TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

1. **C.** Podsjetimo da oznaka ⟨ uz točku na brojevnom pravcu pridruženu realnom broju a znači da broj a ne pripada istaknutom podskupu skupa realnih brojeva, a da oznaka [uz istu točku znači da broj a pripada spomenutom podskupu. Zbog toga zadani grafički prikaz predstavlja interval $\langle -1, 5]$. Taj interval je skup svih realnih brojeva koji su istodobno strogo veći od –1 i jednaki ili manji od 5.

   Primijetimo da je u **A** naveden opis otvorena intervala $\langle -1, 5\rangle$, u **B** opis poluzatvorena intervala $[-1, 5\rangle$, a u **D** opis segmenta $[-1, 5]$.

2. **A.** Iz podatka da je Jelena 12 cm niža od Vlaste izravno slijedi da je Vlasta 12 cm viša od Jelene. Iz podatka da je Marija 7 cm viša od Jelene i prethodne rečenice ovoga rješenja slijedi da je Vlasta 12 – 7 = 5 cm viša od Marije. Iz podatka da je Branka 8 cm viša od Marije i prethodne rečenice ovoga rješenja slijedi da je Branka 8 – 5 = 3 cm viša od Vlaste. Zbog toga zaključujemo da je Branka 3 cm viša od Vlaste, 8 cm viša od Marije i 12 + 3 = 15 cm viša od Jelene. Poredane silazno po visini, djevojke tvore niz Branka, Vlasta, Marija, jelena. Dakle, najviša među njima je Branka.

3. **C.** Izrazimo vrijeme od 14 dana i 4 sata u satima. Prisjetimo se da jedan dan ima 24 sata, pa je vrijeme od 14 dana i 4 sata jednako vremenu od $14 \cdot 24 + 4 = 340$ sati.

   Označimo traženo vrijeme s t. Napomenimo da je vrijeme t izraženo u minutama. Budući da su duljina vremena i duljina kašnjenja sata upravno razmjerne veličine, možemo postaviti razmjer:

$$t : 340 = 5 : 8.5.$$

   Riješimo ovaj razmjer uobičajenim načinom:

$$8.5 \cdot t = 340 \cdot 5,$$
$$8.5 \cdot t = 1700.$$

   Odatle dijeljenjem s 8.5 slijedi $t = 200$. Dakle, sat će kasniti ukupno 200 minuta.

4. **D.** Imamo redom:

$$1 - p = \frac{2-p}{3} \quad / \cdot 3$$
$$3 - 3 \cdot p = 2 - p,$$
$$-3 \cdot p + p = 2 - 3,$$
$$(-2) \cdot p = -1 \quad / : (-2)$$
$$a = \frac{1}{2}.$$

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

5. **D.** Zadatak je ekvivalentan rješavanju jednadžbe $\frac{1}{3}\cdot x-6=0$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}\cdot x-6=0 \quad /\cdot 3\\&x-18=0,\\&x=18.\end{aligned}$$

6. **B.** Iz podatka da kvadratna funkcija ima najveću vrijednost zaključujemo da je $a < 0$. Dotična najveća vrijednost računa se iz izraza

$$M=\frac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a}.$$

Iz podatka da je $M = 0$ slijedi da brojnik gornjega razlomka mora biti jednak nuli, tj. da mora vrijediti jednakost

$$4\cdot a\cdot c-b^2=0.$$

Pomnožimo tu jednakost s (–1) i zamijenimo poredak članova na njezinoj lijevoj strani. Dobit ćemo:

$$b^2-4\cdot a\cdot c=0.$$

Pripadna diskriminanta kvadratne funkcije je dana izrazom

$$D=b^2-4\cdot a\cdot c,$$

što znači da je jednakost

$$b^2-4\cdot a\cdot c=0$$

ekvivalentna jednakosti

$$D=0.$$

Tako zaključujemo da istodobno moraju vrijediti relacije

$$a<0 \text{ i } D=0.$$

Jedina od četiriju navedenih funkcija koja ima oba svojstva je funkcija navedena pod **B**.

