je prosječna temperatura viša od $14^\circ\mathrm{C}$, a prosječna količina padalina manja od 90 mm. Zbog toga je traženi broj jednak 1.

8. **A.** Ukupan broj **mogućih** ishoda jednak je ukupnom broju učionica koje možemo izabrati. Taj je broj jednak 5.

   Ukupan broj **povoljnih** ishoda jednak je 1 jer je povoljni ishod predstavlja jedino izbor prve učionice.

   Zbog toga je tražena vjerojatnost jednaka

$$p = \frac{1}{5} = 0.2.$$

9. **C**. Zapišimo najprije svaki od zadanih brojeva u obliku $a \cdot 10^k$, pri čemu je $a \in \mathbb{R}$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&2140 \cdot 10^{k-3} = 2140 \cdot 10^k \cdot 10^{-3} = \left(2140 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 10^k = 2.14 \cdot 10^k, \\
&173 \cdot 10^{k-2} = 173 \cdot 10^k \cdot 10^{-2} = \left(173 \cdot 10^{-2}\right) \cdot 10^k = 1.73 \cdot 10^k, \\
&0.85 \cdot 10^{k+1} = 0.85 \cdot 10^k \cdot 10^1 = \left(0.85 \cdot 10^1\right) \cdot 10^k = 8.5 \cdot 10^k, \\
&0.073 \cdot 10^{k+2} = 0.073 \cdot 10^k \cdot 10^2 = \left(0.073 \cdot 10^2\right) \cdot 10^k = 7.3 \cdot 10^k.
\end{aligned}$$

   Budući da je eksponencijalna funkcija $f(x) = 10^x$ strogo rastuća na svojoj prirodnoj domeni (skupu $\mathbb{R}$), najveći od svih dobivenih brojeva je onaj koji ima najveći koeficijent uz 10^k. To je očito broj $8.5 \cdot 10^k$.

   Napomena: Za ispravno rješenje zadatka nije bitna pretpostavka $k \in \mathbb{N}$. Navedeno rješenje je točno za svaki $k \in \mathbb{R}$.

10. **B**. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
3 \cdot 2^{11} + 4 \cdot 2^{13} &= 3 \cdot 2^{11} + 4 \cdot 2^2 \cdot 2^{11} = \\
&= 3 \cdot 2^{11} + 4 \cdot 4 \cdot 2^{11} = \\
&= (3 + 4 \cdot 4) \cdot 2^{11} = \\
&= (3 + 16) \cdot 2^{11} = 19 \cdot 2^{11}.
\end{aligned}$$

11. **A**. Koristeći formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata imamo redom:

$$x \cdot y \cdot (y-1) \cdot (y+1) + (x-y)^2 =$$

$$= x \cdot y \cdot \left(y^2 - 1\right) + x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 =$$
$$= x \cdot y^3 - x \cdot y + x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 =$$
$$= x \cdot y^3 - 3 \cdot x \cdot y + x^2 + y^2.$$

Dakle, traženi je koeficijent jednak -3.

12. **A**. Riješimo jednadžbu

$$2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 12 = 0.$$

Imamo redom:

$$2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 12 = 0, \quad / : 2$$
$$x^2 - x - 6 = 0,$$
$$x_1 = -2,\ x_2 = 3.$$

Primjenom osnovnoga teorema algebre slijedi:

$$2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 12 = 2 \cdot (x - (-2)) \cdot (x - 3) =$$
$$= 2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3).$$

Dakle, od četiriju ponuđenih binoma u rastavu zadanoga izraza na faktore pojavljuje se jedino $x - 3$.

13. **B**. Iz pretpostavke da je najveća vrijednost zadane funkcije jednaka nuli zaključujemo da graf te funkcije s donje strane dodiruje os apscisa. To znači da je vodeći koeficijent a strogo negativan i da kvadratna jednadžba $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ ima dvostruko realno rješenje. Odatle zaključujemo da su $a < 0$ i $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$. Od četiriju ponuđenih odgovora jedino odgovor **B**. ispunjava oba navedena uvjeta.

