

# 3. OSNOVE OPISNE (DESKRIPTIVNE) STATISTIKE

3.1. OSNOVNI POJMOVI OPISNE STATISTIKE.  
OBILJEŽJA. FREKVENCije.  
RAZREDI.

# 3.1.1. POJAM STATISTIKE

- Statistika - znanstvena disciplina koja na organiziran način pristupa:
  - prikupljanju,
  - odabiru,
  - grupiranju,
  - prezentaciji
  - analizi podataka,
  - interpretiranju rezultata provedene analize u svrhu ostvaraja postavljenih istraživačkih ciljeva.

## 3.1.2. PODJELA STATISTIKE

- ▶ Gruba podjela: *opisna (deskriptivna)* i *inferencijalna statistika*
- ▶ Opisna (deskriptivna) statistika u cijelosti obuhvaća skup svih promatranih objekata. Ima zadaću "opisati" dobivene rezultate, tj. srediti ih i sažeti tako da budu što pregledniji, razumljiviji i pogodniji za interpretaciju, daljnju analizu i primjenu.
- ▶ Inferencijalna statistika temelji se na djelomičnu obuhvatu skupa svih promatranih objekata, tj. obuhvatu određenoga dijela (uzorka) promatranih objekata. Koristeći metodu "od pojedinačnoga ka općemu" izvode se zaključci o karakteristikama svih objekata, pri čemu se u analizi koristi aparat teorije vjerojatnosti.

# 3.1.3. STATISTIČKI SKUP

- Statistički skup - osnovni pojam u statistici.
- Tvore ga statističke jedinice ili elementi (osobe, poslovni subjekti, regije, države, predmeti itd.) koji imaju barem jedno zajedničko svojstvo (obilježje ili varijabla)
- Uzorak - bilo koji neprazan podskup statističkoga skupa.

# 3.1.4. DEFINIRANJE STATISTIČKOGA SKUPA

- ▶ Statistički skup nužno mora biti precizno definiran kako bi se na temelju njegove definicije moglo jasno i jednoznačno odrediti pripada li neki element tome skupu ili ne.
- ▶ Statistički skup mora biti definiran *pojmovno, prostorno i vremenski*.
- ▶ Pojmovna definicija utvrđuje pripadnost bilo kojega objekta navedenom skupu.
- ▶ Prostorna definicija utvrđuje prostor kojemu pripadaju svi elementi statističkoga skupa.
- ▶ Vremenska definicija utvrđuje vremensko razdoblje ili vremenski trenutak za koji su vezani svi elementi statističkoga skupa.

## 3.1.5. OPSEG STATISTIČKOGA SKUPA

- ▶ Opseg statističkoga skupa je ukupan broj međusobno različitih elemenata statističkoga skupa.
- ▶ Prema opsegu, statističke skupove dijelimo na *konačne* i *beskonačne*.
- ▶ Prema vrsti elemenata statističke skupove dijelimo na *stvarne (realne)* i *zamišljene (hipotetične)*.
- ▶ Stvarni statistički skupovi sastoje se od elemenata koji postoje u tekućem vremenu i prostoru, a zamišljeni statistički skupovi sastoje se od elemenata generiranim različitim modelima procesa ili pokusa.
- ▶ Opisna statistika se u pravilu bavi realnim konačnim statističkim skupovima.

## 3.1.6. OSNOVNI SKUP (POPULACIJA)

- ▶ Za *svaki* element statističkoga skupa moramo znati odgovarajući podatak o svojstvu kojega promatramo.
- ▶ Skup svih takvih podataka naziva se osnovni skup (populacija).
- ▶ Izraz *populacija* obično se rabi isključivo u kontekstu vezanom za određeni skup živih bića (populacija ljudi, čudnovatih kljunaša, krokodila itd.).
- ▶ Osnovni skup može biti *konačan* ili *beskonačan*, te *stvaran* (*realan*) ili *zamišljen* (*imaginaran*).
- ▶ Bilo koji neprazan podskup osnovnoga skupa također se naziva **uzorak**.

# 3.1.7. PRIMJER 1.

- ▶ Primjer statističkoga skupa : svi studenti stručnoga prijediplomskoga studija elektrotehnike Tehničkoga veleučilišta u Zagrebu koji su upisali predmet *Vjerojatnost i statistika* u ak. god. 2023./2024.
- ▶ pojmovna definicija: *studenti stručnoga prijediplomskoga studija elektrotehnike*
- ▶ prostorna definicija: *Tehničko veleučilište u Zagrebu*
- ▶ vremenska definicija: *ak. god. 2023./2024.*
- ▶ Taj skup je realan i konačan. Njegov opseg iznosi 140 [studenata].
- ▶ Primjer osnovnoga skupa: skup svih zaključnih ocjena iz predmeta Matematika 1 (0 = student dosad nije uspio položiti navedeni predmet).
- ▶ Osnovni skup tvore ukupno 140 zaključnih ocjena.
- ▶ Primjer uzorka: *Top 10*, tj. skup svih studenata koji su navedeni predmet uspjeli položiti sa zaključnom ocjenom *izvrstan*.