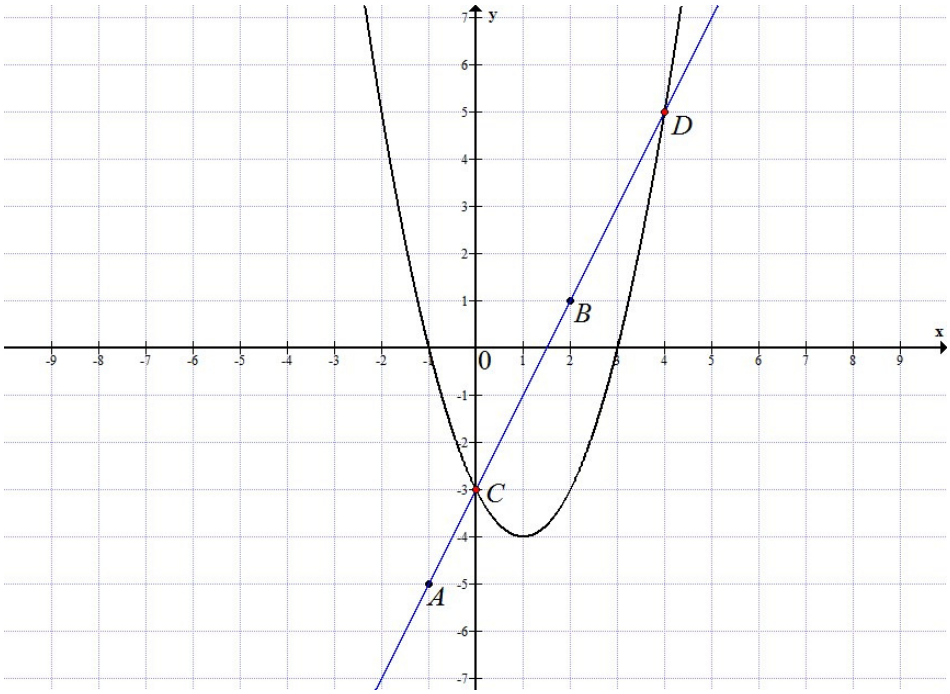
(*Napomena*: Skup svih mogućih rješenja zadatka tvore svi polinomi 2. stupnja kojima je vodeći koeficijent strogo manji od nule, a diskriminanta jednaka nuli.)

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

7. **D.** Povucimo pravac kroz točke A i B, pa sa dobivene slike očitajmo njegova sjecišta sa zadanom parabolom. Vidjeti Sliku 1.

Tražena sjecišta su točke C i D. Odmah vidimo da je $C = (0, -3)$ jer iz ishodišta zadanoga pravokutnoga koordinatnoga sustava u ravnini do točke C dođemo tako da se spustimo tri jedinice duljine prema dolje. Iz ishodišta do točke D dođemo tako da se najprije pomaknemo za 4 jedinice duljine udesno, a potom za 5 jedinica duljine prema gore. Zbog toga je $D = (4, 5)$.

Dakle, tražena sjecišta su točke $(0, -3)$ i $(4, 5)$.



Slika 1.

8. **D.** Riješimo zadanu kvadratnu jednadžbu uobičajenim načinom. Imamo redom:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 6}}{1} = -b \pm \sqrt{b^2 - 6} \Rightarrow$$

$$x_1 = -b - \sqrt{b^2 - 6}, \quad x_2 = -b + \sqrt{b^2 - 6}.$$

Rješenje x_2 navedeno je pod slovom **D**.

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

9. **D.** Podsjetimo se da su pravci $p_1 \ldots A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 = 0$ i $p_2 \ldots A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 = 0$ usporedni ako i samo ako istodobno vrijede jednakosti $A_1 = A_2$ i $B_1 = B_2$.
U slučaju **A** nije istinita jednakost $A_1 = A_2$ jer je $A_1 = 1 \neq 2 = A_2$.
U slučajevima **B** i **C** nije istinita jednakost $B_1 = B_2$ jer je $B_1 = -1 \neq 1 = B_2$.
U slučaju **D** vrijede jednakosti $A_1 = A_2 = 2$ i $B_1 = B_2 = -1$, pa je pripadni par pravaca ujedno i rješenje zadatka.

10. **C**. Traženu površinu izračunat ćemo tako da od površine pravokutnika oduzmemo zbroj površina dvaju neosjenčanih pravokutnih trokutova. Duljine kateta manjega od tih dvaju trokutova su $\frac{1}{3} \cdot a$ i $\frac{1}{3} \cdot b$, a duljine kateta većega od tih dvaju trokutova su $\frac{2}{3} \cdot a$ i $\frac{2}{3} \cdot b$. Zbog toga imamo:

$$P = a \cdot b - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot a\right) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot b\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot a\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot b\right) = a \cdot b - \frac{a \cdot b}{18} - \frac{4 \cdot a \cdot b}{18} =$$
$$= \frac{18 \cdot a \cdot b - a \cdot b - 4 \cdot a \cdot b}{18} = \frac{13}{18} \cdot a \cdot b$$

Preostaje uvrstiti $a = 21$ i $b = 9$. Dobit ćemo:

$$P = \frac{13}{18} \cdot 21 \cdot 9 = \frac{13 \cdot 21}{2} = \frac{273}{2} = 136.5 \text{ cm}^2.$$

