1. UVOD. KOMPLEKSNI BROJEVI

1.1. OSNOVE MATEMATIČKE LOGIKE. BINOMNI TEOREM.

1.1.1. POJAM IZJAVE (SUDA)

- Intuitivno, *izjava* ili *sud* je svaka suvisla izjavna rečenica koja je ili istinita ili lažna (ali ne oboje istovremeno).
- Ta definicija je samo intuitivna jer nismo definirali što znači *suvisla izjavna rečenica*, odnosno *rečenica* općenito.
- Ispitivanjem istinitosti neke izjave promatranjem samo njezina oblika (ali ne i sadržaja) bavi se *matematička logika*.
- Izjave mogu biti *jednostavne* i *složene*.
- Složene izjave dobivaju se povezivanjem barem dviju jednostavnih izjava. Kao "poveznice" najčešće služe *veznici*.
- U matematičkoj logici se koriste veznici *i*, *ili*, *ako...onda*, *ako i samo ako* (kraće: *akko*) te logička negacija *ne*.

1.1.2. "OPERACIJE" S IZJAVAMA

- Izjave obično označavamo velikim tiskanim slovima: A, B, ...
- Neka su A i B izjave. Tada je:
- $A \cdot B$ ili $A \wedge B$ izjava nastala povezivanjem izjava A i B veznikom *i*;
- $A + B$ ili $A \vee B$ izjava nastala povezivanjem izjava A i B veznikom *ili*;
- $-A$ ili $\neg A$ izjava nastala negiranjem izjave A;
- $A \rightarrow B$ izjava nastala povezivanjem izjava A i B veznicima *ako... onda*
- $A \leftrightarrow B$ izjava nastala povezivanjem izjava A i B veznikom *akko.*

1.1.3. TABLICA ISTINITOSTI (SEMANTIČKA TABLICA)

A	B	$-A$	$A \cdot B$	$A+B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

1.1.4. KVANTIFIKATORI

- U logičkim izjavama često se pojavljuju *kvantifikatori* koji označavaju "količinu" objekata za koje vrijedi neka tvrdnja.
- Najčešće korišteni kvantifikatori su:
  - *univerzalni* (oznaka: $\forall$, čitati: (*za*) *svaki*);
  - *egzistencijalni* (oznaka: $\exists$, čitati: *postoji* (*barem jedan*));
  - *strogi egzistencijalni* (oznaka: $\exists!$, čitati: *postoji točno jedan*).
- Pritom je negacija kvantifikatora $\forall$ kvantifikator $\exists$ i obratno.

1.1.5. SKUPOVI $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$

- *Podsjetnik*:

$\mathbb{N} := \{1, 2, ...\}$ - skup prirodnih brojeva;

$\mathbb{Z} := \{..., -1, 0, 1, 2, ...\}$ – skup cijelih brojeva;

$\mathbb{Q} := \left\{ \frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{N} \right\}$ – skup racionalnih brojeva;

$I :=$ skup iracionalnih brojeva;

$\mathbb{R} := \mathbb{Q} \cup I$ – skup realnih brojeva;

$\mathbb{C} :=$ skup kompleksnih brojeva.

1.1.6. POJAM FAKTORIJELA

- Neka je $n \in \mathbb{N}$ proizvoljan, ali fiksiran.
- *Podsjetnik*: U srednjoj školi smo definirali:

$$n! = \prod_{k=1}^{n} k = 1 \cdot \ldots \cdot n$$

- = umnožak prvih n prirodnih brojeva.
- Oznaku $n!$ čitamo: „*en faktorijela*".
- Dogovorno definiramo: $0! = 1$.
- Tako npr. vrijedi: $1! = 1$, $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$ itd.
- Bolji kalkulatori mogu računati vrijednosti $n!$ za $n = 1, 2, \ldots, 68, 69$.

1.1.7. POJAM BINOMNOGA KOEFICIJENTA

- Neka su $n, k \in \mathbb{N}$ takvi da je $n \geq k$.
- Definiramo *binomni koeficijent* (oznaka: $\binom{n}{k}$) s:

$$\binom{n}{k} := \frac{\prod_{i=1}^{k}(n-i+1)}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

- Ako je $n < k$, onda dogovorno definiramo:

$$\binom{n}{k} = 0$$

1.1.8. BINOMNI TEOREM

- Za sve $x, y \in \mathbb{C}$ i svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot x^{n-k} \cdot y^k.$$

- Gornja tvrdnja naziva se *binomni teorem.*
- Posljedice gornje formule su:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2,$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 + y^3,$$

- itd.