

4. OSNOVE LINEARNOGA PROGRAMIRANJA

4.3. RJEŠAVANJE PROBLEMA LINEARNOGA PROGRAMIRANJA POMOĆU PROGRAMA WinQSB

4.3.1. PROGRAM WinQSB

- Računalni program *WinQSB* namijenjen je računalnom rješavanju različitih klasa problema matematičkoga programiranja
- Njegove osnovne prednosti su relativno brzo izračunavanje optimalnoga rješenja i mogućnost *što-ako* (*what-if*) analize dobivenoga rješenja
- U rješavanju problema linearnoga programiranja primijenjuje se potprogram *Linear and Integer Programming*.

4.3.2. STRATEGIJA RJEŠAVANJA PROBLEMA LINEARNOGA PROGRAMIRANJA POMOĆU PROGRAMA WinQSB

- 1. Formirati *matematički model* promatranoga problema. Iz njega odrediti tip problema (problem maksimizacije ili problem minimizacije), ukupan broj varijabli, *tip* varijabli (realne ili cjelobrojne), te ukupan broj ograničenja.
- 2. Pažljivo unijeti podatke u program *WinQSB*. Najprije se unose koeficijenti u funkciji cilja, a potom u ograničenjima. Obratiti pozornost na matrični zapis matematičkoga modela!
- 3. Pokretanjem procedure *Solve and Analyze* i potprocedure *Solve the Problem* odrediti optimalno rješenje promatranoga problema.
- 4. Analizirati osjetljivost dobivenoga rješenja (npr. povećati ili smanjiti optimalne vrijednosti varijabli za 1) .

4.3.3. NAPOMENA

- Novija verzija programa *WinQSB* (npr. *WinQSB* 2.0.) sadrži i mogućnost rješavanja problema linearnoga programiranja u slučaju $n = 2$ i grafičkom metodom.
- Radi razumijevanja matematičkoga modeliranja razmatranoga problema, u slučaju $n = 2$ preporučuje se riješiti problem grafičkom metodom koristeći računalni program *Graph*, a potom provjeriti rješenje koristeći računalni program *WinQSB*.

4.3.4. PRIMJER 1.

- Tvrtka *Kamen Stečaj* proizvodi dvije vrste cementa *Cementko* i *Cementkina* usporedno na dvije proizvodne linije. Tehnološke karakteristike linija i njihovi dnevni kapaciteti navedeni su u sljedećoj tablici.
- Istraživanje tržišta pokazalo je da se dnevno proda najviše 20 kg *Cementka* i najviše 25 kg *Cementkine*.
- Treba naći optimalni dnevni plan proizvodnje tako da se osigura maksimalna količina proizvodnje.
- **a)** Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga pomoću programa *WinQSB*.
- **b)** Ako predsjednica uprave tvrtke Vladimira Zečić donese odluku da se na svakoj proizvodnoj liniji mora proizvoditi barem 1 kg svake vrste cementa, formirajte novi matematički model promatranoga problema, odredite pripadno optimalno rješenje i usporedite ga s prvotnim optimalnim rješenjem (kad god je to moguće, odredite relativnu promjenu svake komponente optimalnoga rješenja u odnosu na prvotno optimalno rješenje).

<i>Artikl</i>	<i>Vrijeme potrebno za proizvodnju artikla na</i>	
	<i>liniji 1</i> [sati/kg]	<i>liniji 2</i> [sati/kg]
<i>Cementko</i>	0.5	0.8
<i>Cementkina</i>	0.4	0.7
<i>Dnevni kapacitet</i> [sati]	16	24

4.3.5. PRIMJER 2.

- Stranka *Dobar život nama, a figa u džepu vama* natječe se na parlamentarnim izborima. Radi pridobivanja glasača, glavni odbor stranke odobrio je ukupno 200 000 kn tjedno za intenzivnu predizbornu kampanju. Ta se sredstva žele alocirati na ukupno 4 medija:
- TV spot u trajanju od 30 sekundi;
- Oglas u dnevnom tisku;
- Radio-spot u trajanju od 30 sekundi u poslijepodnevnom programu lokalnih radio-postaja;
- Radio-spot u trajanju od 60 sekundi u udarnim terminima lokalnih radio-postaja.
- Glavni odbor stranke odlučio je da se na radiju emitira najmanje 5 spotova tjedno, te da se za promidžbene poruke na radiju izdvoji najviše 50 000 kn tjedno.
- Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga ako je cilj stranke:
- **a)** što veći broj potencijalnih gledatelja/čitatelja/slušatelja;
- **b)** najmanje 150 000 potencijalnih gledatelja/čitatelja/slušatelja i što manji tjedni troškovi promidžbe.