11. **A.** Izračunajmo najprije kut kod vrha C u trokutu ABC. Imamo:

$$\angle ACB = \angle BCD - \angle ACD = 150° - 60° = 90°.$$

Dakle, ABC je pravokutan trokut s pravim kutom kod vrha C. Njegove katete su dužine $\overline{AC}$ i $\overline{BC}$, a hipotenuza je dužina $\overline{AB}$. Primjenom Pitagorina poučka odmah dobivamo:

$$|AC| = \sqrt{|AB|^2 - |BC|^2} = \sqrt{4^2 - 2.2^2} = \sqrt{16 - 4.84} = \sqrt{11.16} \approx 3.3406586 \text{ cm}.$$

Zaokruživanjem ovoga rezultata na jednu decimalu dobivamo $|AC| = 3.3$ cm. (Druga znamenka iza decimalne točke jednaka je 4, pa nju zanemarujemo, a prvu znamenku iza decimalne točke prepisujemo.)

12. **B**. Osnovka piramide je kvadrat čija stranica ima duljinu $a = 12$ cm. Zbog toga je površina osnovke piramide jednaka

$$B = a^2 = 12^2 = 144 \text{ cm}^2.$$

Duljina visine piramide povučene iz vrha piramide na osnovku piramide, duljina visine

pobočke piramide i polovica duljine osnovnoga brida piramide tvore duljine stranica pravokutnoga trokuta. Hipotenuza toga trokuta je visina pobočke piramide. Primjenom Pitagorina poučka dobivamo duljinu h visine piramide:

$$h=\sqrt{v_p^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{10^2-\left(\frac{12}{2}\right)^2}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8\ \text{cm}.$$

Zbog toga je traženi obujam piramide jednak

$$V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 144\cdot 8=48\cdot 8=384\ \text{cm}^3.$$

13. C. Iz podatka da je dobit podijeljena u omjeru 5 : 6 : 9 zaključujemo da postoji strogo pozitivan realan broj k takav da dobiti iznose $5\cdot k$, $6\cdot k$ i $9\cdot k$. Budući da je $k>0$, najveća od tih triju dobiti iznosi $9\cdot k$ kn, a najmanja $5\cdot k$ kn. Njihova je razlika jednaka

$$\Delta=9\cdot k-5\cdot k=4\cdot k.$$

Prema zadatku, taj iznos mora biti jednak 2540 kn. Tako dobivamo linearnu jednadžbu 1. stupnja s jednom nepoznanicom:

$$4\cdot k=2540.$$

Odatle dijeljenjem s 4 slijedi $k=635$. Tražena ukupna dobit iznosi:

$$D=5\cdot k+6\cdot k+9\cdot k=20\cdot k=20\cdot 635=12700\ \text{kn}.$$

14. D. Žicu možemo zamišljati kao uspravni kružni valjak. Polumjer osnovke valjka iznosi $r = = \frac{3}{2}=1.5$ mm = $1.5\cdot 10^{-3}$ m. Obujam valjka jednak je $V=B\cdot h=r^2\cdot\pi\cdot h$, gdje je h duljina žice. Ovaj izraz uvrstimo u formulu za gustoću:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{r^2\cdot\pi\cdot h}\ ,$$

pa iz dobivene jednakosti izrazimo veličinu h:

$$\rho=\frac{m}{r^2\cdot\pi\cdot h}\quad /\cdot\frac{h}{\rho}$$

$$h=\frac{m}{r^2\cdot\pi\cdot\rho}.$$

U ovaj izraz uvrstimo $m = 4.85$ kg, $r = 1.5 \cdot 10^{-3}$ m i $\rho = 8900$. Dobit ćemo:

$$h = \frac{4.85}{(1.5\cdot 10^{-3})^2 \cdot \pi \cdot 8900} = \frac{4.85}{1.5^2 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 8.9 \cdot 10^3} = \frac{4.85}{2.25 \cdot 8.9 \cdot \pi \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \frac{4.85 \cdot 10^3}{20.025 \cdot \pi} = \frac{4850}{20.025 \cdot \pi} \approx 77.09378 \approx 77.1 \text{ m}$$

15. B. Nazivnik prvoga razlomka rastavimo prema formuli za razliku kvadrata. Imamo redom:

$$\frac{2\cdot a}{a^2-4} + \frac{1}{2-a} = \frac{2\cdot a}{a^2-2^2} + \frac{1}{2-a} = \frac{2\cdot a}{(a-2)\cdot(a+2)} + \frac{1}{2-a} = \frac{2\cdot a}{(a-2)\cdot(a+2)} + \frac{1}{(-1)\cdot(a-2)} =$$

$$= \frac{2\cdot a}{(a-2)\cdot(a+2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{2\cdot a - 1\cdot(a+2)}{(a-2)\cdot(a+2)} = \frac{2\cdot a - a - 2}{(a-2)\cdot(a+2)} = \frac{a-2}{(a-2)\cdot(a+2)} = \frac{1}{a+2}.$$

Brojnik ovoga izraza jednak je 1, a nazivnik $a + 2$.