# 3.1.8. OBILJEŽJA. MODALITETI. SKALA

- ▶ Obilježje (varijabla) je svojstvo prema kojemu uspoređujemo elemente statističkoga skupa.
- ▶ Modalitet je pojavni oblik u kojemu se javlja neko obilježje.
- ▶ Skala je skup svih modaliteta nekoga obilježja.
- ▶ Npr.:
  - skala modaliteta obilježja "spol": *muški i ženski*;
  - skala modaliteta obilježja "ocjena": *nedovoljan, dovoljan, dobar, vrlo dobar i izvrstan*;
  - skala modaliteta obilježja "dan u tjednu" *ponedjeljak, utorak, srijeda, četvrtak, petak, subota i nedjelja*.

## 3.1.9. PRINCIPI GRUPIRANJA STATISTIČKIH PODATAKA

- Osnovna ideja: podijeliti statistički skup na podskupove prema svim modalitetima koji tvore skalu obilježja.
- Pritom treba poštovati sljedeća dva načela:
- **isključivost**: svaki element statističkoga skupa ne može istodobno biti u barem dva različita podskupa;
- **iscrpnost**: svaki element statističkoga skupa mora biti obuhvaćen grupiranjem podataka.

## 3.1.10. APSOLUTNA I RELATIVNA FREKVENCIJA

- Apsolutna frekvencija modaliteta je ukupan broj pojavljivanja toga modaliteta u *osnovnom* skupu.
- Pravilo: Zbroj apsolutnih frekvencija cijele skale modaliteta jednak je opsegu *statističkoga* skupa.
- Relativna frekvencija nekoga modaliteta je omjer apsolutne frekvencije toga modaliteta i opsega statističkoga skupa (obično iskazan u postotcima).
- Pravilo: Zbroj relativnih frekvencija cijele skale modaliteta jednak je 1 (odnosno, 100%).

## 3.1.11. PRIMJER 2.

- Osnovni skup: {ponedjeljak, ponedjeljak, ponedjeljak, utorak, utorak, srijeda, srijeda, četvrtak, petak, subota}.
- Apsolutna frekvencija modaliteta *ponedjeljak* jednaka je 3.
- Relativna frekvencija modaliteta *ponedjeljak* iznosi 30%.

### 3.1.12. KUMULATIVNI NIZOVI FREKVENCIJA “MANJE OD” i “VEĆE OD”

- ⊙ Koriste se isključivo kod *uređenih numeričkih nizova*.
- ⊙ Apsolutna frekvencija “manje od” nekoga modaliteta je ukupan broj svih elemenata osnovnoga skupa koji su jednaki ili manji od toga modaliteta.
- ⊙ Relativna frekvencija “manje od” nekoga modaliteta je omjer apsolutne frekvencije “manje od” toga modaliteta i opsega statističkoga skupa.
- ⊙ Apsolutna frekvencija “veće od” nekoga modaliteta je ukupan broj svih elemenata osnovnoga skupa koji su jednaki ili veći od toga modaliteta.
- ⊙ Relativna frekvencija “veće od” nekoga modaliteta je omjer apsolutne frekvencije “veće od” toga modaliteta i opsega statističkoga skupa

### 3.1.13. PRIMJER 3.

- Osnovni skup:  $\{1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$
- Apsolutna frekvencija “*manje od*” modaliteta 3 jednaka je 5.
- Relativna frekvencija “*manje od*” modaliteta 3 iznosi 50%.
- Apsolutna frekvencija “*veće od*” modaliteta 3 jednaka je 7.
- Relativna frekvencija “*veće od*” modaliteta 3 iznosi 70%.

## 3.1.14. RAZREDI

- U slučaju velikoga broja modaliteta *kvantitativnoga* obilježja, modalitete je podesnije grupirati u (*zatvorene*) razrede.
- Razred je najčešće interval oblika  $\langle a, b \rangle$ .
- $a$  – donja granica razreda (ne pripada razredu).
- $b$  – gornja granica razreda (pripada razredu).
- $h := b - a$  - razredna širina.
- $s = \frac{a+b}{2}$  - razredna sredina.
  
- Ako je  $b = +\infty$ , razred se naziva *otvorenim*.
- Ponekad će biti potrebno *procijeniti* donju granicu prvoga razreda i/ili gornju granicu posljednjega razreda.

## 3.1.15. PRIMJER 4.

- Za razred  $\langle 100, 500]$  donja granica je 100, gornja 500, širina 400, a sredina 300.




