TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz lipnja 2023. (osnovna razina)

1. **C**. Broj $0.\overline{49}$ jednak je broju $\frac{49}{99}$, a taj je broj racionalan.

   Broj 0.777 jednak je broju $\frac{777}{1000}$, a taj je broj racionalan.

   Broj $\sqrt{113}$ je iracionalan broj jer 113 nije kvadrat nijednoga racionalnoga broja.

   Broj $\sqrt{225}$ jednak je broju 15, a taj je broj prirodan (pa posebno i racionalan).

2. **C**. Neka je n traženi broj petica. Tada je ukupan broj svih ocjena jednak $5+n$. Prema podacima u zadatku mora vrijediti jednakost:

$$\frac{3+3+4+5+5+n\cdot 5}{5+n}=4.5.$$

   Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&\frac{3+3+4+5+5+n\cdot 5}{5+n}=4.5, \qquad /\cdot(5+n)\\
&20+5\cdot n=4.5\cdot(5+n),\\
&20+5\cdot n=22.5+4.5\cdot n,\\
&5\cdot n-4.5\cdot n=22.5-20,\\
&0.5\cdot n=2.5, \qquad /:0.5\\
&n=5.
\end{aligned}$$

   Dakle, Lovri nedostaje pet petica.

3. **B**. Neka je C početna cijena. Tada cijena nakon poskupljenja od 50% iznosi

$$\begin{aligned}
C_1&=C+\frac{50}{100}\cdot C=\\
&=C+\frac{1}{2}\cdot C=\\
&=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot C=\\
&=\frac{3}{2}\cdot C.
\end{aligned}$$

   Cijena nakon sniženja od 50% iznosi:

$$\begin{aligned}
C_2&=C_1-\frac{50}{100}\cdot C_1=\\
&=C_1-\frac{1}{2}\cdot C_1=
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot C_1=\\
&=\frac{1}{2}\cdot C_1=\\
&=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\cdot C\right)=\\
&=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot C=\\
&=\frac{3}{4}\cdot C=\\
&=\frac{3\cdot 25}{4\cdot 25}\cdot C=\\
&=\frac{75}{100}\cdot C=\\
&=75\%\cdot C.
\end{aligned}$$

Dakle, konačna cijena proizvoda jednaka je 75% početne cijene.

4. C. Ukupan broj učenika u razredu jednak je

$$13+11=24.$$

Zbog toga je ukupan broj svih mogućnosti za izbor točno jednoga učenika jednak 24. Ukupan broj svih povoljnih mogućnosti jednak je broju učenika rođenih 2004. godine, a taj je broj jednak 13. Tako slijedi da je tražena vjerojatnost jednaka

$$\begin{aligned}
p&=\frac{\text{broj povoljnih mogućnosti}}{\text{broj svih mogućnosti}}=\\
&=\frac{13}{24}.
\end{aligned}$$

5. B. **Napomena: Iako u zadatku nije navedeno, pretpostavlja se da se radi o dvoznamenkastim prirodnim brojevima. (Zadatak ima smisla i uz pretpostavku da se radi o dvoznamenkastim cijelim brojevima.)** Svi dvoznamenkasti prirodni brojevi djeljivi s 5 tvore aritmetički niz kojemu su prvi član 10, razlika 5, a posljednji član 95. Označimo li s n traženi broj, odnosno ukupan broj članova toga niza, onda mora vrijediti jednakost:

$$95=10+(n-1)\cdot 5.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&95 = 10 + (n-1)\cdot 5,\\
&10 + 5\cdot n - 5 = 95,\\
&5\cdot n = 95 - 10 + 5,\\
&5\cdot n = 90, \quad /:5\\
&n = 18.
\end{aligned}$$

Dakle, ukupno je 18 dvoznamenkastih prirodnih brojeva djeljivih s 5.

6. **D**. Monomi $3\cdot x$, $8\cdot y$ i $4\cdot x\cdot y$ nemaju nijedan zajednički cjelobrojni faktor, pa prvi razlomak nije skrativ.

   Ni monomi $2\cdot x$, $5\cdot y$ i $10\cdot x\cdot y$ nemaju nijedan zajednički cjelobrojni faktor, pa ni drugi razlomak nije skrativ.

   Ni monomi $3\cdot x$, $4\cdot y$, $6\cdot x$ i $8\cdot y$ nemaju nijedan zajednički cjelobrojni faktor, pa ni treći razlomak nije skrativ.