16. B. Osoba *B* zaradila je dvostruko više od osobe *A*, tj. $2 \cdot x$ kn. osoba *C* zaradila je tri četvrtine zarade osobe *B*, tj. $\frac{3}{4}\cdot(2\cdot x) = \frac{3}{4}\cdot 2\cdot x = \frac{3}{2}\cdot x$. Zaključujemo da je osoba *C* zaradila $\frac{3}{2}\cdot x - x = x\cdot\left(\frac{3}{2}-1\right) = x\cdot\left(\frac{3-2}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot x$ kn više od osobe *A*, odnosno za $\frac{\frac{1}{2}\cdot x}{x}\cdot 100 = \frac{1}{2}\cdot 100 = 50\%$ više od osobe *A*.

Nadalje, osoba *C* je zaradila $2\cdot x - \frac{3}{2}\cdot x = x\cdot\left(2-\frac{3}{2}\right) = x\cdot\left(\frac{2\cdot 2-3}{2}\right) = x\cdot\left(\frac{4-3}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot x$ manje od osobe *B*, odnosno $\frac{\frac{1}{2}\cdot x}{2\cdot x}\cdot 100 = \frac{1}{2\cdot 2}\cdot 100 = \frac{1}{4}\cdot 100 = 25\%$ manje od osobe *B*.

Tvrdnja **A** je točna jer smo zaključili da je osoba *C* zaradila 50% više od osobe *A*.

Tvrdnja **B** nije točna jer smo zaključili da je osoba *C* zaradila $\frac{1}{2}\cdot x$ kn više od osobe *A*, a ne $\frac{3}{2}\cdot x$ kn više kako stoji u tvrdnji.

Tvrdnja **C** je točna jer smo zaključili da je osoba *C* zaradila $\frac{1}{2}\cdot x$ kn manje od osobe *B*.

Tvrdnja **D** je točna jer smo zaključili da je osoba *C* zaradila 25% manje od osobe *B*.

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

17. 102. Najprije izrazimo duljinu cijeloga štapa u cm. Prisjetimo se da vrijede jednakosti 1 m = 100 cm i 1 cm = 10 mm. Zbog toga imamo:

$$2 \text{ m i } 40 \text{ mm} = \left(2\cdot 100 + \frac{40}{10}\right) \text{ cm} = (200+4) \text{ cm} = 204 \text{ cm}.$$

Zbog toga je duljina polovice štapa iskazana u cm

$$d = \frac{204}{2} = 102 \text{ cm}.$$

18. $\frac{3}{32} = 0.09375$**.** Imamo redom:

$$\frac{\left|\sqrt{a}+2\cdot b\right|}{\left(\frac{1}{a}\cdot b\right)^2} = \frac{\left|\sqrt{\frac{1}{4}}+2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\right|}{\left[\frac{1}{\frac{1}{4}}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\right]^2} = \frac{\left|\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right|}{\left[4\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\right]^2} = \frac{\left|\frac{3-4}{6}\right|}{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\left|-\frac{1}{6}\right|}{\frac{16}{9}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{16}{9}} = \frac{1\cdot 9}{6\cdot 16} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 16} = \frac{3}{32}.$$

19. 60. Luka je ostvario 20% više bodova od Ivana, pa je Lukin broj bodova jednak

$$L = 45 + \frac{20}{100}\cdot 45 = 45 + \frac{1}{5}\cdot 45 = 45 + 9 = 54.$$

Lukin broj bodova iznosi 90% od ukupnoga broja bodova. Označimo li s b ukupan broj bodova, možemo napisati jednadžbu:

$$\frac{90}{100}\cdot b = 54.$$

Dijeljenjem lijeve i desne strane jednadžbe s $\frac{90}{100} = 0.9$ dobivamo b = 60. Dakle, na ispitu je bilo moguće ostvariti ukupno 60 bodova.

20. 648. Udio broja učenika koji se bave nekom slobodnom aktivnosti u ukupnom broju učenika te škole jednak je:

$$\frac{1}{3}+\frac{12.5}{100}+\frac{1}{4} = \frac{1}{3}+\frac{125}{1000}+\frac{1}{4} = \frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4} = \frac{8+3+6}{24} = \frac{17}{24}.$$

Zbog toga je udio broja učenika koji se ne bave nijednom slobodnom aktivnošću u ukupnom broju učenika te škole jednak

$$1-\frac{17}{24}=\frac{24-17}{24}=\frac{7}{24}.$$

Označimo li s u traženi ukupan broj učenika, onda iz jednadžbe

$$\frac{7}{24}\cdot u=189$$

dijeljenjem s $\frac{7}{24}$ dobivamo:

$$u=189\cdot\frac{24}{7}=648.$$

Dakle, škola ima ukupno 648 učenika.

