

1.1.

NEODREĐENI INTEGRAL

1.1.1. ANTIDERIVACIJA

- **PROBLEM:** Zadana je realna funkcija f . Ispitati postoji li realna funkcija F takva da vrijedi:
- $F' = f$
- i, ako postoji, odrediti njezino pravilo.
- Funkcija F (ako postoji) naziva se **antiderivacija** ili **primitivna funkcija** funkcije f .
- Postupak određivanja funkcije F naziva se **integriranje** (integracija).
- Integriranje i deriviranje u neku ruku možemo shvatiti kao međusobno inverzne operacije.

1.1.2. NAPOMENA

- Određivanje antiderivacije nije nimalo jednostavno. Može se dogoditi da za neku funkciju utvrdimo postojanje antiderivacije, ali ne znamo odrediti pravilo te funkcije.
- Primjeri takvih funkcija su:
- $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $g(y) = e^{y^2}$ itd.

1.1.3. NEODREĐENI INTEGRAL

- **Problem:** Odrediti ukupan broj različitih antiderivacija zadane funkcije f .
- **Rezultat:** Funkcija f ili nema antiderivaciju ili ima beskonačno mnogo antiderivacija.
- **Razlog:** Ako je F antiderivacija funkcije f , onda je za svaki $C \in \mathbb{R}$ i funkcija $F_C = F + C$
- također antiderivacija funkcije f .

1.1.3. NEODREĐENI INTEGRAL

- Bitno značajniji je obrat ove tvrdnje:
- Ako su F i G dvije različite antiderivacije funkcije f , onda postoji jedinstveni $C \in \mathbb{R}$ takav da je $F(x) = G(x) + C$, za svaki $x \in D(f) = D(g)$.
- Kratko (i neprecizno) možemo reći da se dvije antiderivacije razlikuju za neku realnu konstantu.
- **Skup** svih antiderivacija zadane funkcije f naziva se **neodređeni integral** funkcije f i označava s $\int f(x) \cdot dx$.
- Prema gornjim razmatranjima možemo zapisati:
$$\int f(x) \cdot dx = \{F(x) + C : C \in \mathbb{R}\}$$
- Metode određivanja neodređenih integrala upoznat ćemo u sljedećim točkama.

1.1.4. NAPOMENE

- U zapisu

$$\int f(x) \cdot dx = \{F(x) + C : C \in \mathbb{R}\}$$

- funkciju f nazivamo **podintegralna funkcija**.
- Kratica dx označava diferencijal varijable x . Motivacija za ovakav zapis je *određeni* integral o kojemu ćemo govoriti kasnije.
- U rješavanju konkretnih zadataka dozvoljeno je izostaviti vitičaste zagrade na desnoj strani gornjega zapisa.
- Može se pokazati:
- *Ako je podintegralna funkcija **neprekidna** na svojoj prirodnoj domeni, onda ona ima barem jednu antiderivaciju (a samim tim i beskonačno mnogo antiderivacija).*