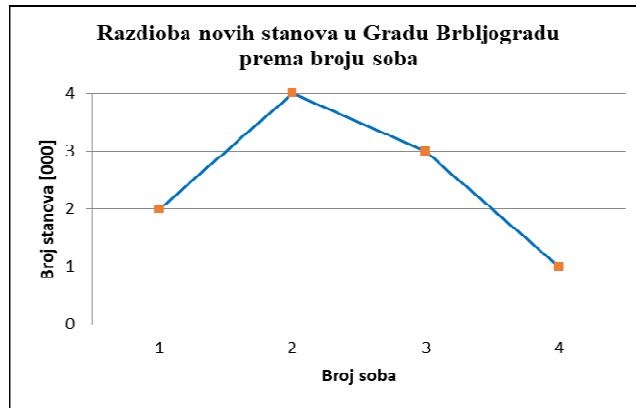


Napomena: Sve statističke pokazatelje koji su beskonačni decimalni brojevi zaokružite na dvije decimale.

- Na slici 1. prikazana je razdioba nastanjenih stanova na području Grada Brbljograda 31.12.2017. prema broju soba.



Slika 1.

Izračunajte sljedeće statističke pokazatelje i objasnite njihovo značenje:

- a) raspon varijacije;
- b) interkvartil;
- c) srednje apsolutno odstupanje;
- d) varijanca;
- e) standardna devijacija;
- f) koeficijent varijacije;
- g) koeficijent kvartilne devijacije.

Na temelju rezultata f) i g) podzadataka odredite je li bolji reprezentant niza brojeva soba aritmetička sredina ili medijan.

- U tablici 1. prikazana je razdioba svih pregleda koje su u Gradu Brbljogradu u 2017. godini obavili liječnici primarne zdravstvene zaštite prema dobnoj skupini pregledanih osoba.

Procijenite koeficijent varijacije i koeficijent kvartilne devijacije, pa objasnite značenje dobivenih pokazatelja.

Tablica 1. Razdioba svih pregleda koje su u Gradu Brbljogradu u 2017. godini obavili liječnici primarne zdravstvene zaštite prema dobnoj skupini pregledanih osoba

<i>Dobna skupina [godina]</i>	0 - 10	10 - 20	20 - 70	70 - 110
<i>Broj osoba [000]</i>	2	5	7	6

Izvor: Statistički ljetopis Grada Brbljograda za 2018. godinu

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	3.3. Mjere raspršenja - zadaci
--	--	--

Rezultati zadataka

1. a) Računamo: $R = x_{\max} - x_{\min} = 4 - 1 = 3$. Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Razlika najmanjega i najvećega broja soba jednaka je 3.*

b) Odredimo najprije donji i gornji kvartil. Imamo redom:

$$n = 2 + 4 + 3 + 1 = 10,$$

$$Q_1 = x_{\left\lceil \frac{10}{4} \right\rceil} = x_3 = 2,$$

$$Q_3 = x_{\left\lceil \frac{3}{4} \cdot 10 \right\rceil} = x_8 = 3,$$

$$I_Q = Q_3 - Q_1 = 3 - 2 = 1.$$

Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Raspon varijacije središnje polovice niza brojeva soba jednak je 1.*

c) Najprije računamo aritmetičku sredinu, a potom *MAD*. Imamo redom:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \cdot x_i}{n} = \frac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{10} = 2.3,$$

$$MAD_x = \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{2 \cdot |1 - 2.3| + 4 \cdot |2 - 2.3| + 3 \cdot |3 - 2.3| + 1 \cdot |4 - 2.3|}{10} = 0.76.$$

Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Srednje apsolutno odstupanje članova niza brojeva soba od njihove aritmetičke sredine iznosi 0.76.*

d) Koristeći aritmetičku sredinu izračunanu u prethodnom podzadatku, računamo:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \cdot x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 2^2 + 3 \cdot 3^2 + 1 \cdot 4^2}{10} - 2.3^2 = 0.81.$$

Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Prosjek kvadrata odstupanja članova niza brojeva soba od njihove aritmetičke sredine iznosi 0.81.*

- e) Koristeći rezultat prethodnoga zadatka odmah dobivamo: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.81} = 0.9$. Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Prosjek odstupanja članova niza brojeva soba od njihove aritmetičke sredine iznosi 0.9.*

f) Koristeći pokazatelje izračunate u c) i e) podzadatku odmah imamo:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0.9}{2.3} \approx 0.3913 = 39.13\%.$$

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	3.3. Mjere raspršenja - zadaci
--	--	--

Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Varijabilitet članova niza brojeva soba u odnosu na njihovu aritmetičku sredinu je umjeren.*

g) Koristeći pokazatelje izračunane u b) podzadatku odmah imamo:

$$V_Q = \frac{I_Q}{Q_1 + Q_3} = \frac{1}{3+2} = 0.2.$$

Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Varijabilitet članova niza brojeva soba u odnosu na njihov medijan je relativno slab.*

Iz rezultata f) i g) podzadatka slijedi da je medijan bolji reprezentant niza brojeva soba u odnosu na aritmetičku sredinu.

2. Da bismo procijenili tražene pokazatelje, moramo procijeniti aritmetičku sredinu, standardnu devijaciju, prvi i treći kvartil. Procijenimo najprije koeficijent varijacije:

$$n = 2 + 5 + 7 + 6 = 20,$$

$$s_1 = \frac{0+10}{2} = 5, \quad s_2 = \frac{10+20}{2} = 15, \quad s_3 = \frac{20+70}{2} = 45, \quad s_4 = \frac{70+110}{2} = 90,$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \cdot s_i}{n} = \frac{2 \cdot 5 + 5 \cdot 15 + 7 \cdot 45 + 6 \cdot 90}{20} = 47,$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 f_i \cdot s_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 15^2 + 7 \cdot 45^2 + 6 \cdot 90^2}{20} - 47^2 = 988.5,$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \approx 31.44042,$$

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \approx \frac{31.44042}{47} = 0.6689 = 66.89\%.$$

Interpretacija procijenjenoga pokazatelja je: *Varijabilitet niza dobi pacijenata u odnosu na njihovu aritmetičku sredinu je relativno jak.*

U nastavku formiramo niz apsolutnih frekvencija „manje od“:

$$f_1^< = 2, \quad f_2^< = 2 + 5 = 7, \quad f_3^< = 7 + 7 = 14, \quad f_4^< = n = 20.$$

Za određivanje prvoga kvartila nađemo prvi član gornjega niza koji obuhvaća ukupno $\left[\frac{20}{4} \right] = 5$ podataka. Taj član je očito $f_2^< = 7$. Njemu odgovara drugi razred, odnosno razred $[10, 20]$. Zbog toga je prvi kvartil jednak:

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 20 - 2}{7} \cdot (20 - 10) = \frac{100}{7}.$$

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	3.3. Mjere raspršenja - zadaci
--	--	--

Za određivanje trećega kvartila nađemo prvi član gornjega niza koji obuhvaća ukupno $\left\lceil \frac{3}{4} \cdot 20 \right\rceil = 15$ podataka. Taj član je očito $f_4^{\leq} = 20$. Njemu odgovara četvrti razred, odnosno razred $[70, 110]$. Zbog toga je treći kvartil jednak:

$$Q_3 = 70 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 20 - 14}{20} \cdot (110 - 70) = 72.$$

Prema tome, koeficijent kvartilne devijacije jednak je:

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{72 - \frac{100}{7}}{72 + \frac{100}{7}} = \frac{101}{151} \approx 0.67.$$

Interpretacija ovoga pokazatelja je: *Varijabilitet članova niza dobi pacijenata u odnosu na njihov medijan je jak.*

Možemo zaključiti da je u ovom slučaju aritmetička sredina bolji reprezentant niza dobi u odnosu na medijan toga niza.