21. 35°. Koristit ćemo činjenicu da je zbroj mjera kutova u bilo kojem četverokutu jednak 360°. Primijenimo je na četverokut $ABCD$:

$$\angle BAC + \angle ABD + \angle ACD + \angle BDC = 360°.$$

Pogledajmo koju od tih mjera možemo odmah izračunati. Mjeru kuta $\angle BAC$ tražimo i nju zasad još ne možemo izračunati. Prema uvjetu zadatka, mjera kuta $\angle ABD$ jednaka je mjeri kuta $\angle BCD$. Budući da mjera kuta $\angle BCD$ i mjera kuta $\angle ACD$ zbrojene daju mjeru kuta $\angle BCA$, a ova je jednaka 50°, zaključujemo da je:

$$\angle BCD = 50° - \angle ACD,$$

odnosno, zbog jednakosti $\angle ABD = \angle BCD$,

$$\angle ABD = 50° - \angle ACD.$$

Nadalje, budući da je mjera kuta $\angle BDC$ trokuta BCD jednaka 85°, mjera kuta $\angle BDC$ u četverokutu $ABCD$ dobije se kao razlika 360° i 85°:

$$\angle BDC = 360° - 85°.$$

Uvrstimo dvije dobivene jednakosti u jednakost $\angle BAC + \angle ABD + \angle ACD + \angle BDC =$ $= 360°$. Dobivamo:

$$\angle BAC + (50° - \angle ACD) + \angle ACD + (360° - 85°) = 360°.$$

Pojednostavnimo dobiveni izraz:

$$\angle BAC + 50° - \angle ACD + \angle ACD + 360° - 85° = 360°,$$
$$\angle BAC + 50° + 360° - 85° = 360°,$$
$$\angle BAC = 360° - (50° + 360° - 85°),$$
$$\angle BAC = 360° - 50° - 360° + 85°,$$
$$\angle BAC = 85° - 50°,$$
$$\angle BAC = 35°.$$

22. 1.) 655.61. Imamo:

$$P = 14.446^2 \cdot \pi = 208.686916 \cdot \pi \approx 655.60928220591..$$

Zaokruživanjem ovoga broja na dvije decimale dobijemo 655.61 (treća decimala je 9, pa prigodom zaokruživanja drugu decimalu moramo uvećati za 1).

2.) $\sqrt{\frac{P}{\pi}}$ **.** Imamo redom:

$$P = r^2 \cdot \pi \quad /:\pi$$
$$r^2 = \frac{P}{\pi} \quad /\sqrt{\ }$$
$$r = \sqrt{\frac{P}{\pi}}.$$

(*Napomena*: Rješenje $r = -\sqrt{\frac{P}{\pi}}$ ne dolazi u obzir jer duljina polumjera kruga r ne može biti strogo negativan realan broj.)

23. 1.) $x^2 + \frac{624}{25} \cdot x \cdot y - y^2$ **.** Imamo redom:

$$\left(5 \cdot x - \frac{y}{5}\right) \cdot \left(5 \cdot y + \frac{x}{5}\right) = 5 \cdot x \cdot 5 \cdot y - \frac{y}{5} \cdot 5 \cdot y + 5 \cdot x \cdot \frac{x}{5} - \frac{y}{5} \cdot \frac{x}{5} = 25 \cdot x \cdot y - y^2 + x^2 - \frac{x \cdot y}{25} =$$
$$= x^2 + \left(25 - \frac{1}{25}\right) \cdot x \cdot y - y^2 = x^2 + \left(\frac{25 \cdot 25 - 1}{25}\right) \cdot x \cdot y - y^2 = x^2 + \left(\frac{625 - 1}{25}\right) \cdot x \cdot y - y^2 =$$
$$= x^2 + \frac{624}{25} \cdot x \cdot y - y^2.$$

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

2.) $\frac{c-3}{c+3}$**.** Koristimo formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata. Imamo redom:

$$\frac{c^2-6\cdot c+9}{c^2-9}=\frac{c^2-2\cdot 3\cdot c+3^2}{c^2-3^2}=\frac{(c-3)^2}{(c-3)\cdot(c+3)}=\frac{c-3}{c+3}.$$