## 3.1.16. VRSTE RAZREDA

- Razrede općenito dijelimo na *prave* i *neprave* (*nominalne*).
- Pravi razredi su razredi takvi da je gornja granica svakoga od njih (osim posljednjega) jednaka donjoj granici neposredno sljedećega razreda.
- Nepravi razredi su razredi takvi da između gornje granice svakoga od njih (osim posljednjega) i donje granice neposredno sljedećega razreda postoji određeni razmak.

## 3.1.17. PRIMJER 5.

- Primjer konačnoga niza pravih razreda:
- $\langle 0, 1] , \langle 1, 2] , \langle 2, 3]$ .
- Primjer konačnoga niza nepravih razreda:
- $\langle 0, 100] , \langle 150, 200] , \langle 250, 400]$ .

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p><b>Vjerojatnost i statistika</b> (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)</p>	<p><b>3.1.</b> <b>Osnovni pojmovi opisne statistike</b> - zadaci</p>
--	--	--

**Napomena:** Sve decimalne brojeve zaokružite na dvije decimale.


1. U tablici 1. prikazana je razdioba svih brakova sklopljenih u Gradu Zagrebu 2021. godine prema zakonskom bračnom stanju ženika. Podaci su prikupljeni 31. 12. 2021.

*Tablica 1.* Razdioba svih brakova sklopljenih u Gradu Zagrebu u 2021. godini prema zakonskom bračnom stanju ženika (stanje 31. 12. 2021.)

<i>Zakonsko bračno stanje</i>	<i>Broj ženika</i>
neoženjen	3 225
udovac	31
razveden	415
<i>Ukupno</i>	<b>3 671</b>


Izvor: Statistički ljetopis Grada Zagreba za 2022. godinu, stranica 82.

- a) Odredite statistički skup i njegov opseg.
- b) Odredite osnovni skup i njegov opseg.
- c) Odredite obilježje prema kojemu su podijeljeni elementi statističkoga skupa.
- d) Odredite apsolutnu frekvenciju modaliteta *razveden* i objasnite njezino značenje.
- e) Izračunajte relativnu frekvenciju modaliteta *neoženjen* i objasnite njezino značenje.

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p><b>Vjerojatnost i statistika</b> (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)</p>	<p><b>3.1.</b> <b>Osnovni pojmovi opisne statistike</b> - zadaci</p>
--	--	--

*Rješenja:*

- a) Statistički skup tvore svi brakovi sklopljeni u Gradu Zagrebu u 2021. godini. Opseg toga skupa je 3 671 (brakova).
- b) Osnovni skup tvore podaci o zakonskom bračnom stanju ženika koji su sklopili brak u Gradu Zagrebu u 2021. godini. Opseg toga skupa je 3 671 podataka.
- c) Obilježje prema kojemu su podijeljeni elementi statističkoga skupa je *zakonsko bračno stanje*.
- d) Apsolutna frekvencija modaliteta *razveden* jednaka je 415. Njezino značenje je: *415 promatranih brakova sklopili su prethodno razvedeni ženici*.
- e) Relativna frekvencija modaliteta *neoženjen* iznosi (približno) 87.85%. Njezino značenje je: *(Približno) 87.85% promatranih brakova sklopili su prethodno neoženjeni ženici*.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	<b>Vjerojatnost i statistika</b> (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)	<b>3.1.</b> <b>Osnovni pojmovi opisne statistike</b> - zadaci
--	---	---


2. U tablici 2. prikazana je razdioba svih stanova u Gradu Zagrebu završenih u 2021. godini prema broju soba. Podaci su prikupljeni 31. 12. 2021.

*Tablica 2.* Razdioba svih stanova u Gradu Zagrebu završenih u 2021. godini prema broju soba (stanje na dan 31. 3. 2021.)

<i>Broj soba</i>	<i>Broj stanova</i>
1	112
2	800
3	887
4	573
5 ili više	251
<i>Ukupno</i>	<b>2 623</b>


Izvor: Statistički ljetopis Grada Zagreba za 2022. godinu, stranica 218.

- a) Odredite statistički skup i njegov opseg.
- b) Odredite osnovni skup i njegov opseg.
- c) Odredite obilježje prema kojemu su podijeljeni elementi statističkoga skupa.
- d) Odredite apsolutnu frekvenciju modaliteta 1 i objasnite njezino značenje.
- e) Izračunajte relativnu frekvenciju modaliteta „5 ili više“ i objasnite njezino značenje.
- f) Izračunajte kumulativnu apsolutnu frekvenciju „više od“ modaliteta 2 i objasnite njezino značenje.
- g) Izračunajte kumulativnu relativnu frekvenciju „manje od“ modaliteta 3 i objasnite njezino značenje.