Medij	Broj mogućih gledatelja/ čitatelja / slušatelja [000]	Cijena promidžbene poruke [000 kn]	Najveći mogući broj poruka tjedno
TV-spot (30 sekundi)	10	22.5	7
Dnevni tisak (1 stranica)	11.43	13.5	7
Radio-spot (30 sekundi)	4	1.15	14
Radio-spot (60 sekundi)	4.8	6.6	12

4.3.6. PRIMJER 3.

- Marketinški odjel tvrtke *Drpermann* d.o.o. tiska promidžbeni materijal u obliku kataloga s tvrdim, srednje tvrdim ili mekim uvezom.
- Tisak i uvezivanje kataloga s tvrdim uvezom stoji 60 kn i traje 3 minute. Tisak i uvezivanje kataloga sa srednje tvrdim uvezom stoji 50 kn i traje 2.5 minuta. Tisak i uvezivanje kataloga s mekim uvezom stoji 40 kn i traje 2 minute.
- Ukupno raspoloživo vrijeme za tisak i uvezivanje kataloga iznosi 500 sati. Da bi tisak i uvezivanje bili financijski isplativi, stroj mora raditi najmanje 200 sati.
- Na temelju istraživanja ponašanja potrošača odjel je utvrdio potrebu za najmanje 2000 kataloga s tvrdim uvezom, najmanje 1500 kataloga sa srednje tvrdim uvezom i za najmanje 1000 kataloga s mekim uvezom.
- Treba napraviti plan tiskanja i uvezivanja kataloga tako da troškovi tiskanja i uvezivanja budu minimalni.
- Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga pomoću računalnoga programa *WinQSB*.

4.3.7. PRIMJER 4.

- Opskrbljivač studentskoga restorana Veleučilišta u Šupljoj Lipi treba pripremiti najmanje 500 litara osvježavajućega bezalkoholnoga pića od točno pet vrsta različitih sokova iz svojega skladišta. Smjesa treba sadržavati najmanje 20% soka od naranče, 10% soka od grejpa i 5% soka od kupine.
- Osnovni podatci o svakoj pojedinoj vrsti soka navedeni su u sljedećoj tablici.
- Treba naći optimalan koncept miješanja tako da cijena smjese bude što manja.
- **a)** Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga pomoću računalnoga programa *WinQSB*.
- **b)** Ako studentski restoran postavi zahtjev da u smjesi mora biti najmanje 10 litara svake vrste soka, formirajte novi matematički model promatranoga problema, odredite pripadno optimalno rješenje i usporedite ga s prvotnim optimalnim rješenjem (kad god je to moguće, odredite relativnu promjenu svake komponente optimalnoga rješenja u odnosu na prvotno optimalno rješenje).

vrsta soka	Volumni udio soka od naranče [%]	Volumni udio soka od grejpa [%]	Volumni udio soka od kupine [%]	Raspoloživi obujam soka [litara]	Cijena soka [kn/litra]
1	40	40	0	200	7.5
2	5	10	20	400	6
3	100	0	0	100	9
4	0	100	0	50	8
5	0	0	0	800	5

4.3.8. PRIMJER 5.

- Trgovački lanac *Buyland* ima 24-satno dnevno radno vrijeme i pravi raspored svojih djelatnika na blagajnama prema smjenama. Svaki djelatnik mora raditi točno 8 sati dnevno. Dijelovi dana, cijene jednoga radnog sata i potrebe za radnicima u dotičnim dijelovima dana navedeni su u sljedećim tablicama.
- Treba napraviti dnevni plan angažiranja radnika tako da sve potrebe budu zadovoljene uz što manji trošak plaćanja radnih sati.
- Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga pomoću računalnoga programa *WinQSB*.
- Napomena: *Potreba za radnicima* označava najmanji broj radnika potreban za redovito odvijanje rada u centru u dotičnom vremenskom intervalu.

vrijeme	00 :00– 04:00	04:00 – 08 :00	08:00 – 12 :00	12:00 – 16:00	16:00 – 20:00	20:00 – 24:00
potreba za radnicima	3	2	5	6	7	4
cijena sata rada [kn/sat]	30	30	20	20	25	30

4.3.9. PRIMJER 6.

- Uzorke novoga vina “*Frkljevačka graševina*” pakovane u jednolitrenim bocama i namijenjene promidžbi potrebno je iz dva distribucijska centra, C_1 i C_2 , prevesti na tri prodajna mjesta, P_1 , P_2 i P_3 tako da ukupni troškovi prijevoza budu minimalni i da se iskoriste svi kapaciteti svih triju prodajnih mjesta.
- Količine uzoraka u distribucijskim centrima, potrebne količine uzoraka na prodajnim mjestima i cijene prijevoza (u €) jednog uzorka iz određenog distribucijskog centra na određeno prodajno mjesto, dani su u sljedećoj tablici.
- **a)** Formirajte matematički model promatranoga problema i riješite ga pomoću računalnoga programa *WinQSB*.
- **b)** Ako uprava tvrtke koja je proizvela vino zahtijeva da se iz svakoga distribucijskoga centra na svako prodajno mjesto mora dostaviti barem jedna boca vina, formirajte novi matematički model, odredite pripadno optimalno rješenje i usporedite ga s prvotnim optimalnim rješenjem (kad god je to moguće, odredite relativnu promjenu svake komponente optimalnoga rješenja u odnosu na prvotno optimalno rješenje).

Distribucijski centar	Prodajno mjesto			Kapacitet distribucijskoga centra
	P_1	P_2	P_3	
C_1	2	3	5	10
C_2	4	7	6	8
Kapacitet prodajnoga mjestu	7	6	5	