24. $-\frac{3}{4};\ \frac{1}{8}$. Oduzimanjem druge jednadžbe od prve jednadžbe zadanoga sustava dobijemo:

$$\begin{aligned}
&\frac{5}{2}\cdot x+2-\left(-\frac{3}{2}\cdot x-1\right)=0,\\
&\frac{5}{2}\cdot x+2+\frac{3}{2}\cdot x+1=0,\\
&\frac{8}{2}\cdot x=-2-1,\\
&4\cdot x=-3.
\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 4 slijedi $x=-\frac{3}{4}$. Uvrstimo dobiveni rezultat npr. u prvu jednadžbu zadanoga sustava. Dobivamo:

$$y=\frac{5}{2}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+2=-\frac{15}{8}+2=\frac{-15+2\cdot 8}{8}=\frac{-15+16}{8}=\frac{1}{8}.$$

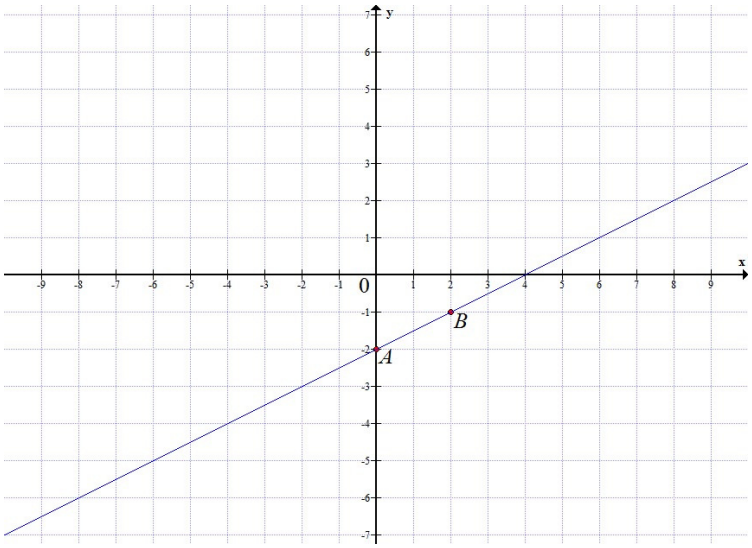
Dakle, rješenje zadanoga sustava je $(x,y)=\left(-\frac{3}{4},\ \frac{1}{8}\right)$.

25. 1.) Vidjeti Sliku 2. Primijetimo da je zadana funkcija linearna funkcija. Njezin graf je pravac. Da bismo nacrtali bilo koji pravac, moramo zadati neke dvije njegove različite točke. Zbog toga uzmimo npr. $x = 0$ i $x = 2$, pa izračunajmo $f(0)$ i $f(2)$:

$$\begin{aligned}
&f(0)=\frac{1}{2}\cdot 0-2=0-2=-2,\\
&f(2)=\frac{1}{2}\cdot 2-2=1-2=-1.
\end{aligned}$$

Zbog toga u zadani pravokutni koordinatni sustav u ravnini ucrtajmo točke $A = (0, -2)$ i $B = (2, -1)$, pa ih spojimo jednim pravcem. Dobivamo graf prikazan na Slici 2.

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)



Slika 2.

2.) –98. Već smo izračunali $f(0) = -2$. Analogno računamo $f(100)$:

$$f(100) = \frac{1}{2} \cdot 100 - 2 = 50 - 2 = 48.$$

Zbog toga je

$$f(0) - 2 \cdot f(100) = -2 - 2 \cdot 48 = -2 - 96 = -98.$$

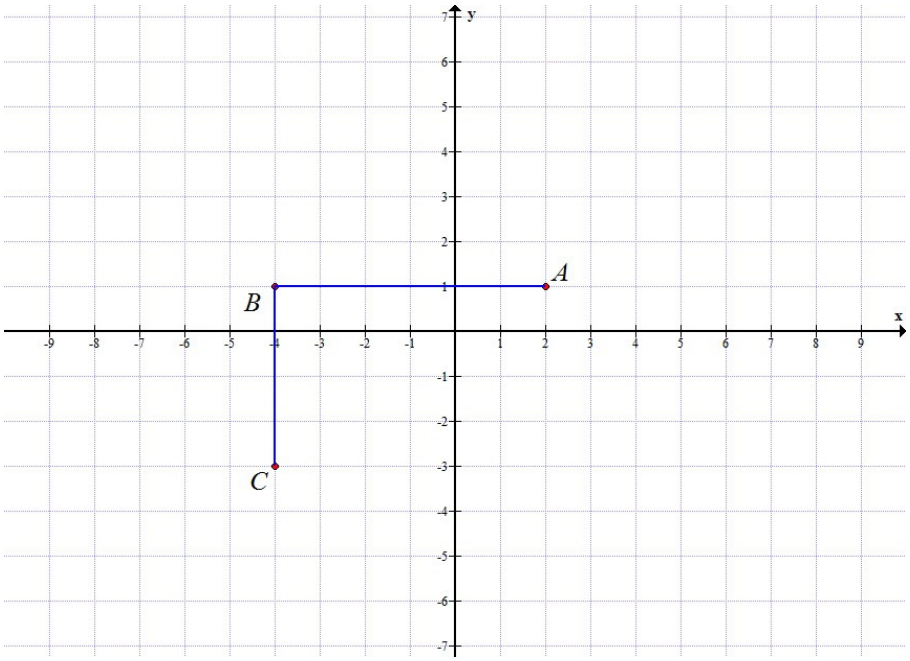
26. 1.) (2, –3). Zadatak se može riješiti na nekoliko različitih načina, pa ćemo ovdje navesti najjednostavniji i najbrži način (sugeriran i popratnom slikom u zadatku). Ucrtajmo sve zadane točke u pravokutni koordinatni sustav u ravnini, pa spojimo točke A i B, odnosno A i C jednim pravcem. Dobivamo Sliku 3.

