4.8. TEHNIKE DERIVIRANJA

DERIVACIJA SLOŽENE FUNKCIJE.

DERIVACIJA IMPLICITNO ZADANIH FUNKCIJA.

LOGARITAMSKO DERIVIRANJE.

DERIVACIJA INVERZA FUNKCIJE.

DERIVACIJA PARAMETARSKI ZADANE FUNKCIJE.

4.8.1. DERIVACIJA SLOŽENE FUNKCIJE

- Ako je funkcija koju treba derivirati *kompozicija* (najmanje) dviju funkcija, primjenjujemo pravilo za deriviranje kompozicije funkcija:

$$\left(f \circ g\right)' = \left(f' \circ g\right) \cdot g'$$

- To pravilo možemo interpretirati ovako:
- *Derivirati funkciju koja djeluje posljednja* (funkciju f) *kao da je njezin argument nezavisna varijabla* (npr. x), *a potom pomnožiti dobiveni izraz s derivacijom izraza za kojega smo smatrali da je ta nezavisna varijabla.*

4.8.2. DERIVACIJA IMPLICITNO ZADANE FUNKCIJE

- Ako je realna funkcija f definirana pravilom
- $f\,(x,\ y) = 0$
- iz kojega *nije* moguće eksplicitno izraziti y pomoću x, onda takvu funkciju nazivamo *implicitno zadanom funkcijom.*
- Derivacija takve funkcije određuje se tako da se članovi izraza $f\,(x,\ y)$ koji sadrže samo x (uobičajeno) deriviraju po x, a članovi izraza $f\,(x,\ y)$ koji sadrže y deriviraju prema pravilu deriviranja složene funkcije.
- Iz dobivenoga izraza treba izraziti y'. Kao rješenje se dobije novi izraz oblika y' $= g(x,\ y)$.
- Zbog toga je i derivacija implicitno zadane funkcije ponovno implicitno zadana funkcija.

4.8.3. LOGARITAMSKO DERIVIRANJE

- Ako je realna funkcija zadana u obliku
  - $y = [f\ (x)]^{g(x)}$
- onda logaritmiranjem dobivamo:
- $\ln\ y = g(x) \cdot \ln(f(x))$
- Deriviranjem obiju strana prema pravilu za deriviranje složene funkcije dobijemo

$$y' = [f(x)]^{g(x)} \cdot \left\{ g'(x) \cdot \ln[f(x)] + \frac{g(x) \cdot f'(x)}{f(x)} \right\}$$

- Ovaj postupak naziva se *logaritamsko deriviranje*.

4.8.4. DERIVACIJA INVERZA FUNKCIJE

- Ako je f realna bijekcija, onda je derivacija njezina inverza f^{-1} dana formulom

$$\left(f^{-1}\right)' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}.$$

- Dakle, da bismo odredili derivaciju inverza funkcije, moramo znati derivaciju zadane funkcije i pravilo njezina inverza.

4.8.5. DERIVACIJA PARAMETARSKI ZADANE FUNKCIJE

- Radi izbjegavanja implicitnoga zadavanja funkcije, zavisnost zavisne varijable y o nezavisnoj varijabli x često se pogodnije opisuje pomoću novoga *parametra* (koji se obično označava s t).
- U slučaju kada je funkcija zadana parametarski s

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

- njezina derivacija jednaka je $y' = \dfrac{g'(t)}{f'(t)}$
- i ona je također parametarski zadana funkcija.