14. **B**. Imamo redom:

$$\vec{a} - \vec{b} = 5 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j} - \left(2 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j}\right) =$$
$$= 5 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j} - 2 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j} =$$
$$= 3 \cdot \vec{i} + 6 \cdot \vec{j},$$

pa je tražena duljina jednaka:

$$\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5} \text{ jed. duljine.}$$
$$= \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5} \text{ jed. duljine.}$$

15. **C**. Prema teoremu o težištu trokuta, težište trokuta dijeli svaku od triju težišnica u omjeru 2 : 1 računajući od vrha trokuta prema stranici trokuta. Duljina spojnice težišta i bilo kojega vrha trokuta je dvostruko veća od duljine spojnice težišta i polovišta uočenom vrhu nasuprotne stranice trokuta.

16. **A.** Primjenom kosinusova teorema dobivamo:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{35.8^2 + 23.2^2 - 2 \cdot 35.8 \cdot 23.2 \cdot \cos\left(82^\circ 40'\right)} = \\ &\approx \sqrt{1281.64 + 538.24 - 2 \cdot 35.8 \cdot 23.2 \cdot 0.127641645} \\ &\approx \sqrt{1607.85190591} \approx 40.0980287 \approx 40.1 \text{ cm.} \end{aligned}$$

17. **D.** Iz vrha kraće osnovice koji ne pripada kraćem kraku trapeza povucimo okomicu na dulju osnovicu. Tom će okomicom zadani trapez biti podijeljen na pravokutnik i na pravokutan trokut. Pogledajmo dobiveni pravokutan trokut. Njegove su katete duge $11 - 6 = 5$ cm i 7 cm. Tražimo mjeru šiljastoga kuta toga trokuta nasuprot kateti duljine 7 cm. Označimo li tu mjeru s α, onda primjenom funkcije tangens dobivamo:

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \frac{7}{5}, \\ \alpha &= \text{arctg}\left(\frac{7}{5}\right) \approx 54.4623222^\circ \approx 54^\circ 28'. \end{aligned}$$

18. **A**. Neka su a i b duljina i širina ručnika prije prvoga pranja. Površina toga ručnika jednaka je

$$P = a \cdot b \text{ kv. jed.}$$

Nakon prvoga pranja duljina i širina ručnika iznose redom:

$$\begin{aligned} a_1 &= a - \frac{2}{100} \cdot a = \left(1 - \frac{2}{100}\right) \cdot a = \frac{98}{100} \cdot a = 0.98 \cdot a, \\ b_1 &= b - \frac{3}{100} \cdot b = \left(1 - \frac{3}{100}\right) \cdot b = \frac{97}{100} \cdot b = 0.97 \cdot b, \end{aligned}$$

pa je površina ručnika nakon prvoga pranja jednaka:

$$\begin{aligned} P_1 &= a_1 \cdot b_1 = (0.98 \cdot a) \cdot (0.97 \cdot b) = \\ &= (0.98 \cdot 0.97) \cdot (a \cdot b) = \\ &= 0.9506 \cdot P. \end{aligned}$$

Dakle, traženi postotak je jednak:

$$\begin{aligned} p &= \frac{P-P_1}{P} = \frac{P-0.9506\cdot P}{P} = \\ &= \frac{(1-0.9506)\cdot P}{P} = \\ &= 1-0.9506 = 0.0494 = 4.94\%. \end{aligned}$$

Napomena: Zadatak je namjerno riješen koristeći „opće“ brojeve jer postupak i rezultat zadatka ne ovise o početnoj duljini i širini ručnika.