Povucimo točkom C pravac usporedan s pravcem kroz točke A i B, a točkom A pravac usporedan s pravcem kroz točke B i C. Te je pravce lako povući jer je prvi usporedan s osi apscisa (osi x), a drugi usporedan s osi ordinata (osi y). Povučeni pravci će se sjeći u traženom četvrtom vrhu pravokutnika. Dobivamo Sliku 4.

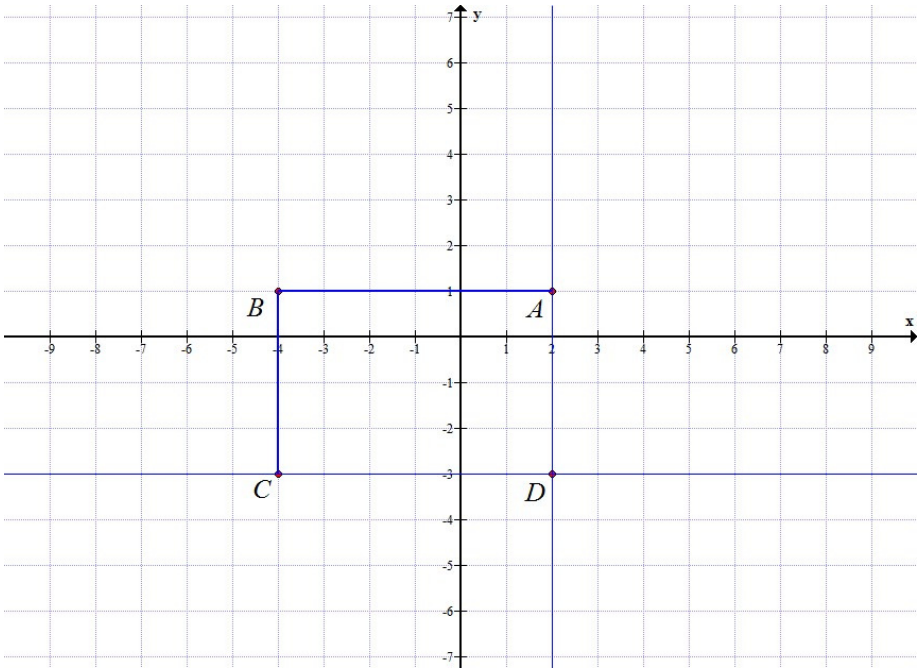
Sa Slike 4. lagano očitamo: $D = (2, -3)$ i to je traženi četvrti vrh pravokutnika.

2.) $y = 1$ ili $y - 1 = 0$. Iz Slike 3. ili Slike 4. vidimo da je pravac kroz točke A i B usporedan s osi apscisa (osi x). Zbog toga on ima jednadžbu oblika $y = a$. Realan broj a „očitamo“ kao drugu koordinatu točke A ili točke B. Očito je $a = 1$, pa je traženi pravac $p\ldots\ y = 1$ ili $p\ldots\ y - 1 = 0$.

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)



Slika 3.



Slika 4.

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

27.

1.) $x \geq -\frac{1}{9}$ **ili** $x \in \left[-\frac{1}{9}, +\infty\right\rangle$**.** Pomnožimo zadanu nejednadžbu sa 20 jer je 20 najmanji zajednički višekratnik brojeva 5 i 4. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&0.25 \cdot 20 - 4 \cdot (x+2) \leq 5 \cdot (x-1) + 0.15 \cdot 20,\\
&5 - 4 \cdot x - 8 \leq 5 \cdot x - 5 + 3,\\
&-4 \cdot x - 5 \cdot x \leq -5 + 3 - 5 + 8,\\
&-9 \cdot x \leq 1.
\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s (–9) uz promjenu znaka nejednakosti iz $\leq$ u $\geq$ dobivamo $x \geq -\frac{1}{9}$. Dakle, skup svih rješenja zadane nejednadžbe jednak je skupu svih realnih brojeva koji nisu strogo manji od $-\frac{1}{9}$. Ti brojevi tvore poluzatvoreni interval $x \in \left[-\frac{1}{9}, +\infty\right\rangle$**.**

