LAPLACEOVA TRANSFORMACIJA

3.6. RJEŠAVANJE CAUCHYJEVIH PROBLEMA POMOĆU LAPLACEOVE TRANSFORMACIJE.

3.6.1. CAUCHYJEVI PROBLEMI S NEHOMOGENOM ODJ 2. REDA

- Promatramo Cauchyjeve probleme oblika

$$\begin{cases} a \cdot y'' + b \cdot y' + c \cdot y = f, \\ y(0) = A, \\ y'(0) = B. \end{cases}$$

- Rješavanje tih problema može se pojednostavniti primjenom Laplaceove transformacije.
- **Napomena**: Ako početni uvjeti *nisu* zadani u točki $c = 0$, Laplaceovu transformaciju **nije** moguće primijeniti.
- Tada se problem obično rješava metodama opisanima u točkama 3.4. i 3.7.

3.6.2. ALGORITAM RJEŠAVANJA

- **Korak 1.** Polaznu linearnu običnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima "pretvoriti" u algebarsku jednadžbu primjenom Laplaceove transformacije:

$$a \cdot y'' \to a \cdot \left(s^2 \cdot F(s) - s \cdot y(0) - y'(0)\right)$$

$$b \cdot y' \to b \cdot \left(s \cdot F(s) - y(0)\right)$$

$$c \cdot y \to c \cdot F(s)$$

$$f \to L\{f\}(s) = F(s)$$

3.6.2. ALGORITAM RJEŠAVANJA

- **Korak 2.** Iz dobivene *algebarske jednadžbe* izraziti $F(s)$.
- Konkretno, "prebaciti" sve članove koji ne sadrže $F(s)$ na desnu stranu (promijenivši im predznak).
- Potom podijeliti cijelu jednakost izrazom $(a \cdot s^2 + b \cdot s + c)$. Uočiti da je taj izraz jednak lijevoj strani pridružene *karakteristične jednadžbe* (s nepoznanicom s).
- **Korak 3.** Primijeniti *inverz Laplaceove transformacije* na jednakost dobivenu na kraju Koraka 2.
- Na lijevoj strani dobije se funkcija y, a na desnoj njezin analitički izraz (pomoću nezavisne varijable (x, t i sl.)).