19. A. Neka su v_V i v_A redom Vinkova, odnosno Antina brzina (iskazane u km/h). Prvoga je dana Vinko prešao ukupno $4.5\cdot v_V$ kilometara, a Ante ukupno $3\cdot v_A$ kilometara. Zbroj tih duljina mora biti jednak 177 kilometara, pa dobivamo jednadžbu:

$$\begin{aligned} &4.5\cdot v_V + 3\cdot v_A = 177, \quad /:3 \\ &1.5\cdot v_V + v_A = 59. \end{aligned}$$

Drugoga je dana Vinko prešao ukupno $5\cdot v_V$ kilometara, a Ante ukupno $2.5\cdot v_A$ kilometara. Zbroj tih duljina mora biti jednak 167.5 kilometara, pa dobivamo jednadžbu:

$$\begin{aligned} &5\cdot v_V + 2.5\cdot v_A = 167.5, \quad /:2.5 \\ &2\cdot v_V + v_A = 67. \end{aligned}$$

Tako smo dobili sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} 1.5\cdot v_V + v_A = 59, \\ 2\cdot v + v_A = 67. \end{cases}$$

Oduzimanjem prve jednadžbe od druge dobivamo:

$$\begin{aligned} &0.5\cdot v_V = 8, \quad /:0.5 \\ &v_v = 16. \end{aligned}$$

Dakle, Vinko vozi brzinom od 16 km/h.

20. D. Neka je s traženi broj sličica. Očito je $s > 0$. Tada je broj sličica koje je Luka imao u četvrtak jednak $2\cdot s$. U petak je Luka najprije dobio još 90 sličica, pa je

imao ukupno $2 \cdot s + 90$ sličica. Nakon što je bratu dao $\frac{2}{3}$ svih svojih sličica, preostala mu je $\frac{1}{3}$ svih sličica, odnosno

$$\frac{1}{3} \cdot (2 \cdot s + 90) = \frac{2}{3} \cdot s + 30 \text{ sličica.}$$

Prema zahtjevu zadatka, taj broj mora biti strogo veći od 220, pa dobivamo nejednadžbu:

$$\frac{2}{3} \cdot s + 30 > 220.$$

Riješimo je na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&\frac{2}{3} \cdot s > 220 - 30, \\
&\frac{2}{3} \cdot s > 190, \quad / \cdot \frac{3}{2} \\
&s > 285.
\end{aligned}$$

Dakle, Luka je u srijedu imao više od 285 sličica.

21. 1.) **Bilo koja dva različita elementa intervala $\left\langle 0, \frac{3}{2} \right\rangle$.** Svi strogo pozitivni brojevi strogo manji od $\frac{3}{2}$ tvore (otvoreni) interval $\left\langle 0, \frac{3}{2} \right\rangle$. Zbog toga je dovoljno napisati neka dva elementa toga intervala. To su npr. $\frac{1}{2}$ i 1.

2.) $\frac{-1}{4}$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\frac{7}{4} - \frac{3}{4} : \left(1 - \frac{5}{8}\right) = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} : \frac{8-5}{8} = \\
&= \frac{7}{4} - \frac{3}{4} : \frac{3}{8} = \\
&= \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} = \\
&= \frac{7}{4} - 2 = \\
&= \frac{7-8}{4} = \frac{-1}{4}.
\end{aligned}$$

22. 1.) 21.4. Prisjetimo se da je 1 litra = 10 decilitara i 1 centilitar = 0.1 decilitara. Dakle, u 2.1 litru = $2.1 \cdot 10 = 21$ decilitar vode dodamo 4 centilitra = $4 \cdot 0.1 = 0.4$ decilitra vode, pa imamo ukupno $21 + 0.4 = 21.4$ decilitara vode u posudi.

2.) 100. Iz pretpostavke da je omjer zarada Ane i Eme jednak 5 : 6 zaključujemo da je taj omjer jednak 10 : 12 (svaki član omjera pomnožimo s 2).

Iz pretpostavke da je omjer zarada Mije i Eme jednak 3 : 4 zaključujemo da je taj omjer jednak 9 : 12 (svaki član omjera pomnožimo s 3).

Dakle, omjer zarada Ane, Mije i Eme je 10 : 9 : 12, pa iznos od 310 € dijelimo u tom omjeru. Postupamo standardno:

$$k = \frac{310}{10+9+12} = \frac{310}{31} = 10,$$
$$A = 10 \cdot k = 10 \cdot 10 = 100 \text{ €}.$$

Prema tome, Ana je zaradila 100 € (dok su Mia i Ema zaradile 90, odnosno 120 €).

23. 1.) $\frac{c-a}{c} = 1 - \frac{a}{c}$. Odmah dobivamo:

$$\begin{aligned}
&c \cdot (1-b) = a, \\
&c - b \cdot c = a, \\
&b \cdot c = c - a, \quad / : c \\
&b = \frac{c-a}{c} = 1 - \frac{a}{c}.
\end{aligned}$$

2.) $\frac{5}{4} = 1.25$. Primjenom Talesova teorema o sličnosti trokuta dobivamo razmjer:

$$y : 2 = 5 : 8.$$

Riješimo ga na uobičajeni način:

$$\begin{aligned}
&y : 2 = 5 : 8, \\
&8 \cdot y = 10, \quad / : 8 \\
&y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1.25.
\end{aligned}$$

Napomena: Isti rezultat dobije se ako se primijeni razmjer

$$y : 2 = (y+5) : (2+8).$$

Ovaj rezultat slijedi iz ekvivalencije:

$$(a:b=c:d) \Leftrightarrow (a:b=(a+c):(b+d)).$$

24. 1.) $\sqrt[4]{x^3}$. Koristeći pravilo za množenje potencija s istim bazama imamo redom:

$$x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = x^{\frac{1+2}{4}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}.$$

2.) 3^n. Ponovno koristeći pravilo za množenje i dijeljenje potencija s istim bazama, kao i pravilo za potenciranje potencije dobivamo:

$$\begin{aligned}
&27^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n : 3^n = \\
&\left(3^3\right)^n \cdot \left(3^{-1}\right)^n : 3^n = \\
&= 3^{3\cdot n} \cdot 3^{-n} : 3^n = \\
&= 3^{3\cdot n+(-n)-n} = \\
&= 3^{3\cdot n-n-n} = 3^n.
\end{aligned}$$

25. 1.) $\langle 0,1]$. Prvi interval tvore svi realni brojevi između $\frac{-5}{3}$ i 1 (uključujući i oba ta broja). Drugi interval tvore svi realni brojevi između 0 i 4 (isključujući ta dva broja). Njihov je presjek interval kojega tvore svi realni brojevi između 0 i 1 (isključujući 0 i uključujući 1). Dakle,

$$\left[\frac{-5}{3},1\right] \cap \langle 0,4\rangle = \langle 0,1].$$

2.) $x \in [-3,1]$. Riješimo najprije jednadžbu

$$x^2 + 2\cdot x - 3 = 0.$$

Dobivamo: $x_1 = -3,\ x_2 = 1.$ Vodeći koeficijent (koeficijent uz x^2) jednak je 1. Taj je koeficijent strogo pozitivan, što znači da pripadna kvadratna funkcija poprima nepozitivne vrijednosti u segmentu određenom njezinim nultočkama. Dakle, $x \in [-3,1]$.

26. 1.) $3\cdot\sqrt{7} \approx 7.93725393 \approx 7.94$ cm. Prema Pitagorinu poučku tražena je duljina jednaka:

$$v_a = \sqrt{12^2 - \left(\frac{18}{2}\right)^2} = \sqrt{12^2 - 9^2} =$$
$$= \sqrt{144 - 81} = \sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} =$$
$$= \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = 3 \cdot \sqrt{7} \approx 7.93725393 \approx 7.94 \text{ cm.}$$

2.) ≈ 6.81. Mjera trećega kuta trokuta jednaka je

$$180^\circ - (85^\circ + 78^\circ) = 180^\circ - 163^\circ = 17^\circ.$$

Sada primjenom sinusova teorema dobivamo:

$$\frac{x}{\sin 85^\circ} = \frac{2}{\sin 17^\circ},$$
$$x = \frac{\sin 85^\circ}{\sin 17^\circ} \cdot 2 \approx 6.81457666 \approx 6.81.$$