2.) **90.** Pomnožimo zadanu jednadžbu s 2. Dobijemo:

$$10^{x-89} = 10.$$

Budući da je $10 = 10^1$, zapišimo lijevu i desnu stranu jednadžbe kao potencije s bazom 10:

$$10^{x-89} = 10^1.$$

Izjednačavanjem eksponenata slijedi:

$$\begin{aligned}
&x - 89 = 1,\\
&x = 89 + 1,\\
&x = 90.
\end{aligned}$$

3.) **3.** U Zadatku 26.2. ustvrdili smo da pravac usporedan s osi ordinata ima jednadžbu oblika $y = a$. Zbog toga pravac kroz ishodište i točku A može biti jedino $p\ldots\ y = 2 \cdot x$. Druga koordinata točke A jednaka je 3 jer od osi apscisa (osi x) do točke A moramo doći krećući se 3 jedinice duljine prema gore (i određeni broj jedinica duljine udesno, ali taj broj ne možemo precizno očitati sa slike). Zbog toga pravac koji prolazi točkom A usporedno s osi apscisa (osi x) ima jednadžbu $y = 3$. Taj pravac je grafički prikaz druge jednadžbe zadanoga sustava. Zbog toga mora biti $p = 3$.

28. 1.) **855; 70**. Za 4 sata svojega rada vodoinstalater je naplatio točno $4 \cdot 105 = 420$ kn. Zbog toga je za svoj dolazak i rad vodoinstalater naplatio ukupno $50 + 520 = 470$ kn. Ostatak naplaćenoga iznosa otpada na cijenu utrošenoga materijala. Ta je cijena jednaka:

1325.7 – 470 = 855.7 kn.

Dakle, cijena utrošenoga materijala je 855.7 kn = 855 kn i 70 lp.

2.) 4. Površina poda kupaonice jednaka je $P_{\text{pod}} = 260 \cdot 200 = 52000$ cm^2, a površina jedne pločice $P_{\text{pločica}} = 25 \cdot 50 = 1250$ cm^2. Zbog toga je za popločavanje poda kupaonice potrebno teorijski ukupno $n = \frac{P_{\text{pod}}}{P_{\text{pločica}}} = \frac{52000}{1250} = 41.6$ pločica. Zbog loma pločica, ovaj broj treba uvećati za 10%:

$$n_1 = 41.6 + \frac{10}{100} \cdot 41.6 = 41.6 + \frac{1}{10} \cdot 41.6 = 41.6 + 4.16 = 45.76\,.$$

Budući da ukupan broj pločica nužno mora biti prirodan broj, broj n_1 zaokružujemo naviše (jer zaokruživanje naniže daje nedostatan broj pločica), pa dobivamo $n_2 = 46$. U jednoj kutiji ima točno 14 pločica, pa za popločavanje teorijski treba ukupno $k = \frac{46}{14} = 3.28571$ kutija. Budući da i broj kupljenih kutija mora biti prirodan broj, dobivenu vrijednost k zaokružujemo naviše, pa slijedi da vlasnik mora kupiti ukupno 4 kutije pločica.

<u>*Napomena*</u>: Ako su P_{pod} površina poda, $P_{\text{pločica}}$ površina jedne pločice, p postotak koji otpada na lom pločica i k broj pločica u jednoj kutiji, onda se rješenje zadatka može izravno izračunati koristeći izraz

$$n = \left\lfloor \frac{100+p}{100 \cdot k} \cdot \left\lfloor \frac{P_{\text{pod}}}{P_{\text{pločica}}} \right\rfloor \right\rfloor,$$

pri čemu je s $\lfloor\ \rfloor$ označena funkcija *pod* (engleski: *ceil*) koja svakom realnom broju x pridružuje najmanji cijeli broj jednak ili veći od x. (Npr. $\lfloor 1 \rfloor = 1$, $\lfloor 3.14 \rfloor = 4$, $\lfloor -3.14 \rfloor = -3$ itd.) Uvrstimo li u ovaj izraz $P_{\text{pod}} = 52000$, $P_{\text{pločica}} = 1250$, $p = 10$ i $k = 14$, dobit ćemo:

$$n = \left\lfloor \frac{100+10}{100 \cdot 14} \cdot \left\lfloor \frac{52000}{1250} \right\rfloor \right\rfloor = \left\lfloor \frac{110}{1400} \cdot \lfloor 41.6 \rfloor \right\rfloor = \left\lfloor \frac{11}{140} \cdot 42 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{462}{140} \right\rfloor = \lfloor 3.3 \rfloor = 4.$$