

1. MATRIČNI RAČUN I PRIMJENE

1.3. INPUT-OUTPUT ANALIZA

1.3.1. OSNOVNI POJMOVI INPUT-OUTPUT ANALIZE

- Pretpostavimo da analiziramo gospodarstvo neke zemlje (npr. Republike Niškoristije) podijeljeno u ukupno n različitih sektora
- Za svaki $i = 1, \dots, n$ označimo s Q_i ukupnu količinu proizvoda proizvedenih u sektoru i . Kraće kažemo: Q_i je *output i -toga sektora*.
- Za svaki $i = 1, \dots, n$ označimo s Q_{ij} količinu proizvoda proizvedenih u sektoru i koja prelazi u sektor j radi normalnoga odvijanja procesa proizvodnje u tom sektoru.
- Za svaki $i = 1, \dots, n$ označimo s q_i ukupnu količinu proizvoda proizvedenih u sektoru i nužnu za gospodarske potrebe toga sektora. Kraće kažemo: q_i je *finalna potražnja sektora i* .
- Uz navedene oznake, temeljna pretpostavka input-output analize je:
- *Sva količina svakoga outputa potroši se ili kroz međusektorsku potrošnju ili kroz finalnu potrošnju.*
- Toj pretpostavci dodajemo jedno od osnovnih ekonomskih načela:
- *Potrošnja nekoga proizvoda treba biti jednaka potražnji za tim proizvodom.*

1.3.2. RAVNOTEŽNI SUSTAV

- Prema tim pretpostavkama možemo postaviti sljedeći *sustav jednadžbi ravnoteže* ili *ravnotežni sustav*:
- $Q_1 = Q_{11} + Q_{12} + \dots + Q_{1n} + q_1;$
- ...
- $Q_n = Q_{n1} + Q_{n2} + \dots + Q_{nn} + q_n.$
- Taj je sustav preglednije pisati tablično kao tzv. *input-output tablicu*.

1.3.3. INPUT-OUTPUT TABLICA

Q_i	Q_{ij}	q_i
Q_1	$Q_{11} \quad Q_{12} \quad \dots \quad Q_{1n}$	q_1
Q_2	$Q_{21} \quad Q_{22} \quad \dots \quad Q_{2n}$	q_2
\dots	$\dots\dots\dots$	\dots
Q_n	$Q_{n1} \quad Q_{n2} \quad \dots \quad Q_{nn}$	q_n

1.3.4. MATRICA NORMATIVA

- Svaka je proizvodnja vezana uz određenu proizvodnu tehnologiju.
- Zbog toga se može pretpostaviti da će uz nepromijenjene tehnološke uvjete proizvodnje *postotni udio* količine proizvoda sektora i u proizvodnji jedne jedinice proizvoda sektora j biti konstantan.
- Tako ima smisla definirati *normative* (tehničke koeficijente, tehničke norme) s:

$$a_{ij} = \frac{Q_{ij}}{Q_j}, \text{ za svaki } i, j = 1, \dots, n$$

1.3.4. MATRICA NORMATIVA

- Za svaki $i, j = 1, \dots, n$ vrijednost a_{ij} interpretira se kao *postotni udio količine proizvoda sektora i u jednoj jedinici proizvoda sektora j* .
- Ta se vrijednost obično zapisuje ili kao razlomak ili kao decimalan broj.
- Vrijednosti a_{ij} jednoznačno određuju (kvadratnu) matricu A reda n .
- Tu matricu nazivamo *matrica normativa* ili *matrica tehničkih koeficijenata*.
- Primijetimo da iz definicije normativa slijedi:
- $Q_{ij} = a_{ij} \cdot Q_j$, za svaki $i, j = 1, \dots, n$.
- Ta je jednakost vrlo korisna u rješavanju zadataka.

1.3.5. MATRICA TEHNOLOGIJE

- Može se pokazati da se, uz navedene oznake, ravnotežni sustav može zapisati u obliku:
- $Q = A \cdot Q + q$,
- gdje su
- $Q = [Q_i]$ jednostupčana matrica ukupnih outputa;
- $q = [q_i]$ jednostupčana matrica ukupnih finalnih potražnji.
- Iz navedene jednadžbe slijedi:
- $q = (E_n - A) \cdot Q$.
- Matrica $T := E_n - A$ naziva se *matrica tehnologije* jer njezine vrijednosti ovise jedino o tehnološkim uvjetima proizvodnje.
- Osnovno svojstvo matrice T jest da na dijagonali ima strogo pozitivne realne brojeve (vrlo rijetko i nulu), dok na svim ostalim mjestima ima strogo negativne realne brojeve (ili nulu).
- Može se pokazati da je matrica tehnologije *uvijek* regularna matrica.

1.3.5. MATRICA TEHNOLOGIJE

- U skladu s tim, ravnotežni sustav možemo zapisati u obliku:
- $q = T \cdot Q$
- ili u obliku
- $Q = T^{-1} \cdot q$.
- Taj sustav općenito ima n linearnih jednadžbi s ukupno $2 \cdot n$ nepoznanica, pa nema jedinstveno rješenje.
- Da bismo dobili jedinstveno rješenje, dodatno zadajemo:
- 1.) planirane ukupne količine proizvoda svakoga sektora (tj. matricu Q);
- 2.) planirane količine finalne potražnje svakoga sektora (tj. matricu q);
- 3.) ukupnu količinu proizvoda za točno i sektora, te ukupnu količinu finalne potražnje za preostalih $n - i$ sektora, pri čemu je $i = 1, \dots, n - 1$.
- Navedeni je sustav relativno sporo rješavati “klasično” jer treba znati “klasično” invertiranje matrice, pa je brže i primjerenije rješavati ga uz pomoć računala.
- **Napomena:** U svim zadacima ćemo pretpostavljati konstantnost tehnoloških uvjeta proizvodnje.

1.3.6. NAPOMENA

- Pri rješavanju zadataka iz input-output analize koristit ćemo ranije obrađene ugrađene funkcije polja u MS Excelu.
- U rješavanju nekih zadataka koristit ćemo i proceduru *Traženje rješenja* (*Goal Seek*). Ona se nalazi u izborniku *Podaci* (*Data*), opcija *Što – ako analiza* (*What – If Analysis*).