	<b>Vjerojatnost i statistika</b> (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)	<b>3.1.</b> <b>Osnovni pojmovi opisne statistike</b> - zadaci
---	---	---

*Rješenja:*

- a) Statistički skup tvore svi stanovi u Gradu Zagrebu završeni u 2021. godini. Opseg toga skupa je 2 623 (stana).
- b) Osnovni skup tvore podaci o broju soba u svim stanovima u Gradu Zagrebu završenih u 2021. godini. Opseg toga skupa je 2 623 podatka.
- c) Obilježje prema kojemu su podijeljeni elementi statističkoga skupa je *broj soba*.
- d) Apsolutna frekvencija modaliteta 1 jednaka je 112. Njezino značenje je: 112 *promatranih stanova su jednosobni*.
- e) Relativna frekvencija modaliteta „5 ili više“ iznosi (približno) 9.57%. Njezino značenje je: *(Približno) 9.57% promatranih stanova ima pet ili više soba*.
- f) Kumulativna apsolutna frekvencija „više od“ modaliteta 2 iznosi 2 511. Njezino značenje je: 2 511 *promatranih stanova ima najmanje dvije sobe*.
- g) Kumulativna relativna frekvencija „manje od“ modaliteta 3 iznosi (približno) 68.59%. Njezino značenje je: *(Približno) 68.59% promatranih stanova ima najviše tri sobe*.

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p><b>Vjerojatnost i statistika</b> (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)</p>	<p><b>3.1.</b> <b>Osnovni pojmovi opisne statistike</b> - zadaci</p>
---	--	--


3. U tablici 3. prikazana je razdioba nezaposlenih osoba koje imaju prebivalište u Gradu Zagrebu prema vremenu nezaposlenosti. Podaci su prikupljeni 31. 12. 2021.

*Tablica 3.* Razdioba nezaposlenih osoba koje imaju prebivalište u Gradu Zagrebu prema vremenu nezaposlenosti (stanje: 31. 12. 2021.)

<i>Čekanje na zaposlenje [mjeseci]</i>	<i>Broj osoba</i>
0 – 1	1 064
1 – 3	2 288
3 – 6	1 917
6 – 9	1 067
9 – 12	1 047
12 - 24	2 468
24 – 36	1 243
više od 36 mjeseci	3 436
<i>Ukupno</i>	<b>14 530</b>

Izvor: Statistički ljetopis Grada Zagreba za 2022. godinu, stranica 150.

- Odredite statistički skup i njegov opseg.
- Odredite osnovni skup i njegov opseg.
- Odredite obilježje prema kojemu su podijeljeni elementi statističkoga skupa.
- Odredite apsolutnu frekvenciju razreda 3 - 6 i objasnite njezino značenje.
- Izračunajte relativnu frekvenciju razreda 12 - 24 i objasnite njezino značenje.
- Izračunajte kumulativnu apsolutnu frekvenciju „više od“ razreda 1 – 3 i objasnite njezino značenje.
- Izračunajte kumulativnu relativnu frekvenciju „manje od“ razreda 9 – 12 i objasnite njezino značenje.

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p><b>Vjerojatnost i statistika</b> (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)</p>	<p><b>3.1.</b> <b>Osnovni pojmovi opisne statistike</b> - zadaci</p>
--	--	--

*Rješenja:*

- a) Statistički skup tvore nezaposlene osobe koje imaju prebivalište u Gradu Zagrebu 31. 12. 2021. Opseg toga skupa je 14 530 (osoba).
- b) Osnovni skup tvore podaci o čekanju na zaposlenje nezaposlenih osoba koje imaju prebivalište u Gradu Zagrebu 31. 12. 2021. Opseg toga skupa je 14 530 podataka.
- c) Obilježje prema kojemu su podijeljeni elementi statističkoga skupa je *čekanje na zaposlenje*.
- d) Apsolutna frekvencija razreda 3 – 6 jednaka je 1 917. Njezino značenje je: *1 917 promatranih osoba je čekalo na zaposlenje između 3 i 6 mjeseci*.
- e) Relativna frekvencija razreda 12 – 24 iznosi (približno) 16.99 %. Njezino značenje je: *(Približno) 17% promatranih osoba je čekalo na zaposlenje između jedne i dvije godine*.
- f) Kumulativna apsolutna frekvencija „više od“ razreda 1 – 3 iznosi 13 466. Njezino značenje je: *13 466 promatranih osoba je čekalo na zaposlenje više od mjesec dana*.
- g) Kumulativna relativna frekvencija „manje od“ razreda 9 – 12 iznosi (približno) 50.81%. Njezino značenje je: *(Približno) 50.81% promatranih osoba je čekalo na zaposlenje najviše godinu dana*.