



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

20. domaća zadaća: ASIMPTOTE NA GRAF REALNE FUNKCIJE

Odredite sve asimptote sljedećih ravninskih krivulja:

1. $y = \frac{1}{|x|} - 1.$

2. $y = \frac{2 \cdot x + 3}{x - 2}.$

3. $y = \frac{x - 2}{2 \cdot (x + 3)}.$

4. $y = -\frac{8 \cdot x - 1}{4 \cdot x + 1}.$

5. $y = 1 - \frac{1}{x^2}.$

6. $y = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2.$

7. $y = \frac{x^2 + 2013}{x}.$

8. $y = \frac{x^2}{x + 2014}.$

9. $y = \frac{x^2}{4 \cdot (x + 1)}.$

10. $y = \frac{1}{x^2 - 2 \cdot x + 1}.$

11. $y = \frac{2 \cdot x}{x^2 - 4 \cdot x + 3}.$

12. $y = \frac{x^2 - 2 \cdot x - 3}{x}.$

13. $y = -\frac{x^2}{x^2 + 2015}.$

14. $y = \frac{x^2}{16 - x^2}.$

15. $y = \frac{x^2}{x^2 - 25}.$

16. $y = \frac{2 \cdot x^3}{(x + 1)^2}.$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

20. domaća zadaća: ASIMPTOTE NA GRAF REALNE FUNKCIJE

$$17. y = \frac{4 \cdot x^3}{(2 \cdot x - 1)^2}.$$

$$18. y = \frac{x^3}{2 \cdot x^2 + 1}.$$

$$19. y = \frac{x^3}{36 - x^2}.$$

$$20. y = \frac{6 \cdot x - x^3}{4 \cdot x^2 + 3}.$$

$$21. y = 2 \cdot x - \frac{\sqrt{x}}{2 \cdot x}.$$

$$22. y = \sqrt{x^2 - 9}.$$

$$23. y = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 4}.$$

$$24. y = \sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{x^2 - 9}.$$

$$25. y = -\frac{3 \cdot x}{\sqrt{x^2 + 2014}}.$$

$$26. y = \frac{x^2 + 2011}{\sqrt{x^2 - 25}}.$$

$$27. y = x - 1 - \frac{3}{x + 1}.$$

$$28. y = \frac{4}{x^2} - x.$$

$$29. y = x - 2014 + \frac{2013 \cdot x^2}{\sqrt{x^2 + 2013}}.$$

$$30. y = 2 \cdot x \cdot e^{-2 \cdot x}.$$

$$31. y = 2 \cdot x \cdot e^{2 \cdot x}.$$

$$32. y = \frac{e^x}{1 - x}.$$

$$33. y = \frac{x + 1}{e^{x+1}}.$$

$$34. y = e^{-x^2} + 1.$$

$$35. y = \frac{2013}{2014 - e^{2015 \cdot x}}.$$

$$36. y = e^{\frac{2013}{x}}.$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

20. domaća zadaća: ASIMPTOTE NA GRAF REALNE FUNKCIJE

37. $y = \frac{\sin(2013 \cdot x)}{2013 \cdot x}$.

38. $y = \ln(2014 + x)$.

39. $y = -\frac{\ln(-x)}{x}$.

40. $y = \frac{x}{\ln(-2 \cdot x)}$.

41. $y = \frac{\ln(x+1)}{x}$.

42. $y = \operatorname{arctg}(2015 \cdot x)$.

43. $y = \operatorname{arcctg}(2014 \cdot x)$.

44. $y = x - 4 \cdot \operatorname{arctg} x$.

45. $y = 2 \cdot x - \operatorname{arcctg} x$.

46. $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2-x}$

47. $y = \operatorname{arcctg} \frac{x}{1-x}$.

48. $y = \operatorname{th}(2 \cdot x)$.

49. $y = x - \operatorname{th} x$.

50. $y = x + \operatorname{cth} x$.

51. $x^2 - y^2 = a^2$ ($a \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$). (Naputak: Iz zadane jednadžbe hiperbole izrazite količnik $\frac{y}{x}$ pomoću x .)

52. $4 \cdot x^2 - 9 \cdot y^2 = 36$. (Vidjeti naputak za zadatak 51.)

53. $9 \cdot x^2 - 12 \cdot x - 4 \cdot y^2 + 12 \cdot y - 30 = 0$. (Vidjeti naputak za zadatak 51.)

54. $x^3 - x^2 \cdot y - 2011 = 0$.

55. $x^4 - x^3 \cdot y + x^2 \cdot y^2 - 1 = 0$.

56. $x^3 + y^3 - 12 \cdot x \cdot y = 0$. (Naputak: Podijelite zadanu jednadžbu s x^3 i napišite dobiveni izraz kao funkciju količnika $\frac{y}{x}$.)

57. $x^3 - y^3 + 12 \cdot x^2 = 0$.

58. $(x + y + 2)^2 = x^2 + 2$. (Naputak: U zadanu jednadžbu uvrstite $y = k \cdot x + l$, napišite dobiveni izraz kao kvadratnu funkciju argumenta x i izjednačite svaki od koeficijenata u toj funkciji s nulom.)

59. $(2 \cdot x + y - 2)^2 = 4 \cdot x^2 + 1$.

60. a) Uz koji uvjet na vrijednosti parametara $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ ravninska krivulja $y = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$

ima barem jednu asimptotu? Uz pretpostavku valjanosti dobivenoga uvjeta, nađite jednadžbe svih asimptota te krivulje.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

20. domaća zadaća: **ASIMPTOTE NA GRAF REALNE FUNKCIJE**

b) Neka su $p_1(x) = a_n \cdot x^n + \dots + a_0$, $p_2(x) = b_m \cdot x^m + \dots + b_0$ i $y = \frac{p_1(x)}{p_2(x)}$, pri čemu su m ,

$n \in \mathbf{N}$, $a_n, \dots, a_0, b_m, \dots, b_0 \in \mathbf{R}$, $a_n, b_m \neq 0$. Uz koje uvjete na vrijednosti brojeva m i n krivulja y ima barem jednu asimptotu? Uz pretpostavku valjanosti dobivenoga uvjeta, nađite jednadžbe svih asimptota ravninske krivulje y .