# 4.9.

## L'HÔPITAL – BERNOULLIJEVO PRAVILO

# 4.9.1. L'HÔPITAL – BERNOULLIJEVO PRAVILO

U određenim se slučajevima računanje limesa može značajno pojednostavniti primjenom sljedećega pravila:

Pretpostavimo da su realne funkcije $f$ i $g$ definirane na intervalu $\langle a,\ b\rangle$ osim možda u točki $c \in \langle a,b\rangle$, te da za svaki $x \in \langle a,b\rangle \setminus \{c\}$ postoje derivacije $f'$ i $g'$ koje su neprekidne na $\langle a,\ b\rangle \setminus \{c\}$ i takve da je $g'(x) \neq 0$.

Ako vrijedi $\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} g(x) = 0$, onda je $\lim\limits_{x\to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to c} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

Analogna tvrdnja vrijedi i za $c = \pm\infty$, te za

$$\lim_{x\to c} f(x) = \lim_{x\to c} g(x) = \pm\infty$$

# 4.9.2. PRIMJER 1.

Primjenom L'Hôpital – Bernoullijeva pravila dokažite sljedeće jednakosti:

$$\textbf{a)} \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1;$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1;$$

$$\textbf{c)} \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$

# 4.9.3. PRIMJER 2.

Primjenom L'Hôpital-Bernoullijeva pravila dokažite sljedeće jednakosti:

$$\textbf{a)}\ \lim_{x\to 0}\frac{3\cdot(\sin x - x\cdot\cos x)}{x^3}=1;$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} x-\sin x}{x-\sin x}=3;$$

$$\textbf{c)}\ \lim_{x\to 0}\frac{2\cdot\ln(\cos x)}{x^2}=-1;$$

$$\textbf{d)}\ \lim_{x\to 0}\frac{e^{\sin^2 x}-1}{x^2}=1.$$

# 4.9.4. PRIMJER 3.

Primjenom L'Hôpital-Bernoullijeva pravila dokažite sljedeće jednakosti:

$$\textbf{a)} \lim_{x \to 1} \left( \frac{2 \cdot x}{x-1} - \frac{2}{\ln x} \right) = 1;$$

$$\textbf{b)} \lim_{x \to 3} \left( \frac{5}{x-3} - \frac{25}{x^2 - x - 6} \right) = 1;$$

$$\textbf{c)} \lim_{x \to +\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1;$$

$$\textbf{d)} \lim_{x \to 0} (1 - e^x)^{\frac{1}{\ln x}} = e;$$

$$\textbf{e)} \lim_{x \to 1} x^{\frac{1}{1-x}} = \frac{1}{e}.$$