

2.2.

MNOŽENJE MATRICA

2.2.1. SKALARNI UMNOŽAK UREĐENIH n -TORKE

- Za uređene n -torke $a = (a_1, \dots, a_n)$, $b = (b_1, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^n$
- definiramo njihov skalarni umnožak s

$$a \cdot b := \sum_{i=1}^n a_i \cdot b_i = a_1 \cdot b_1 + \dots + a_n \cdot b_n$$

- Za $n = 1$ skalarni umnožak se podudara s "običnim" množenjem realnih brojeva
- Za $n \in \{2, 3\}$ skalarni umnožak se računa prema donjim formulama:

$$a = (a_1, a_2), b = (b_1, b_2) \Rightarrow a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2;$$

$$a = (a_1, a_2, a_3), b = (b_1, b_2, b_3) \Rightarrow a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3.$$

2.2.2. MNOŽENJE MATRICA

- Zasniva se na skalarnom umnošku uređenih n -torki.
- Matrice A i B su ulančane ako je broj stupaca matrice A jednak broju redaka matrice B .
- Ekvivalentno: A i B su ulančane ako je A tipa (r, s) , a B tipa (s, t) , za neke $r, s, t \in \mathbb{N}$.
- Množenje matrica definira se *isključivo* za ulančane matrice.

2.2.2. MNOŽENJE MATRICA

- Za ulančane matrice A (tipa (r, s)) i B (tipa (s, t)) umnožak matrica A i B je matrica C takva da vrijedi:
- 1.) C je tipa (r, t) ;
- 2.) Za sve dopustive uređene parove (i, j) element c_{ij} jednak je skalarnom umnošku i – toga retka matrice A i j – toga stupca matrice B :

$$c_{ij} := \sum_{k=1}^s a_{ik} \cdot b_{kj} = a_{i1} \cdot b_{1j} + \dots + a_{is} \cdot b_{sj}.$$

- Pišemo: $C = A \cdot B$
- Napomena: Ako je A matrica reda n , onda postoje umnošci $A^2 = A \cdot A$, $A^3 = A^2 \cdot A$ itd.

2.2.3. SVOJSTVA MNOŽENJA MATRICA

- 1.) Kvaziasocijativnost:
 - $(\alpha \cdot A) \cdot B = \alpha \cdot (A \cdot B)$, pri čemu je $\alpha \in \mathbb{R}$.
- 2.) Asocijativnost: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ (kad god postoje svi gornji umnošci);
- 3.) Ako postoje oba umnoška $A \cdot B$ i $B \cdot A$, onda općenito vrijedi: $A \cdot B \neq B \cdot A$.
- 4.) Distributivnost prema zbrajanju:
 - $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$;
 - $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$.

2.2.4. NAPOMENA

- U netom navedenim jednakostima istim znakom \cdot označene su potpuno različite algebarske operacije.
- Zbog toga moramo pripaziti na *interpretaciju* toga znaka u svakoj pojedinoj jednakosti.
- Napomenimo da znakom \cdot označavamo množenje kompleksnih brojeva, skalarni umnožak uređenih n -torki, množenje matrice sa skalarom i množenje (ulančanih) matrica.