27. 1.) $y = 2 \cdot x - 5$ **ili** $2 \cdot x - y - 5 = 0$ **ili** $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{-5} = 1$. Koeficijent smjera traženoga pravca jednak je koeficijentu smjera zadanoga pravca, a taj je jednak 2. Dakle, tražimo jednadžbu pravca čiji je koeficijent smjera jednak 2 i koji prolazi zadanom točkom. Ona glasi:

$$p \ldots\ y - 1 = 2 \cdot (x - 3),$$
$$y = 2 \cdot x - 6 + 1,$$
$$y = 2 \cdot x - 5.$$

Tu jednadžbu možemo zapisati u implicitnom ili segmentnom obliku. U prvom slučaju odmah dobivamo $2 \cdot x - y - 5 = 0$, dok u drugom imamo:

$$2 \cdot x - y = 5, \quad /:5$$
$$\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{-5} = 1.$$

2.) $3 \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j}$. Početna točka zadanoga vektora je (-1, 3). Njegova krajnja točka je (2, 1). Zbog toga je:

$$\vec{a} = (2 - (-1)) \cdot \vec{i} + (1 - 3) \cdot \vec{j} =$$
$$= 3 \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j}.$$

28. 1.) **Vidjeti sliku 1.** Zadana funkcija je polinom 2. stupnja (kvadratna funkcija). Njezin graf je parabola. Njezin vodeći koeficijent je jednak 1 i strogo je pozitivan, pa je riječ o paraboli „okrenutoj prema gore". Da bismo je nacrtali, odredit ćemo njezino tjeme i njezina sjecišta s osi apscisa.

Za izračun koordinata tjemena očitamo:

$$a = 1,\ b = -4,\ c = 0,$$

pa izračunamo:

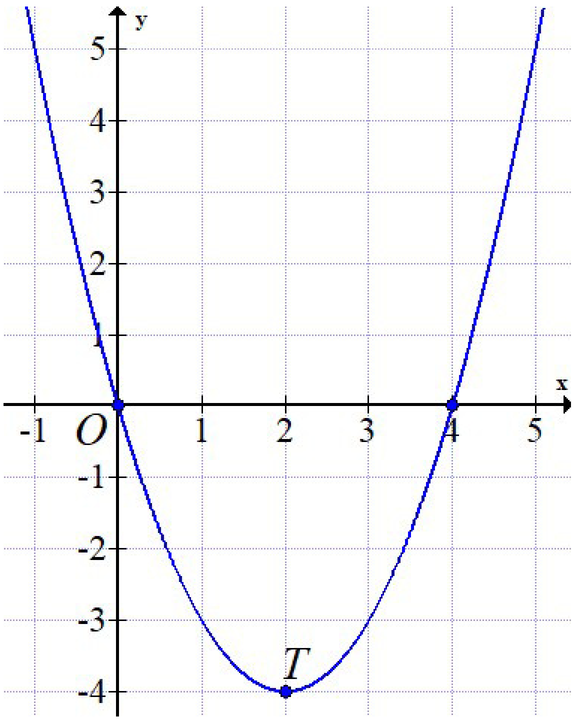
$$T = \left(\frac{-(-4)}{2 \cdot 1}, \frac{4 \cdot 1 \cdot 0 - (-4)^2}{4 \cdot 1} \right) =$$
$$= \left(\frac{4}{2}, \frac{0-16}{4} \right) = (2, -4).$$

Nadalje, iz jednadžbe

$$x^2 - 4 \cdot x = 0$$

slijedi $x_1 = 0,\ x_2 = 4.$ Dakle, parabola prolazi točkama (0, 0) i (4, 0).

Preostaje ucrtati sve tri dobivene točke u pravokutni koordinatni sustav u ravnini te ih spojiti parabolom. Dobivamo sliku 1.



Slika 1.

2.) $[-4,4]$. Znamo da je slika funkcije $f_1(x)=\sin x$ segment $[-1,1]$. Tako imamo redom:

$$\begin{aligned}&-1 \le \sin x \le 1, \quad / \cdot 4\\&-4 \le 4 \cdot \sin x \le 4,\\&-4 \le f(x) \le 4.\end{aligned}$$

Prema definiciji slike funkcije, iz posljednje nejednakosti izravno slijedi

$$\text{Im}(f)=[-4,4].$$

29\. 1.) **25.** Ukupan broj maturanata prirodoslovno-matematičke gimnazije jednak je:

$$28+11+5=44.$$

Među njima je ukupno 11 maturanata koji su razred završili s ocjenom vrlo dobar. Zbog toga je traženi postotak jednak:

$$\frac{11}{44}\cdot 100=25\%.$$

Napomena: Postavka zadatka je nejasna i neprecizna jer se kao osnovna veličina može shvatiti ukupan broj svih maturanata prirodoslovno-matematičke gimnazije koji su razred završili s ocjenom vrlo dobar. U tom bi se slučaju tražio postotni udio ukupnoga broja svih maturanata te gimnazije u odnosu na navedenu osnovnu veličinu, pa bi rješenje zadatka bilo $\frac{44}{11}\cdot 100=400\%$. Jasnija i ispravnija formulacija zadatka bila bi npr.:

Koliki je postotak maturanata prirodoslovno-matematičke gimnazije koji su razred završili s ocjenom vrlo dobar u odnosu na ukupan broj svih maturanata te gimnazije?

2.) $\approx 4.$ Iz grafikona očitamo da je 29 učenika opće gimnazije završilo razred s ocjenom odličan(5), 26 učenika te gimnazije s ocjenom vrlo dobar(4), 6 učenika s ocjenom dobar(3) i 4 učenika s ocjenom nedovoljan(1). Zbog toga je tražena prosječna ocjena jednaka

$$\begin{aligned}\bar{x}&=\frac{29\cdot 5+26\cdot 4+6\cdot 3+4\cdot 1}{29+26+6+4}=\\&=\frac{145+104+18+4}{65}=\end{aligned}$$

$$=\frac{271}{65}\approx 4.16923077\approx 4.$$

Napomena: U zadatku se pretpostavlja da je prosječna ocjena element skupa {nedovoljan, dovoljan, dobar, vrlo dobar, odličan], pa je dobiveni rezultat zbog toga zaokružen na najbliži prirodan broj.

30. 1.) $\frac{3}{2}=1.5$. Koristeći osnovna svojstva logaritama i uz pretpostavku $x>0$ (koja mora vrijediti da bi prvi pribrojnik bio definiran) imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\log_3 x+\log_3 2=1,\\
&\log_3(x\cdot 2)=1,\\
&2\cdot x=3^1,\\
&2\cdot x=3,\\
&x=\frac{3}{2}=1.5.
\end{aligned}$$

2.) 2916. Prema podacima u zadatku vrijedi jednakost:

$$M^2+2\cdot M=2915.$$

Sljedbenik broja M je broj $M+1$, pa je njegov kvadrat jednak:

$$\begin{aligned}
(M+1)^2&=M^2+2\cdot M+1=\\
&=\left(M^2+2\cdot M\right)+1=\\
&=2915+1=2916.
\end{aligned}$$

Napomena: Zadatak je moguće riješiti i tako da se u skupu prirodnih brojeva (skupu $\mathbb{N}$) riješi kvadratna jednadžba $M^2+2\cdot M=2915$. U tom skupu navedena jednadžba ima jedinstveno rješenje $M=53$. Zbog toga su $M+1=54$ i $(M+1)^2=54^2=2916$.

Međutim, zadatak ima jedinstveno rješenje 2916 i ako se izostavi pretpostavka $M\in\mathbb{N}$. U tom slučaju su $M_1=-55$, $M_2=53$, pa se tada dobije:

$$\begin{aligned}
&\left(M_1+1\right)^2=(-55+1)^2=(-54)^2=2916,\\
&\left(M_2+1\right)^2=(53+1)^2=54^2=2916.
\end{aligned}$$

Pripremio:

mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač