



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

**ELEKTROTEHNIČKI ODJEL**

**MATEMATIČKI ALATI U ELEKTROTEHNICI**

seminarski zadatak – Integralni račun i primjene

1. Pokažite da je površina ravninskoga lika omeđenoga strofoidom  $y^2 = \frac{1-x}{1+x} \cdot x^2$  na segmentu  $[0, 1]$  jednaka  $P = 2 - \frac{\pi}{2}$  kv. jed. Nacrtajte odgovarajuću sliku.
2. S točnošću od  $10^{-5}$  izračunajte opseg astroide definirane jednadžbom  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  za  $x \in [0, 1]$ . Nacrtajte odgovarajuću sliku.
3. Tzv. *Cayleyeva sekstika* zadana je parametarskim jednadžbama

$$\begin{cases} x = 4 \cdot \cos^3\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \cos t \\ y = 4 \cdot \cos^3\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \sin t \end{cases}, t \in [0, 3 \cdot \pi].$$

- a) Nacrtajte zadanu krivulju.
- b) S točnošću od  $10^{-5}$  izračunajte duljinu zadane krivulje i površinu ravninskoga lika kojega ona određuje.

**Naputak:** U rješavanju **b)** podzadatka primijenite formule za opseg  $O$  i površinu  $P$  ravninskoga lika definiranoga parametarskim jednadžbama  $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$  :

$$O = \int_0^{3\pi} \sqrt{\left(\frac{df}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dg}{dt}\right)^2} \cdot dt$$
$$P = \left| \int_0^{3\pi} \left(\frac{df}{dt}\right) \cdot g(t) \cdot dt \right|$$