MATEMATIČKI ALATI U ELEKTROTEHNICI

Znanstveni zapis realnoga broja

1.1. ARITMETIKA DIGITALNOGA RAČUNALA

› Jedan od glavnih problema koji se javlja prigodom zapisivanja realnih brojeva u računalu jest problem unosa ''velikih'' realnih brojeva ili realnih brojeva čiji se decimalni zapis sastoji od ''velikoga'' broja (možda i beskonačno mnogo) decimala.

› Primjeri takvih brojeva su poznate matematičke konstante π i e.

› Sklopovi naših računala su fizički ograničeni, pa u njih ne mogu „stati" realni brojevi s velikim brojem znamenaka.

› Zbog toga se raspoloživi prostor u računalu nastoji što bolje iskoristiti tako da u njega možemo ''smjestiti'' i brojeve s većim brojem znamenaka.

1.2. ZNANSTVENI (EKSPONENCIJALNI) ZAPIS REALNOGA BROJA

- Naziva se i *format pomične točke*.
- Zasniva se na sljedećem poučku.
- Poučak 1. Neka je $a \in \mathbb{R}$ broj s konačnim decimalnim zapisom. Tada se *a* može zapisati u obliku:

$$a = \pm x.y_1 y_2 \ldots y_m \cdot 10^{\pm z_1 z_2 \ldots z_n}$$

- pri čemu su:

1.) $x \in \{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ 9\}$;

2.) $m, n \in \mathbb{N}$;

3.) $y_1,\ \ldots, y_m, z_1,\ \ldots, z_n \in \{0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ 9\}$.

1.2. ZNANSTVENI (EKSPONENCIJALNI) ZAPIS REALNOGA BROJA

- Navedeni oblik naziva se *znanstveni* ili *eksponencijalni oblik zapisa realnoga broja*.
- Broj $x.y_1y_2...y_m$ naziva se *mantisa*.
- Broj $\pm z_1z_2...z_n$ naziva se *eksponent*.
- Važno: Mantisa je uvijek *realan broj čiji je modul jednak barem* 1. Eksponent je uvijek *cijeli broj*.
- U MATLAB-u se koristi se sljedeća inačica znanstvenoga zapisa:

$$a = \pm x.y_1y_2...y_m \cdot 10^{\pm z_1z_2...z_n} = \pm x.y_1y_2...y_m e \pm z_1z_2...z_n.$$

- Pritom *e* nije baza prirodnoga logaritma, nego oznaka za eksponencijalni oblik zapisa realnoga broja.
- Dogovor: Ako se ne istakne drugačije, mantisa treba imati **točno 6 znamenaka**.

1.3. IEEE STANDARD

- Osnova za prikazivanje svih realnih brojeva u računalu je *binarni sustav*.
- Za zapis realnoga broja u binarnom sustavu vrijedi sljedeći poučak.
- <u>Poučak 2.</u> Neka je $a \in \mathbb{R}$ broj s konačnim binarnim zapisom. Tada se a može zapisati u obliku:

$$a = \pm x.y_1 y_2 \ldots y_m \cdot 2^{\pm z_1 z_2 \ldots z_n}$$

- pri čemu su:

1.) $x = 1$;

2.) $m, n \in \mathbb{N}$;

3.) $y_1, \ \ldots, y_m, z_1, \ \ldots, z_n \in \{0, \ 1\}$.

1.3. IEEE STANDARD

- Na temelju toga poučka, u MATLAB-u za zapis realnih brojeva koristi se *format dvostruke preciznosti* prema kojemu su:
- 1 bit predviđen za zapis predznaka mantise;
- 11 bitova predviđeni za zapis predznaka eksponenta i samoga eksponenta;
- 52 bita predviđena za zapis mantise.
- Prva znamenka mantise je uvijek jednaka 1, pa se ona ne pohranjuje radi uštede memorijskoga prostora.
- U gore spomenutom formatu mogu se zapisati realni brojevi reda veličine od 10^{-307} do reda veličine 10^{307} čiju mantisu tvori ukupno 16 znamenaka.
- Gore navedeni standard pohrane podataka naziva se IEEE standard. Predložio ga je američki I*nstitute of* E*lectrical and* E*lectronic Engineers.*

1.4. ISTAKNUTE KONSTANTE U MATLABU

- U MATLAB-u se koriste sljedeće istaknute numeričke konstante:

$$Inf = 10^{400},$$

$$NaN = \frac{0}{0},$$

$$eps = 2^{-52} \approx 2.2204 \cdot 10^{-16}$$

- Pritom se konstanta *eps* definira kao najmanji strogo pozitivan $x \in \mathbb{R}$ takav da u aritmetici računala vrijedi nejednakost $1 + x > 1$.
- Ona se može interpretirati i kao ocjena greške pri zaokruživanju u binarnoj aritmetici pomične točke dvostruke preciznosti.

1.5. METODE ZAOKRUŽIVANJA DECIMALNIH BROJEVA

- Dvije uobičajene metode su *metoda zaokruživanja* i *metoda „rezanja" suviška decimala*.
- Prva metoda: prvih 5 znamenki mantise prepisati, a šestu ili prepisati (ako je manja od 5) ili uvećati za 1 (ako je 5 ili veća od 5).
- Druga metoda: prepisati svih 6 znamenaka mantise zanemarujući sve ostale znamenke u standardnomu prikazu.
- Može se pokazati da prva metoda ni u jednom slučaju nije lošija od druge. To znači da je *relativna pogreška prilikom zaokruživanja* dobivena prvom metodom ili jednaka analognoj pogrešci dobivenoj drugom metodom ili strogo manja od te pogreške.
- Zbog toga svi današnji računalni programi primjenjuju upravo metodu zaokruživanja.