   Monomi $4\cdot y$, $x\cdot y$ i $2\cdot y$ imaju zajednički cjelobrojni faktor y, pa četvrti razlomak možemo podijeliti s tim faktorom (uz pretpostavku da je $y \neq 0$):

$$\begin{aligned}
\frac{4\cdot y + x\cdot y}{x\cdot y - 2\cdot y} &= \frac{y\cdot(4+x)}{y\cdot(x-2)} =\\
&= \frac{4+x}{x-2}.
\end{aligned}$$

7. **C**. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
x^4\cdot\sqrt[3]{x^2} &= x^4\cdot x^{\frac{2}{3}} =\\
&= x^{4+\frac{2}{3}} =\\
&= x^{\frac{4\cdot 3+2}{3}} =\\
&= x^{\frac{14}{3}}.
\end{aligned}$$

8. **B**. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
7^{-a}\cdot(-7)^a &= 7^{-a}\cdot(-1\cdot 7)^a =\\
&= 7^{-a}\cdot(-1)^a\cdot 7^a =\\
&= (-1)^a\cdot 7^{-a+a} =\\
&= (-1)^a\cdot 7^0 =\\
&= (-1)^a\cdot 1 =
\end{aligned}$$

$$= (-1)^a.$$

Prema pretpostavci, a je neparan cijeli broj. Sve potencije broja (-1) u kojima je eksponent neparan cijeli broj jednake su (-1). Zbog toga je:

$$(-1)^a = -1.$$

9. A. Primijetimo da je f polinom 1. stupnja. Njegov vodeći koeficijent jednak je –0.5, pa zaključujemo da je f strogo padajuća. Nadalje, njegov slobodni član jednak je 1, pa zaključujemo da graf funkcije f prolazi točkom (0, 1). Taj graf je pravac.

   Od ponuđenih četiriju pravaca jedino pravac na slici A. predstavlja graf strogo padajuće funkcije koji prolazi točkom (0, 1). (Pravci na slikama B. i D. ne prolaze točkom (0, 1), dok pravac na slici C. predstavlja graf strogo rastuće funkcije.)

10. D. Prema pretpostavci, temperatura zraka se smanjuje jednoliko, što znači da zavisnost temperature o vremenu možemo opisati polinomom 1. stupnja oblika $T(t) = a \cdot t + b.$ Odredimo pravilo toga polinoma.

   U početnom trenutku, tj. u trenutku $t = 0$, temperatura zraka iznosi 28°C. To znači da vrijedi:

$$\begin{aligned} &T(0) = 28, \\ &a \cdot 0 + b = 28, \\ &0 + b = 28, \\ &b = 28. \end{aligned}$$

   Nakon pet minuta temperatura zraka iznosi 26°C, pa vrijedi:

$$\begin{aligned} &T(5) = 26, \\ &a \cdot 5 + b = 26, \\ &5 \cdot a + b = 26. \end{aligned}$$

   Tako rješavanjem sustava

$$\begin{cases} b = 28, \\ 5 \cdot a + b = 26 \end{cases}$$

   lagano slijedi $(a,b) = \left(\frac{-2}{5}, 28\right)$. Prema tome traženo je pravilo

$$T(t) = \left(\frac{-2}{5}\right) \cdot t + 28.$$

11. A. Odredimo koeficijent smjera zadanoga pravca. Dobivamo:

$$\begin{aligned} &3 \cdot y = -9 \cdot x + 5, \quad / : 3 \\ &y = \frac{-9}{3} \cdot x + \frac{5}{3} = \\ &\quad = (-3) \cdot x + \frac{5}{3}, \\ &k = -3. \end{aligned}$$

Od svih ponuđenih pravaca usporedan sa zadanim bit će onaj kojemu je koeficijent smjera također jednak –3. Jedini takav pravac naveden je pod **A**.

12. D. Iz slike očitamo da je početna točka zadanoga vektora (–2, 5), dok je njegova krajnja točka (1, 1). Prema tome, traženi je zapis:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (1-(-2)) \cdot \vec{i} + (1-5) \cdot \vec{j} = \\ &= (1+2) \cdot \vec{i} + (-4) \cdot \vec{j} = \\ &= 3 \cdot \vec{i} - 4 \cdot \vec{j}. \end{aligned}$$

13. A. Tvrdnja **A**. vrijedi za svaki trokut jer težište *bilo kojega* trokuta dijeli *svaku* težišnicu u omjeru 2 : 1 računajući od pripadnoga vrha trokuta. Tvrdnje **B**., **C**. i **D** su istinite ako i samo ako se radi o jednakostraničnom trokutu, pa nisu istinite za svaki trokut.

14. D. Primijetimo da su trokutovi ABE i CDE slični npr. prema teoremu K-K (zajednički unutrašnji kut kod vrha E i jednake mjere kutova kod vrhova A i C (kutovi uz transverzalu)). Primjenom Talesova teorema o sličnosti trokuta postavljamo razmjer:

$$\begin{aligned} &|\overline{CD}| : |\overline{AB}| = |\overline{CE}| : |\overline{BE}|, \\ &|\overline{CD}| : |\overline{AB}| = |\overline{CE}| : \left(|\overline{BC}| + |\overline{CE}|\right). \end{aligned}$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$\begin{aligned} |\overline{CD}| &= \frac{|\overline{AB}| \cdot |\overline{CE}|}{|\overline{BC}| + |\overline{CE}|} = \\ &= \frac{|\overline{AB}| \cdot |\overline{CE}| : |\overline{CE}|}{|\overline{BC}| + |\overline{CE}| : |\overline{CE}|} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left|\overline{CD}\right| &= \frac{\left|\overline{AB}\right|}{\dfrac{\left|\overline{BC}\right|+\left|\overline{CE}\right|}{\left|\overline{CE}\right|}} = \\
&= \frac{\left|\overline{AB}\right|}{\dfrac{\left|\overline{BC}\right|}{\left|\overline{CE}\right|}+\dfrac{\left|\overline{CE}\right|}{\left|\overline{CE}\right|}} = \\
&= \frac{\left|\overline{AB}\right|}{\dfrac{\left|\overline{BC}\right|}{\left|\overline{CE}\right|}+1} \\
&= \frac{24}{\dfrac{3}{5}+1} = \\
&= \frac{24}{\dfrac{3+5}{5}} = \\
&= \frac{24\cdot 5}{8} = \\
&= 3\cdot 5 = \\
&= 15 \text{ cm.}
\end{aligned}$$

15. C. Tvrdnja A. je iskaz Talesova teorema, pa je istinita.

Tvrdnja B. je iskaz teorema o obodnom i središnjem kutu nad istom tetivom, pa je istinita.

Tvrdnja D. je istinita jer su opseg i polumjer kruga upravno razmjerne veličine. Naime, njihovu vezu opisuje polinom 1. stupnja $O(r) = 2\cdot\pi\cdot r$, pa odatle zaključujemo da, ako se polumjer kruga udvostruči, onda se i opseg kruga udvostruči:

$$\begin{aligned}
O(r_1) &= 2\cdot\pi\cdot(2\cdot r) = \\
&= 2\cdot(\pi\cdot 2\cdot r) = \\
&= 2\cdot(2\cdot\pi\cdot r) = \\
&= 2\cdot O(r).
\end{aligned}$$

Tvrdnja C., međutim, nije istinita. Iz jednakosti

$$O = 2\cdot\pi\cdot r$$

dijeljenjem s $r > 0$ slijedi

$$r = \frac{O}{2 \cdot \pi},$$

pa uvrštavanjem te jednakosti u izraz za površinu kruga

$$P = r^2 \cdot \pi$$

dobivamo:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{O}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot \pi = \\ &= \frac{O^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \pi = \\ &= \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot O^2. \end{aligned}$$

Dakle, veza površine i opsega kruga opisana je polinomom 2. stupnja

$$P(O) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot O^2,$$

a ta funkcija nema svojstvo da udvostručenje argumenta (nezavisne varijable) povlači udvostručenje vrijednosti funkcije (zavisne varijable). Štoviše, udvostručenje opsega kruga povlači učetverostručenje površine:

$$\begin{aligned} P(O_1) &= \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot (2 \cdot O)^2 = \\ &= \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot 4 \cdot O^2 = \\ &= 4 \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot O^2\right) = \\ &= 4 \cdot P(O). \end{aligned}$$

16. **B**. Traženi tangens kuta nasuprot kraćoj kateti jednak je količniku duljine kraće katete i duljine dulje katete. Tako odmah dobivamo:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}.$$

17. **D**. Riješimo zadanu kvadratnu jednadžbu na uobičajen način. Imamo redom:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-c)}}{2 \cdot 1} =$$
$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot c}}{2},$$
$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot c}}{2},\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{1 + 4 \cdot c}}{2}.$$

Dakle, vrijednost **D**. je jedno rješenje zadane jednadžbe (točnije, rješenje x_1).

18. A. **Napomena: U zadatku nije navedena pretpostavka da su svi koeficijenti u kvadratnoj jednadžbi realni brojevi. Rješenje zadatka se izlaže uz tu pretpostavku. (Diskriminanta kvadratne jednadžbe može biti jednaka 19 i ako je barem jedan koeficijent u toj jednadžbi kompleksan broj koji nije realan. Takva je npr. kvadratna jednadžba $x^2 + i \cdot x - 5 = 0$.) Ako se pretpostavka izostavi, onda rješenje zadatka nije jednoznačno (u obzir dolaze i odgovor A. i odgovor B.)**
U izrazu kojim određujemo sva rješenja kvadratne jednadžbe pojavljuje se drugi korijen iz diskriminante te jednadžbe. Prema pretpostavci, vrijednost diskriminante je strogo pozitivan realan broj (točnije, 19), pa je drugi korijen iz diskriminante također strogo pozitivan realan broj. Tom broju ili njemu suprotnom broju dodajemo koeficijent uz nepoznanicu koji je realan broj, pa dobiveni rezultat dijelimo s dvostrukim vodećim koeficijentom koji je također realan broj. Dakle, provodimo operacije zbrajanja i dijeljenja u skupu realnih brojeva čiji je rezultat ponovno realan broj. Zbog toga su oba rješenja *bilo koje* kvadratne jednadžbe čija je diskriminanta jednaka 19 realni brojevi.

19. **D.** Imamo redom:

$$x^2 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R},$$
$$x^2 + 6 \geq 0 + 6,$$
$$x^2 + 6 \geq 6.$$

Odatle slijedi da je slika funkcije $f(x) = x^2 + 6$ zadani interval (vrijednosti te funkcije su svi realni brojevi jednaki ili veći od 6, a ti brojevi tvore zadani interval).

20. **A**. Traženi je zbroj jednak:

$$S_5 = \frac{5}{2} \cdot (a_1 + a_5) =$$
$$= \frac{5}{2} \cdot (-2 + 26) =$$

$$=\frac{5}{2}\cdot 24=$$
$$=60.$$

21. 1.) $6.2\cdot 10^8$. Budući da je 620 milijuna $=$ $620\cdot 10^6$, dobivamo:

$$\begin{aligned}620\cdot 10^6&=6.20\cdot 10^2\cdot 10^6=\\&=6.2\cdot 10^{2+6}=\\&=6.2\cdot 10^8.\end{aligned}$$

2.) $4.219\cdot 10^{10}$. Budući da je $5.1=0.051\cdot 10^2$, tražena je razlika jednaka:

$$\begin{aligned}4.27\cdot 10^{10}-5.1\cdot 10^8&=4.27\cdot 10^{10}-0.051\cdot 10^2\cdot 10^8=\\&=4.27\cdot 10^{10}-0.051\cdot 10^{2+8}=\\&=4.27\cdot 10^{10}-0.051\cdot 10^{10}=\\&=(4.27-0.051)\cdot 10^{10}=\\&=4.219\cdot 10^{10}.\end{aligned}$$

22. 1.) $A\cdot B=4\cdot y^3$. Koristeći pravilo za množenje potencija s jednakim bazama imamo:

$$\begin{aligned}A\cdot B&=\left(8\cdot x^3\cdot y\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot x^{-3}\cdot y^2\right)=\\&=\left(8\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x^3\cdot x^{-3}\right)\cdot\left(y\cdot y^2\right)=\\&=4\cdot x^{3+(-3)}\cdot y^{1+2}=\\&=4\cdot x^0\cdot y^3=\\&=4\cdot 1\cdot y^3=\\&=4\cdot y^3.\end{aligned}$$

2.) $16\cdot x^{12}\cdot y^{-8}$. Koristeći pravilo za potenciranje potencije imamo redom:

$$\begin{aligned}B^{-4}&=\left(2^{-1}\cdot x^{-3}\cdot y^2\right)^{-4}=\\&=2^{(-1)\cdot(-4)}\cdot x^{(-3)\cdot(-4)}\cdot y^{2\cdot(-4)}=\\&=2^4\cdot x^{12}\cdot y^{-8}=\\&=16\cdot x^{12}\cdot y^{-8}.\end{aligned}$$

23. Najprije uočimo da vrijedi:

$$16\cdot y^2+3\cdot x\cdot(3\cdot x-8\cdot y)=(4\cdot y)^2+(3\cdot x)^2-24\cdot x\cdot y=$$

$$= (4\cdot y)^2 + (3\cdot x)^2 - 2\cdot(3\cdot x)\cdot(4\cdot y) =$$
$$= (3\cdot x)^2 - 2\cdot(3\cdot x)\cdot(4\cdot y) + (4\cdot y)^2 =$$
$$= (3\cdot x - 4\cdot y)^2.$$

1.) 121. Tražena vrijednost je jednaka:

$$(3\cdot 1 - 4\cdot(-2))^2 = (3+8)^2 = 121.$$

2.) $(3\cdot x - 4\cdot y)^2$ ili $(4\cdot y - 3\cdot x)^2$. Jedno moguće rješenje $\left((3\cdot x - 4\cdot y)^2\right)$ već smo dobili. Međutim, budući da vrijedi jednakost:

$$(-a)^2 = a^2,\ \forall a \in \mathbb{R},$$

ispravno rješenje zadatka je i kvadrat binomu $3\cdot x - 4\cdot y$ suprotnoga binoma, tj.

$$(-(3\cdot x - 4\cdot y))^2 = (4\cdot y - 3\cdot x)^2.$$

24. 1.) $\frac{3}{4} = 0.75$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&2 - \frac{7\cdot m + 1}{5} = m, \qquad /\cdot 5\\
&10 - (7\cdot m + 1) = 5\cdot m,\\
&10 - 7\cdot m - 1 = 5\cdot m,\\
&-7\cdot m - 5\cdot m = -10 + 1,\\
&(-12)\cdot m = -9, \qquad /:(-12)\\
&m = \frac{-9}{-12} =\\
&\quad = \frac{-9:(-3)}{-12:(-3)} =\\
&\quad = \frac{3}{4} = 0.75.
\end{aligned}$$

2.) 18. Udaljenost od šest kilometara jednaka je udaljenosti od 6000 metara. Budući da je vrijeme jednako količniku prijeđenoga puta i prosječne brzine, zaključujemo da je Marko trčao ukupno

$$\frac{6000}{200} = 30 \text{ minuta},$$

kao i da je Luka vozio bicikl ukupno

$$\frac{6000}{500}=12 \text{ minuta.}$$

Dakle, Marko je trčao $30-12=18$ minuta više nego što je Luka vozio bicikl.

25. 1.) 2500. Tražena je masa (iskazana u tonama) jednaka:

$$500+450+600+550+400=2500.$$

2.) $\frac{50}{3}\%=8.\dot{3}\%$. Urod lješnjaka u 2016. godini iznosio je 550 tona, a u 2015. godini 600 tona. Zbog toga je traženi postotak jednak:

$$\begin{aligned} p&=\frac{600-550}{600}\cdot 100= \\ &=\frac{50}{6}\%= \\ &=8.\dot{3}\%. \end{aligned}$$

26. 1.) 0. Uvrstimo koordinate točke T u jednadžbu pravca p, pa dobijemo:

$$\begin{aligned} &3\cdot 2-2\cdot 3+a=0, \\ &6-6+a=0, \\ &a=0. \end{aligned}$$

2.) $\approx 0.982793723 \text{ rad.} \approx 56^\circ 18' 36''$. Tangens kuta čiju mjeru tražimo jednak je koeficijentu smjera pravca p. Odredimo taj koeficijent:

$$\begin{aligned} &(-2)\cdot y=-3\cdot x-a, \quad /:(-2) \\ &y=\frac{3}{2}\cdot x+\frac{a}{2}, \\ &k=\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Označimo li traženu mjeru s α, onda iz trigonometrijske jednadžbe

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{3}{2}$$

odmah slijedi

$$\alpha=\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{2}\right)\approx 0.982793723 \text{ rad.} \approx 56^\circ 18' 36''.$$

27. 1.) $x = -2$ **ili** $x + 2 = 0$. Traženi pravac je pravac usporedan s osi ordinata koji prolazi tjemenom T grafa funkcije f. Njegova jednadžba ima oblik $x = A$, pri čemu je $A \in \mathbb{R}$ konstanta. U našemu je slučaju A jednaka prvoj koordinati tjemena T grafa funkcije f.

$$\begin{aligned} A &= \frac{-12}{2 \cdot 3} = \\ &= \frac{-12}{6} = \\ &= -2. \end{aligned}$$

Dakle, traženi pravac je $x = -2$.

2.) $\langle -5, 1 \rangle$. Riješimo nejednadžbu:

$$f(x) < 0.$$

Budući da je vodeći koeficijent funkcije f strogo pozitivan realan broj (preciznije, 3), skup svih rješenja ove nejednadžbe bit će otvoreni interval omeđen nultočkama funkcije f. Zbog toga riješimo jednadžbu

$$f(x) = 0.$$

Imamo redom:

$$\begin{aligned} &3 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 15 = 0, \quad / : 3 \\ &x^2 + 4 \cdot x - 5 = 0, \\ &x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \\ &\quad = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - (-20)}}{2} = \\ &\quad = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \\ &\quad = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} = \\ &\quad = \frac{-4 \pm 6}{2}, \\ &x_1 = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5, \\ &x_2 = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1. \end{aligned}$$

Dakle, traženi skup je otvoreni interval $\langle -5,1 \rangle$.

28. 1.) $x=9$. Zadana neprava racionalna funkcija bit će jednaka nuli ako i samo ako je njezin brojnik jednak nuli, a nazivnik različit od nule. Tako iz jednadžbe

$$x-9=0$$

odmah slijedi $x=9$. Za $x=9$ nazivnik zadane funkcije jednak je

$$9+1=10\neq 0,$$

pa je $x=9$ doista (jedinstvena) nultočka zadane funkcije.

2.) $D(f)=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Zadana funkcija je definirana kad god je njezin nazivnik različit od nule. Drugim riječima, ona je definirana za sve $x\in\mathbb{R}$ takve da je $x+1\neq 0$. Riješimo li jednadžbu $x+1=0$, dobit ćemo $x=-1$. Zbog toga je tražena prirodna domena skup koji se dobije kad iz skupa $\mathbb{R}$ izbacimo broj -1, odnosno skup $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

29. 1.) **≈ 1965.24**. Površina zemljišta jednaka je površini trokuta kojemu su dvije stranice duge 72 m i 55 m, a mjera kuta između njih jednaka 83°. Ta je površina jednaka:

$$\begin{aligned}P&=\frac{1}{2}\cdot 72\cdot 55\cdot\sin 83^\circ=\\&=36\cdot 55\cdot\sin 83^\circ=\\&=1980\cdot\sin 83^\circ\approx\\&\approx 1965.24138\approx\\&\approx 1965.24\text{ m}^2.\end{aligned}$$

2.) **≈ 212.11.** Tražena je duljina jednaka je opsegu trokuta kojemu su dvije stranice duge 72 m i 55 m, a mjera kuta između njih jednaka 83°. Primjenom kosinusova teorema najprije izračunamo duljinu treće stranice toga trokuta:

$$\begin{aligned}c&=\sqrt{72^2+55^2-2\cdot 72\cdot 55\cdot\cos 83^\circ}=\\&=\sqrt{5184+3025-7920\cdot\cos 83^\circ}=\\&=\sqrt{8209-7920\cdot\cos 83^\circ}\approx\\&\approx 85.1104858\approx\\&\approx 85.11\text{ m}.\end{aligned}$$

Opseg trokuta jednak je zbroju duljina svih triju stranica trokuta:

$$O = 72 + 55 + 85.11 = 212.11 \text{ m}.$$

Dakle, tražena duljina ograde je (približno) 212.11 metara.

30. 1.) $81 \cdot \sqrt{3}$. Volumen prizme jednak je umnošku površine osnovke prizme i duljine visine prizme. Osnovka zadane prizme je jednakostraničan trokut čija je stranica duga 6 cm, dok je visina prizme 9 cm. Tako slijedi:

$$\begin{aligned} V &= B \cdot v = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 6^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 9 = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 36 \cdot \sqrt{3} \cdot 9 = \\ &= 9 \cdot \sqrt{3} \cdot 9 = \\ &= 81 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

2.) $18 \cdot \sqrt{3} + 162$. Oplošje prizme jednako je zbroju površina obiju (sukladnih) osnovki prizme i površine pobočja prizme. Svaka osnovka zadane prizme je jednakostraničan trokut čija je stranica duga 6 cm. Pobočje prizme tvore tri sukladna pravokutnika kojima su stranice duge 6 cm i 9 cm. Tako slijedi:

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot B + P = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 6^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 6 \cdot 9 = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 36 \cdot \sqrt{3} + 162 = \\ &= 18 \cdot \sqrt{3} + 162 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Pripremio:

mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač