TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

I. ZADATCI VIŠESTRUKOGA IZBORA

1. **B.** Kubiramo zadanu nejednakost, što smijemo jer je funkcija $f(x) = x^3$ bijekcija s **R** u **R**. Dobivamo nejednakost:

$$1 < a < 8.$$

Ovu nejednakost zadovoljavaju prirodni brojevi 2, 3, 4, 5, 6 i 7. Njih ima točno 6.

2. **A.** Koristeći identitete

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c,$$
$$\log_a a = 1,$$
$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

za sve dozvoljene realne vrijednosti a, b, c, imamo redom:

$$\frac{\log_2 3 + \log_2 6}{\log_2 9} = \frac{\log_2 3 + \log_2(3 \cdot 2)}{\log_2(3^2)} = \frac{\log_2 3 + \log_2 3 + \log_2 2}{2 \cdot \log_2 3} = \frac{2 \cdot \log_2 3 + 1}{2 \cdot \log_2 3} = \frac{2 \cdot \log_2 3}{2 \cdot \log_2 3} + \frac{1}{2 \cdot \log_2 3} =$$
$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \log_3 2 = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\log 2}{\log 3} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{030103}{0.47712} \approx 1.315464 \approx 1.3155$$

3. **B.** Suprotni brojevi su a i $-a$, pa je njihov zbroj jednak 0, dok je $|a| = |-a|$. Stoga su tvrdnje A i C točne. Recipročni brojevi su a i $\frac{1}{a}$, pa je njihov umnožak jednak 1, dok je $|a| = \left|\frac{1}{a}\right| = \frac{1}{|a|}$. Stoga je tvrdnja D točna, a tvrdnja B nije (osim u posebnom slučaju $a \in \{-1, 1\}$).

4. **D.** Iz prve jednadžbe sustava odmah slijedi

$$y = \frac{x}{a},$$

pa uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobijemo:

$$3 \cdot x - 2 \cdot \frac{x}{a} = 5,$$
$$\left(3 - \frac{2}{a}\right) \cdot x = 5 \;/ : \left(3 - \frac{2}{a}\right)$$
$$x = \frac{5}{3 - \frac{2}{a}} = \frac{5}{\frac{3 \cdot a - 2}{a}} = \frac{5 \cdot a}{3 \cdot a - 2}.$$

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

5. **C.** Primjenom identiteta

$$\left(\frac{25}{4}\right)^x = \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^x = \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^x = \left(\frac{5}{2}\right)^{2\cdot x},$$

polaznu nejednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2\cdot x} < \frac{5}{2},$$

odnosno, u obliku

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2\cdot x} < \left(\frac{5}{2}\right)^1.$$

Usporedbom eksponenata, pri čemu se znak nejednakosti ne mijenja (jer je baza potencije $\frac{5}{2}$ strogo veća od 1)), dobivamo linearnu nejednadžbu:

$$2 \cdot x < 1.$$

Dijeljenjem s 2 slijedi $x < \frac{1}{2}$. Točno četiri elementa zadanoga skupa su strogo manja od $\frac{1}{2}$, i to su: –6, –5, –1 i 0.

6. **B.** Točku u kojoj graf zadane funkcije siječe os x dobit ćemo tako da riješimo jednadžbu $f(x) = 0$ po nepoznanici x, a točku u kojoj graf zadane funkcije siječe os y dobit ćemo tako da u propis zadane funkcije uvrstimo $x = 0$. Krenimo redom:

$$\begin{aligned} &f(x) = 0, \\ &3 \cdot 2^x - 6 = 0, \\ &3 \cdot 2^x = 6 \;/:3 \\ &2^x = 2, \\ &2^x = 2^1, \end{aligned}$$

a odatle usporedbom eksponenta izravno slijedi $x = 1$. Dakle, graf zadane funkcije siječe os x u točki $S_1(1, 0)$. Odredimo sjecište s osi y:

$$f(0) = 3 \cdot 2^0 - 6 = 3 \cdot 1 - 6 = 3 - 6 = -3.$$

Stoga graf zadane funkcije siječe os y u točki $S_2(0, -3)$. Prema tome, tražena sjecišta su $S_1(1, 0)$, i $S_2(0, -3)$.

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

7. **A.** Primijenit ćemo identitete:

$$3^2 - x^2 = (3 - x) \cdot (3 + x),$$
$$(x + 3)^2 = x^2 + 6 \cdot x + 9,$$
$$x^2 + 8 \cdot x + 12 = (x + 2) \cdot (x + 6).$$

Imamo redom:

$$\left(\frac{4\cdot x+12}{x^2-3\cdot x}+\frac{x}{9-x^2}\right)\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=\left[\frac{4\cdot(x+3)}{x\cdot(x-3)}+\frac{x}{3^2-x^2}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=$$
$$=\left[\frac{4\cdot(x+3)}{x\cdot(x-3)}+\frac{x}{(3-x)\cdot(3+x)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x+3}=\left[\frac{4\cdot(x+3)}{x\cdot(x-3)}-\frac{x}{(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=$$
$$=\left[\frac{4\cdot(x+3)\cdot(x+3)-x\cdot x}{x\cdot(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=\left[\frac{4\cdot(x^2+6\cdot x+9)-x^2}{x\cdot(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=$$
$$=\left[\frac{4\cdot x^2+24\cdot x+36-x^2}{x\cdot(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=\left[\frac{3\cdot x^2+24\cdot x+36}{x\cdot(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=$$
$$=\left[\frac{3\cdot(x^2+8\cdot x+12)}{x\cdot(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=\left[\frac{3\cdot(x+2)\cdot(x+6)}{x\cdot(x-3)\cdot(x+3)}\right]\cdot\frac{x+3}{x+6}-\frac{5}{x-3}=\frac{3\cdot(x+2)}{x\cdot(x-3)}-\frac{5}{x-3}=$$
$$=\frac{3\cdot(x+2)-5\cdot x}{x\cdot(x-3)}=\frac{3\cdot x+6-5\cdot x}{x\cdot(x-3)}=\frac{-2\cdot x+6}{x\cdot(x-3)}=\frac{-2\cdot(x-3)}{x\cdot(x-3)}=-\frac{2}{x}.$$

8. **A.** Označimo sa s udaljenost između gradova. Vrijeme potrebno za prevaljivanje puta s prosječnom brzinom od 80 km/h iznosi $t_1=\frac{s}{80}$ sati , dok vrijeme potrebno za prevaljivanje puta s prosječnom brzinom od 75 km/h iznosi $t_2=\frac{s}{75}$ sati. Zbroj tih dvaju vremena mora biti jednak ukupnom vremenu, tj.

$$t_1+t_2=6 \text{ sati i 12 minuta} = 6+\frac{12}{60}=6+\frac{1}{5}=\frac{6\cdot 5+1}{5}=\frac{31}{5} \text{ sati.}$$

Uvrštavanjem izraza za t_1 i t_2 dobivamo linearnu jednadžbu:

$$\frac{s}{80}+\frac{s}{75}=\frac{31}{5}.$$

Najbrže ćemo je riješiti ovako:

$$\left(\frac{1}{80}+\frac{1}{75}\right)\cdot s=\frac{31}{5}\ /:\left(\frac{1}{80}+\frac{1}{75}\right)$$

$$s=\frac{\frac{31}{5}}{\frac{1}{80}+\frac{1}{75}}=\frac{\frac{31}{5}}{\frac{80+75}{80\cdot 75}}=\frac{31\cdot 80\cdot 75}{5\cdot 155}=\frac{80\cdot 75}{5\cdot 5}=\frac{80\cdot 75}{25}=80\cdot 3=240$$

Dakle, udaljenost između gradova iznosi 240 km, pa je autobus prešao ukupno 240 + 240 = 480 km.

9. **D.** U 900 litara morske vode ima ukupno $\frac{0.4}{100}\cdot 900=0.4\cdot 9=3.6$ litara soli. Taj obujam mora tvoriti 1% obujma otopine nastale isparavanjem vode. Označimo li s V obujam te otopine, onda mora vrijediti jednakost:

$$\frac{1}{100}\cdot V=3.6.$$

Odatle je $V = 3.6 \cdot 100 = 360$ litara. Stoga mora ispariti ukupno $\Delta V = 900 - 360 = 540$ litara vode.

10. **B**. Iz slike očitamo da je $f(1) = 2$, pa je $(f\circ f)(1)=f\left[f(1)\right]=f(2)=-1$. (Grafu zadane funkcije pripadaju točke $T_1(1, 2)$ i $T_2(2, -1)$.)

11. **C**. Zadatak se riješi primjenom pojma *potencije točke s obzirom na kružnicu*. Podsjetimo, ako je E unutarnja točka kružnice, onda se potencija točke E s obzirom na kružnicu dobije tako da se povuče *bilo koja* tetiva AB kružnice koja prolazi kroz E, te izračuna umnožak duljina $|AE|$ i $|BE|$. Može se pokazati da vrijednost toga umnoška ne ovisi o izboru tetive AB. Stoga odmah imamo:

$$|AE|\cdot|BE|=|CE|\cdot|DE|,$$
$$x\cdot 6=3\cdot 7.$$

Odatle dijeljenjem s 6 dobijemo $x=\frac{3\cdot 7}{6}=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}=$ 3.5 cm.

12. **A.** Obujam tetraedra čiji su svi bridovi jednake duljine dan je formulom

$$V=\frac{a^3}{12}\cdot\sqrt{2}\ .$$

Uvrstimo li u tu formulu $a = 5$, dobit ćemo:

$$V=\frac{5^3}{12}\cdot\sqrt{2}=\frac{125}{12}\cdot\sqrt{2}\approx 14.731391\approx 14.73\ \text{cm}^3.$$

Napomena: Navedena formula za obujam dobije se ovako: Osnovka tetraedra je jednakostraničan trokut čija stranica ima duljinu a. Njegova je površina $B=\frac{a^2}{4}\cdot\sqrt{3}$. Ortogonalna projekcija osnovki nasuprotnoga vrha tetraedra na osnovku je težište osnovke. Stoga se promatra pravokutan trokut čija je jedna kateta visina tetraedra h, druga kateta spojnica težišta i jednoga vrha osnovke, a hipotenuza

jedan bočni brid. Iz poučka o težištu i činjenice da se u svakom jednakostraničnom trokutu težišnica povučena na bilo koju stranicu podudara s visinom povučenom na istu stranicu slijedi da je duljina druge katete jednaka $b=\frac{2}{3}\cdot t=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{a}{2}\cdot\sqrt{3}\right)=\frac{a}{3}\cdot\sqrt{3}$. Prema Pitagorinu poučku, duljina visine tetraedra jednaka je $h=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{3}\cdot\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\sqrt{\frac{2\cdot a^2}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot a$. Tako sada lagano dobivamo $V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot h=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2}{4}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot a=\frac{a^3}{12}\cdot\sqrt{2}$.

13. B. Kvadriranjem prve jednakosti dobijemo:

$$(x-y)^2=36,$$

odnosno

$$x^2-2\cdot x\cdot y+y^2=36.$$

Budući da je $x^2+y^2=22$, slijedi:

$$22-2\cdot x\cdot y=36,$$

odnosno

$$-2\cdot x\cdot y=36-22,$$
$$-2\cdot x\cdot y=14,$$

a odatle je $x\cdot y=-7$. Koristeći formulu za razliku kubova dobivamo:

$$x^3-y^3=(x-y)\cdot(x^2+x\cdot y+y^2)=6\cdot(22-7)=6\cdot 15=90.$$

14. B. Jednadžba ima smisla ako i samo ako istodobno vrijede sljedeće nejednakosti:

$$x-2>0,$$
$$x+3>0,$$
$$2\cdot x-3>0.$$

Iz prve nejednakosti dobijemo $x>2$, iz druge $x>-3$, a iz treće $x>\frac{3}{2}$. Presjek tih triju uvjeta je prvi uvjet, tj. $x>2$. Dakle, ako polazna jednadžba uopće ima rješenje, onda to rješenje mora zadovoljavati nejednakost $x>2$.

Transformirajmo polaznu jednadžbu na sljedeći način:

$$\log_2(x-2)+\log_2(x+3)=2+\log_2(2\cdot x-3),$$
$$\log_2(x-2)+\log_2(x+3)=\log_2(2^2)+\log_2(2\cdot x-3),$$
$$\log_2(x-2)+\log_2(x+3)=\log_2 4+\log_2(2\cdot x-3),$$
$$\log_2[(x-2)\cdot(x+3)]=\log_2[4\cdot(2\cdot x-3)].$$

Izjednačavanjem logaritmanada dobivamo:

$$(x-2)\cdot(x+3)=4\cdot(2\cdot x-3),$$
$$x^2-2\cdot x+3\cdot x-6=8\cdot x-12,$$
$$x^2-2\cdot x+3\cdot x-6-8\cdot x+12=0,$$
$$x^2-7\cdot x+6=0.$$

Rješenja posljenje kvadratne jednadžbe su $x_1 = 1$ i $x_2 = 6$. Uvjet $x > 2$ zadovoljava samo $x_2 = 6$, pa polazna jednadžba ima jedinstveno rješenje $x = 6$.

15. C. Transformirajmo broj N na sljedeći način:

$$N = 1\cdot a^5 + 2\cdot a^4 + 3\cdot a^3 + 4\cdot a^2 + 5\cdot a + 6 = (a+2)\cdot a^4 + (3\cdot a+4)\cdot a^2 + 5\cdot a + 6.$$

Prema pretpostavci je $b = a^2$, odnosno $b^2 = a^4$, pa je:

$$N = (a+2)\cdot b^2 + (3\cdot a+4)\cdot b + 5\cdot a + 6.$$

Lako se provjeri da za $a = 10101$ vrijede nejednakosti $a + 2 \le a^2 - 1$, $3\cdot a + 4 \le a^2 - 1$ i $5\cdot a + 6 \le$ $\le a^2 - 1$. Stoga je $A = a + 2 = 10101 + 2 = 10103$ i $C = 5\cdot 10101 + 6 = 50505 + 6 = 50511$.

II. ZADATCI KRATKIH ODGOVORA

16. 35. Pretpostavimo da je manji broj jednak $2\cdot n - 1$, za neki $n \in \mathbf{N}$. Tada se prvi sljedeći neparan broj dobije tako da se manji broj uveća za 2. Dakle, veći je broj jednak $(2\cdot n - 1) + 2 = 2\cdot n + 1$. Prema uvjetima zadatka mora vrijediti jednakost:

$$3\cdot(2\cdot n-1) = 2\cdot(2\cdot n+1) + 31.$$

Riješimo ovu jednadžbu:

$$3\cdot(2\cdot n-1) = 2\cdot(2\cdot n+1) + 31,$$
$$6\cdot n - 3 = 4\cdot n + 2 + 31,$$
$$6\cdot n - 4\cdot n = 2 + 31 + 3,$$
$$2\cdot n = 36.$$

Odatle dijeljenjem s 2 dobivamo $n = 18$. Dakle, manji broj jednak je $2\cdot 18 - 1 = 36 - 1 = 35$.

17. $\frac{2\cdot P}{h} - B$**.** Imamo redom:

$$P = \frac{b+B}{2}\cdot h \quad /\cdot 2$$
$$2\cdot P = (b+B)\cdot h \quad /:h \ .$$
$$\frac{2\cdot P}{h} = b + B$$

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

$$b = \frac{2 \cdot P}{h} - B$$

18. 1.) 3. Zadanu jednadžbu transformirajmo na sljedeći način:

$$9 = 5 \cdot x^2 - 15 \cdot x$$
$$5 \cdot x^2 - 15 \cdot x - 9 = 0, \ /:5$$
$$x^2 - 3 \cdot x - \frac{9}{5} = 0.$$

Tako smo dobili normiranu kvadratnu jednadžbu (onu u kojoj je koeficijent uz x^2 jednak 1). Prema Viète ovim formulama, zbroj obaju rješenja te jednadžbe jednak je suprotnoj vrijednosti koeficijenta uz x, tj. $-(-3) = 3$.

2.) $S = \left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right]$. Zadanu nejednadžbu možemo zapisati u obliku:

$$6 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 4 \leq 0.$$

Na lijevoj strani te nejednadžbe je polinom 2. stupnja (kvadratna funkcija). Njezin vodeći koeficijent je $6 > 0$, pa njezin graf ima oblik $\cup$. Stoga je vrijednost te funkcije nepozitivna na segmentu određenom realnim nultočkama te funkcije. Riješimo li kvadratnu jednadžbu

$$6 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 4 = 0,$$

dobit ćemo:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-4)}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm \sqrt{25+96}}{12} = \frac{5 \pm 11}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{5-11}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}, \ x_2 = \frac{5+11}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$

Dakle, skup svih rješenja polazne nejednadžbe je $S = \left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right]$.

19. Znamo da za $n = 2$ dana i $m = 160$ km treba platiti najam $C_1 = 866$ kn. Stoga mora vrijediti jednakost:

$$866 = 2 \cdot D + 160 \cdot K.$$

Nadalje, znamo da za $n = 3$ dana i $m = 120$ km treba platiti najam $C_1 = 723$ kn. Stoga mora vrijediti jednakost:

$$723 = 3 \cdot D + 120 \cdot K.$$

Tako smo dobili sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$866 = 2 \cdot D + 160 \cdot K$$
$$723 = 3 \cdot D + 120 \cdot K$$

Riješimo taj sustav npr. metodom suprotnih koeficijenata. Pomnožimo prvu jednadžbu s 3, a drugu s (–2). Dobivamo:

$$2598 = 6 \cdot D + 480 \cdot K$$
$$-1446 = -6 \cdot D - 240 \cdot K.$$

Zbrojimo li dobivene jednadžbe, dobit ćemo:

$$240 \cdot K = 1152.$$

Odatle dijeljenjem s 240 slijedi $K = 4.8$. Uvrstimo li tu vrijednost npr. u prvu jednadžbu sustava, dobivamo:

$$866 = 2 \cdot D + 160 \cdot 4.8,$$
$$866 = 2 \cdot D + 768,$$
$$2 \cdot D = 866 - 768,$$
$$2 \cdot D = 98.$$

Odatle dijeljenjem s 2 dobivamo $D = 49$.

1.) 49. Traženi je iznos vrijednost nepoznanice D, a taj je $D = 49$.

2.) 1348. Traženi iznos dobit ćemo tako da u formulu za izračun cijene C uvrstimo $n = 4$, $D = 49$, $m = 240$ i $K = 4.8$. Slijedi:

$$C = 4 \cdot 49 + 240 \cdot 4.8 = 196 + 1152 = 1348 \text{ kn}.$$

20. 1.) 26°33'54''. Najmanji kut x nalazi se nasuprot najmanjoj kateti, tj. kateti duljine 6 cm. Njegov je tangens jednak

$$\operatorname{tg} x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Jedino rješenje ove jednadžbe u intervalu $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ je $x \approx 26.565051177078° \approx 26°33'54''$.

2.) 10.98. Odredimo najprije mjere svih kutova toga trokuta. Iz podatka da se kutovi odnose kao 3 : 4 : 5 slijedi da postoji strogo pozitivan realan broj $k > 0$ takav da je $\alpha = 3 \cdot k$, $\beta = 4 \cdot k$ i $\gamma = 5 \cdot k$. Zbroj tih triju kutova mora biti jednak 180°, pa dobivamo jednadžbu:

$$3 \cdot k + 4 \cdot k + 5 \cdot k = 180°,$$
$$12 \cdot k = 180°.$$

Odatle dijeljenjem s 12 slijedi $k = 15°$. Stoga je mjera najmanjega kut trokuta $\alpha = 3 \cdot k = 3 \cdot 15° =$

= 45°, a mjera najvećega kuta trokuta $\gamma = 5 \cdot k = 5 \cdot 15° = 75°$.

Najkraća stranica trokuta nalazi se nasuprot najmanjem kutu, a najdulja stranica trokuta nasuprot najvećem kutu trokuta. Označimo li nepoznatu stranicu s x, primjenom sinusova poučka dobijemo:

$$\frac{x}{15} = \frac{\sin 45°}{\sin 75°} .$$

Izračunajmo zasebno brojnik i nazivnik razlomka na desnoj strani gornje jednakosti:

$$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\sin 75° = \sin(45° + 30°) = \sin 45° \cos 30° + \cos 45° \sin 30° = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right)$$

Tako je konačno:

$$x = \frac{\sin 45°}{\sin 75°} \cdot 15 = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right)} \cdot 15 = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}} \cdot 15 = \frac{2}{\sqrt{3}+1} \cdot 15 = \frac{2 \cdot \left(\sqrt{3} - 1 \right)}{\left(\sqrt{3}+1 \right) \cdot \left(\sqrt{3}-1 \right)} \cdot 15 =$$

$$= \frac{2 \cdot \left(\sqrt{3} - 1 \right)}{3-1} \cdot 15 = 15 \cdot \left(\sqrt{3} - 1 \right) \approx 10.9807621 \approx 10.98$$

21. 1.) $-2 - 2 \cdot a \cdot i$. Očito je $i^7 = i^4 \cdot i^3 = 1 \cdot (-i) = -i$, pa je:

$$z = 2 \cdot (-i) \cdot (a - i) = -2 \cdot a \cdot i + 2 \cdot i^2 = -2 \cdot a \cdot i + 2 \cdot (-1) = -2 - 2 \cdot a \cdot i.$$

2.). $2 \cdot \left(\cos \frac{5 \cdot \pi}{6} + i \cdot \sin \frac{5 \cdot \pi}{6} \right)$. Kompleksni brojevi zapisani u trigonometrijskom obliku množe se tako da im se apsolutne vrijednosti pomnože, a argumenti zbroje. Tako odmah dobivamo:

$$z_1 \cdot z_2 = \left(\frac{2}{3} \cdot 3 \right) \cdot \left[\cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) + i \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) \right] = 2 \cdot \left[\cos \left(\frac{4 \cdot \pi}{6} + \frac{\pi}{6} \right) + i \cdot \sin \left(\frac{4 \cdot \pi}{6} + \frac{\pi}{6} \right) \right] =$$

$$= 2 \cdot \left(\cos \frac{5 \cdot \pi}{6} + i \cdot \sin \frac{5 \cdot \pi}{6} \right)$$

22. 1.) $x_k = (2 \cdot k + 1) \cdot \pi$, $k \in \mathbf{Z}$. Zamijenimo $t = \cos x$, pa dobijemo kvadratnu jednadžbu

$$t^2 - t - 2 = 0.$$

Njezina su rješenja $t_1 = -1$ i $t_2 = 2$. Potonje rješenje zanemarujemo jer mora biti $|t| = |\cos x| \leq 1$.

Stoga mora biti $t = -1$, pa dobivamo trigonometrijsku jednadžbu:

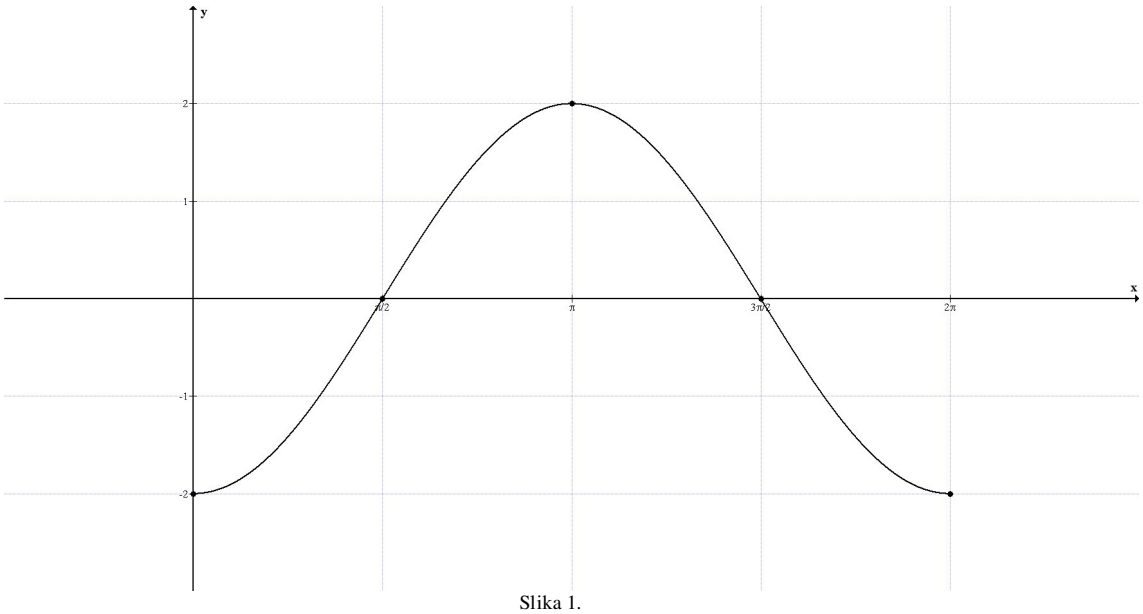
$$\cos x = -1.$$

Jedino rješenje te jednadžbe u osnovnom segmentu $[0, 2 \cdot \pi]$ je $x = \pi$. Stoga su sva rješenja polazne jednadžbe $x_k = \pi + k \cdot 2 \cdot \pi = (2 \cdot k + 1) \cdot \pi$, pri čemu je $k \in \mathbf{Z}$.

2.) Vidjeti Sliku 1. Zadanu funkciju f možemo zapisati u obliku:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot \left(\sin x \cdot \cos\frac{\pi}{2} - \cos x \cdot \sin\frac{\pi}{2}\right) = -2 \cdot \cos x.$$

Računajući vrijednosti $f(x)$ za $x \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3 \cdot \pi}{2}, 2 \cdot \pi\right\}$ i ucrtavajući pripadne točke u pravokutni koordinatni sustav u ravnini dobivamo graf prikazan na Slici 1.



Slika 1.

23. 1.) 15. U trenutku t broj komaraca iznosi

$$B_t = 500\,000 \cdot 2^{-0.06667 \cdot t}.$$

Želimo odrediti koliko vremena (od početka primjene pesticida) treba proteći dok broj komaraca ne bude jednak $\frac{1}{2} \cdot B_t$. Označimo s x vrijeme u kojemu će broj komaraca biti upola manji nego u trenutku t. Broj komaraca u trenutku x treba biti jednak $\frac{1}{2} \cdot B_t$, što znači da mora vrijediti jedna-

kost:

$$\frac{1}{2}\cdot B_t = 500\,000\cdot 2^{-0.06667\cdot x}.$$

Tako smo dobili jednakosti:

$$B_t = 500\,000\cdot 2^{-0.06667\cdot t},$$
$$\frac{1}{2}\cdot B_t = 500\,000\cdot 2^{-0.06667\cdot x}.$$

Dijeljenjem druge jednakosti prvom dobivamo:

$$\frac{1}{2} = 2^{-0.06667\cdot(x-t)}$$
$$2^{-1} = 2^{-0.06667\cdot(x-t)}$$

Izjednačavanjem eksponenata slijedi:

$$-0.06667\cdot(x-t) = -1,$$
$$x-t = \frac{1}{0.06667} \approx 14.99925 \approx 15 \text{ godina.}$$

Dakle, od trenutka t do trenutka x treba proći 15 godina.

2.) 257 941. Nakon 20 godina broj komaraca na jezeru iznosi

$$B_{20} = 500\,000\cdot 2^{-0.06667\cdot 20} \approx 198\,416.$$

U godini u kojoj pesticidi nisu primjenjeni broj komaraca povećao se za 30%. Stoga je traženi broj jednak:

$$B_{21} = B_{20} + \frac{30}{100}\cdot B_{20} = \left(1+\frac{30}{100}\right)\cdot B_{20} = (1+0.3)\cdot B_{20} = 1.3\cdot B_{20},$$
$$B_{21} = 1.3\cdot 198416 \approx 257940.75 \approx 257941.$$

24. 1.) 60. Prema binomnu je poučku traženi koeficijent jednak:

$$a_2 = \binom{6}{2}\cdot 2^{6-4}\cdot 1^4 = \frac{6\cdot 5}{1\cdot 2}\cdot 2^2\cdot 1 = \frac{30}{2}\cdot 4 = 60.$$

2.) 6028. Neka je traženi broj x. Prema pretpostavci, x pri dijeljenju sa 136 daje količnik jednak ostatku, pa primjenom poučka o dijeljenju s ostatkom zaključujemo da postoji $n \in \mathbf{N}$ takav da je $1 \le n \le 135$ i $x = 136\cdot n + n = 137\cdot n$. Stoga tražimo vrijednost broja n takvu da je $1 \le n \le 135$ i

$$6000 \le 137\cdot n \le 6100.$$

Dijeljenjem posljednje nejednakosti sa 137 dobijemo:

$$43.8 \le n \le 44.5.$$

Odavde je $n = 44$, pa je traženi broj $x = 137 \cdot 44 = 6028$.

Napomena: Poopćenjem postupka navedenoga u rješenju ovoga zadatka dobiva se sljedeća tvrdnja: Ako neki prirodan broj x pri dijeljenju s prirodnim brojem y daje količnik z i ostatak z, onda je $x = (y + 1) \cdot z$, tj. x je djeljiv s $y + 1$. Tako je ovaj zadatak zapravo zahtijevao da odredimo višekratnik broja 136 + 1 = 137 koji se nalazi između 6000 i 6100. To je upravo broj 6028.

25. 1.) 5 · cos(5 ·*x*). Zadanu funkciju deriviramo prema pravilu deriviranja kompozicije funkcija. Derivacija funkcije sin x je cos x, dok je derivacija funkcija $5 \cdot x$ konstanta 5. Stoga je:

$$f'(x) = \cos(5 \cdot x) \cdot (5 \cdot x)' = 5 \cdot \cos(5 \cdot x).$$

2.) –5. Odredimo najprije $g'(x)$. Uočimo da je

$$g(x) = \frac{x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = x^{-1} + 2 \cdot x^{-2},$$

pa primjenom osnovnih pravila za deriviranje i tablice derivacija elementarnih funkcija dobivamo:

$$g'(x) = (x^{-1})' + 2 \cdot (x^{-2})' = (-1) \cdot x^{-1-1} + 2 \cdot (-2) \cdot x^{-2-1} = -x^{-2} - 4 \cdot x^{-3}.$$

Traženi koeficijent smjera tangente jednak je vrijednosti funkcije $g'(x)$ za $x = 1$. Stoga je:

$$g'(1) = -1^{-2} - 4 \cdot 1^{-3} = -1 - 4 = -5 \ .$$

3.) 1. Odredimo najprije prve dvije derivacije funkcije h. Primjenom osnovnih pravila za deriviranje i tablice derivacija elementarnih funkcija dobivamo redom:

$$h'(x) = (-1) \cdot 3 \cdot x^{3-1} + 9 \cdot 2 \cdot x^{2-1} - 15 + 0 = (-3) \cdot x^2 + 18 \cdot x - 15,$$
$$h''(x) = (-3) \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 18 - 0 = (-6) \cdot x + 18$$

Uočimo da je $h''(x) > 0$ ako i samo ako je

$$(-6) \cdot x + 18 > 0,$$

odnosno

$$(-6) \cdot x > -18,$$

odnosno

$$x < 3.$$

Stoga tražimo onu stacionarnu točku zadane funkcije čija je prva koordinata strogo manja od 3. Riješimo li jednadžbu $h'(x) = 0$, tj. kvadratnu jednadžbu

$$(-3) \cdot x^2 + 18 \cdot x - 15 = 0,$$

odnosno, nakon dijeljenja s (–3),

$$x^2 - 6 \cdot x + 5 = 0,$$

dobit ćemo $x_1 = 1$, $x_2 = 5$. Potonje rješenje zanemarujemo zbog uvjeta $x < 3$, pa zadana funkcija postiže lokalni minimum za $x = 1$. Taj minimum je jednak $h(1) = -1^3 + 9 \cdot 1^2 - 15 \cdot 1 + 2 = -5$.

26. (2, 2). Vidjeti Sliku 2. Iz propisa zadane funkcije očitamo $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = 0$, pa uvrstimo te podatke u formulu za izračunavanje tjemena grafa kvadratne funkcije:

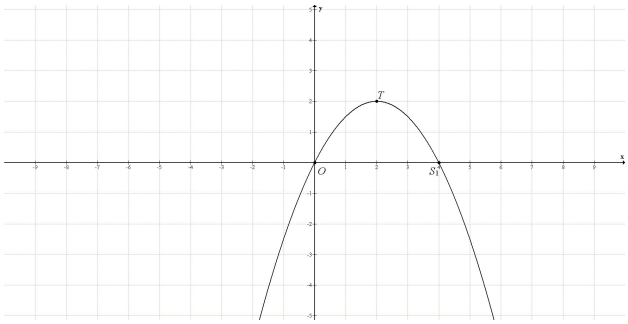
$$T\left(-\frac{b}{2\cdot a}, \frac{4\cdot a\cdot c - b^2}{4\cdot a}\right) = \left(-\frac{2}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}, \frac{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 0 - 2^2}{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}\right) = \left(-\frac{2}{-1}, \frac{0-4}{-2}\right) = \left(2, \frac{4}{2}\right) = (2, -2) \ .$$

Budući da je vodeći koeficijent $a = -\frac{1}{2}$ strogo manji od nule, graf zadane funkcije je parabola oblika $\cap$. Za njezino jednoznačno definiranje (jer je svaki graf polinoma 2. stupnja jednoznačno određen zadavanjem bilo kojih triju različitih točaka toga grafa) odredimo još realne nultočke zadane funkcije:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot x^2 + 2\cdot x = 0$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot x\cdot(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ili } x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$$

Stoga traženi graf prolazi točkama $T(2, 2)$, $O(0, 0)$ i $S_2(4, 0)$. On je prikazan na Slici 2.



Slika 2.

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

27. 1.) $D_f = \left[-\frac{1}{2},+\infty\right]\setminus\{1\}$ **.** Drugi korijen koji se pojavljuje u propisu funkcije f definiran je za nenegativni radikand, dok nazivnik razlomka treba biti različit od nule. Tako dobivamo sustav:

$$\begin{cases} 2\cdot x+1\geq 0 \\ x-1\neq 0 \end{cases}$$

Iz prve nejednadžbe je $x\geq -\frac{1}{2}$, a iz druge $x \neq 1$. Svi realni brojevi koji istodobno nisu manji od $-\frac{1}{2}$ i različiti su od 1 tvore skup $S = \left[-\frac{1}{2},+\infty\right]\setminus\{1\}$. Stoga je taj skup tražena domena zadane funkcije.

28. 1.) 1300. Zapišimo formulu za opći član niza u sljedećem obliku:

$$a_n = 6 \cdot n + 2 = 6 \cdot (n - 1) + 6 + 2 = 8 + (n - 1) \cdot 6.$$

Odatle slijedi da je niz $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ aritmetički niz kojemu je prvi član $a_1 = 8$, a razlika $d = 6$. Zbroj prvih $n = 20$ članova toga niza jednak je:

$$S_{20}=\frac{20}{2}\cdot\left[2\cdot 8+(20-1)\cdot 6\right]=10\cdot(16+19\cdot 6)=10\cdot(16+114)=10\cdot 130=1300$$

2.) $\frac{5}{4}$ **= 1.25.** Neka su a, b i c tri uzastopna člana geometrijskoga niza. Prema definiciji geometrijskoga niza, mora vrijediti jednakost: $b^2 = a \cdot c$, a prema podatcima iz zadatka moraju vrijediti jednakosti:

$$b = a + 4,$$
$$c = b + 5.$$

Tako smo dobili sustav triju jednadžbi s tri nepoznanice:

$$b^2 = a \cdot c$$
$$b = a + 4$$
$$c = b + 5.$$

Uvrstimo li drugu jednadžbu sustava u treću dobit ćemo:

$$c = a + 9.$$

Uvrštavanjem druge jednadžbe sustava i gornje jednadžbe u prvu jednadžbu sustava dobijemo:

$$(a + 4)^2 = a \cdot (a + 9),$$

odnosno

$$a^2 + 8 \cdot a + 16 = a^2 + 9 \cdot a,$$
$$8 \cdot a - 9 \cdot a = -16,$$
$$-a = -16.$$

Odatle je $a = 16$. Iz druge jednadžbe sustava slijedi $b = a + 4 = 20$, pa je količnik geometrijskoga niza jednak $q = \frac{b}{a} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} = 1.25$.

3.) 128. Promjer prve upisane kružnice jednak je stranici kvadrata, tj. $d = 8$ cm. Dijagonala kvadrata upisanoga u kružnicu promjera d jednaka je promjeru kružnice, pa slijedi:

$$a_1 \cdot \sqrt{2} = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 8 \text{ cm}.$$

Nastavljajući analogno dalje, uz oznaku a_n = duljina stranice n – toga upisanoga kvadrata, dobili bismo

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_1 \ , \ a_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_2 \ , \ \ldots$$

i općenito

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_{n-1}.$$

Posljednju jednakost možemo zapisati u obliku:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

odnosno

$$\frac{a_n^2}{a_{n-1}^2} = \frac{1}{2}.$$

Odatle slijedi da površine svih kvadrata tvore beskonačan geometrijski niz čiji je prvi član $P_1 = 8^2 = 64$, a količnik $q = \frac{1}{2}$. Zbroj svih članova toga niza jednak je

$$S = \frac{P}{1-q} = \frac{64}{1-\frac{1}{2}} = \frac{64}{\frac{1}{2}} = 64 \cdot 2 = 128 \text{ cm}^2.$$

TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

III. ZADATCI PRODUŽENIH ODGOVORA

29. 1.) $2\cdot\sqrt{2}$ **.** Koeficijent smjera pravca kojemu pripada dužina $\overline{AB}$ jednak je:

$$k_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{6-2}{5-9}=\frac{4}{-4}=-1\ ,$$

a polovište te dužine je točka

$$P=\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)=\left(\frac{9+5}{2},\frac{2+6}{2}\right)=\left(\frac{14}{2},\frac{8}{2}\right)=(7,4)\ .$$

Simetrala dužine $\overline{AB}$ je pravac okomit na pravac kojemu pripada dužina $\overline{AB}$ i koji prolazi točkom *P*. Koeficijent smjera te simetrale je

$$k_s=-\frac{1}{k_{AB}}=-\frac{1}{-1}=1,$$

pa primjenom formule za jednadžbu pravca kojemu su zadani koeficijent smjera i jedna točka dobivamo jednadžbu te simetrale:

$$s\ldots\ y-4=1\cdot(x-7),$$
$$s\ldots\ x-y+4-7=0,$$
$$s\ldots\ x-y-3=0.$$

Primjenom formule za udaljenost točke od pravca izračunamo traženu udaljenost točke *C* od pravca *s*:

$$d=\frac{|-3-(-2)-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|-3+2-3|}{\sqrt{1+1}}=\frac{|-4|}{\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{4}{2}\cdot\sqrt{2}=2\cdot\sqrt{2}$$

2.) $\vec{i}+5\cdot\vec{j}$ **.** Primijetimo najprije da vrijedi jednakost:

$$\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}\ .$$

Stoga imamo redom:

$$\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}=(x_P-x_M)\cdot\vec{i}+(y_P-y_M)\cdot\vec{j}=[-1-(-2)]\cdot\vec{i}+[2-(-3)]\cdot\vec{j}=$$
$$=(-1+2)\cdot\vec{i}+(2+3)\cdot\vec{j}=1\cdot\vec{i}+5\cdot\vec{j}=\vec{i}+5\cdot\vec{j}$$

3.) ***t*…. 4 · *x* – 3 · *y* + 14 = 0.** Iz slike očitamo koordinate točaka *S* i *A*: *S* = (5, 3) i *A* = (1, 6). Kvadrat udaljenosti točaka *A* i *S* jednak je kvadratu polumjera kružnice, pa je:

$$|SA|^2 = (x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2 = (1 - 5)^2 + (6 - 3)^2 = (-4)^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25.$$

Stoga je jednadžba kružnice:

$$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 25.$$

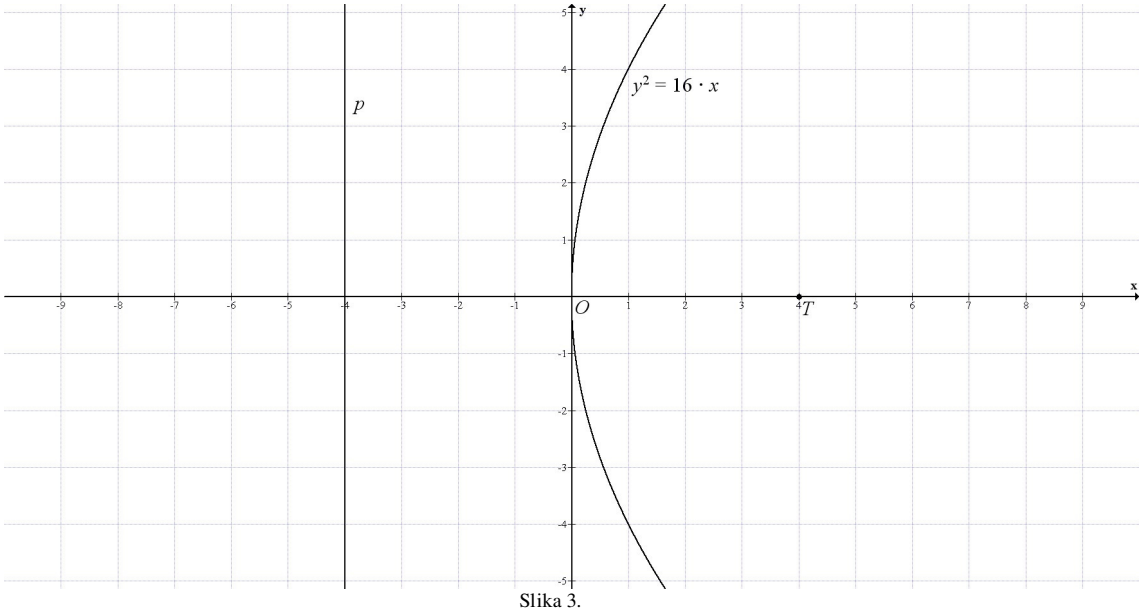
Traženu jednadžbu tangente povučene na kružnicu u točki A dobit ćemo iz izraza:

$$(x_A - 5) \cdot (x - 5) + (y_A - 3) \cdot (y - 3) = 25,$$

pa uvrštavanjem $x_A = 1$ i $y_A = 6$ slijedi:

$$\begin{gathered}(1 - 5) \cdot (x - 5) + (6 - 3) \cdot (y - 3) = 25,\\ -4 \cdot (x - 5) + 3 \cdot (y - 3) = 25,\\ -4 \cdot x + 20 + 3 \cdot y - 9 = 25,\\ -4 \cdot x + 3 \cdot y + 20 - 9 - 25 = 0,\\ -4 \cdot x + 3 \cdot y - 14 = 0 \;/:(-1),\\ 4 \cdot x - 3 \cdot y + 14 = 0.\end{gathered}$$

4.) $y^2 = 2 \cdot x$. Vidjeti Sliku 3. Općenito, skup svih točaka jednako udaljenih od točke $T = (t, 0)$ i pravca $x = -t$ je parabola čije je žarište točka T, a ravnalica pravac $x = -t$. Njezina jednadžba u općem slučaju je $y^2 = 4 \cdot t \cdot x$. U našem je slučaju $t = 4$, pa dobivamo parabolu čija je jednadžba $y^2 = 16 \cdot x$. Ona je prikazana na Slici 3. (Za crtanje parabole uzmite $x \in \{0, 1\}$ i računajte pripadne vrijednosti varijable y.)



Slika 3.

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

4.) ≈ 3.3995 m. Postavimo pravokutni koordinatni sustav u ravnini tako da os y bude os simetrije nadvožnjaka, te da se razina ceste podudara s osi x.

Duljina velike osi elipse jednaka je širini nadvožnjaka. Dakle, $2 \cdot a = 7$, pa je $a = \frac{7}{2} = 3.5$ m.

Iz podatka o najvećoj točki nadvožnjaka slijedi da je duljina male poluosi elipse 4.2 m, tj. $b = 4.2$ m. Dakle, jednadžba cijele elipse je

$$\frac{x^2}{3.5^2} + \frac{y^2}{4.2^2} = 1 \ ,$$

pri čemu, prema prirodi problema, promatramo samo dio te elipse iznad osi x.
Promatrajmo poprečni presjek nadvožnjaka i kamiona. Kamion možemo zamišljati kao pravokutnik čija je dužina 2.6 m. Kamion se nalazi u razini ceste, pa su dva vrha pravokutnika na osi x. Zbog simetrije s obzirom na os y, ti vrhovi nužno moraju biti točke (1.3, 0) i (–1.3, 0). Odredimo točke poluelipse čija je apscisa 1.3. Imamo:

$$\frac{1.3^2}{3.5^2} + \frac{y_T^2}{4.2^2} = 1$$

$$\frac{y_T^2}{4.2^2} = 1 - \frac{1.3^2}{3.5^2}$$

$$y_T^2 = 4.2^2 \cdot \left(1 - \frac{1.3^2}{3.5^2}\right) = \frac{4.2^2}{3.5^2} \cdot (3.5^2 - 1.3^2) = \left(\frac{42}{35}\right)^2 \cdot (3.5 - 1.3) \cdot (3.5 + 1.3) = \left(\frac{6}{5}\right)^2 \cdot 2.2 \cdot 4.8$$

$$y_T^2 = 1.2^2 \cdot 2.2 \cdot 4.8 = 15.2064$$

$$y_T = \sqrt{15.2064} \approx 3.8995384$$

Dakle, udaljenost između dna kamiona i nadvožnjaka iznosi (približno) 3.8995 metara. Zbog uvjeta na razmak između krova kamiona i nadvožnjaka, sama visina kamiona je za 0.5 metara manja od udaljenosti između dna kamiona i nadvožnjaka, pa iznosi (približno) 3.3995 metara.

30. $\boldsymbol{a} \in \mathbf{R} \setminus \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right]$. „Kritične“ točke su $x = -1$ i $x = 3$, tj. vrijedi:

$$|x+1| = \begin{cases} x+1, \text{ za } x \geq -1, \\ -(x+1), \text{ inače} \end{cases}, \ |3-x| = \begin{cases} x-3, \text{ za } x \geq 3, \\ 3-x, \text{ inače.} \end{cases}$$

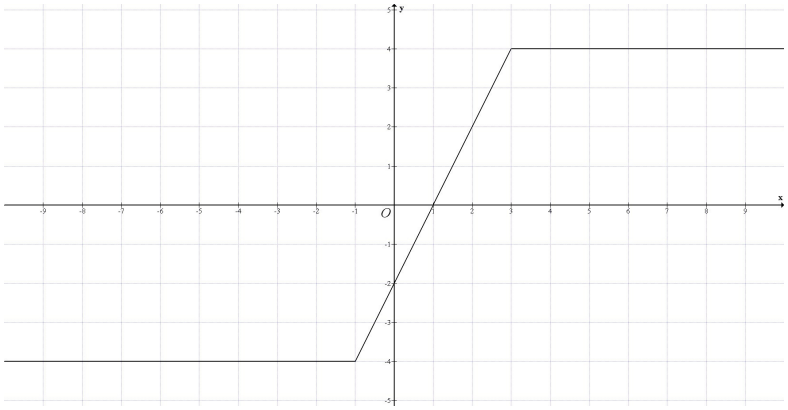
Stoga funkciju razmatramo na intervalima $\langle -\infty, -1]$, $\langle -1, 3]$ i $\langle 3, +\infty\rangle$. Dobivamo:

$$f(x) = \begin{cases} -(x+1) - (3-x), \text{ za } x \leq -1; \\ x+1-(3-x), \text{ za } x \in \langle -1, 3]; \\ x+1-(x-3), \text{ za } x \in \langle 3, +\infty\rangle; \end{cases}$$

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U KOLOVOZU 2012. – VIŠA RAZINA

$$f(x)=\begin{cases}-4, \text{ za } x\le -1;\\ 2\cdot x-2, \text{ za } x\in\langle -1,3]; \\ 4, \text{ za } x\in\langle 3,+\infty\rangle.\end{cases}$$

Skiciramo li graf funkcije *f* u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini, dobit ćemo Sliku 4.



Slika 4.

Tako vidimo da će zadana jednadžba imati točno jedno rješenja ako i samo ako vrijedi nejednakost:

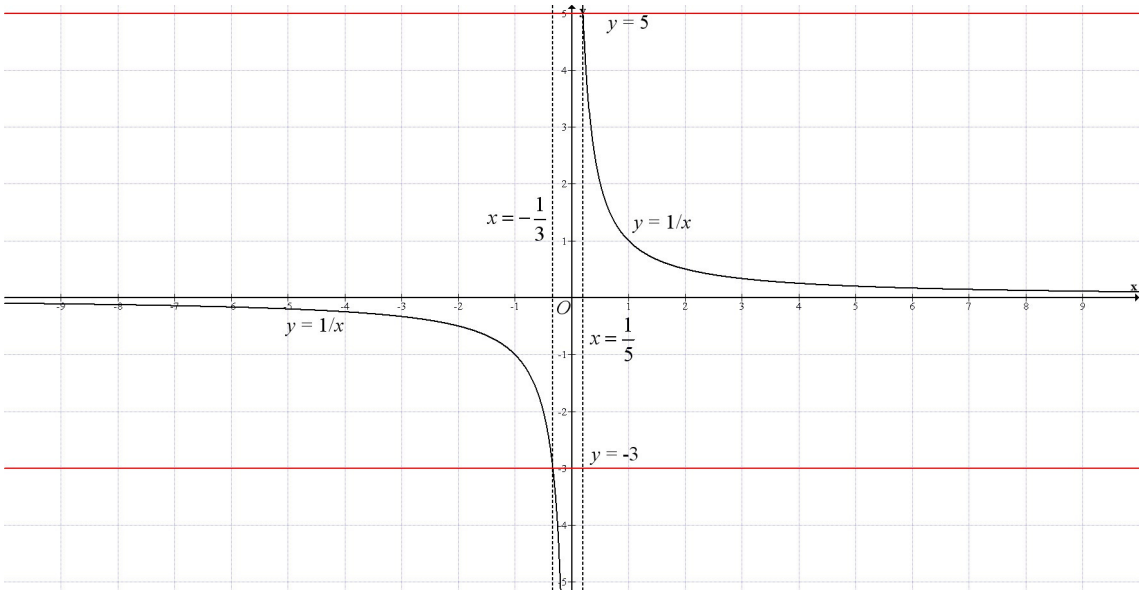
$$-4<1-\frac{1}{a}<4$$

jer svaki pravac $y = b$ presijeca graf zadane funkcije u točno jednoj točki ako i samo ako je $b \in \langle -4, 4\rangle$. Oduzmemo li 1 od svakoga člana ove nejednakosti i potom pomnožimo dobivenu nejednakost s (–1), dobit ćemo:

$$-3<\frac{1}{a}<5.$$

Ovu nejednadžbu najlakše je i najbrže riješiti grafički. Nacrtamo hiperbolu $y=\frac{1}{a}$ i pravce $y = -3$ i $y = 5$, pa lako vidimo da se vrijednosti funkcije $\frac{1}{a}$ nalaze između brojeva –3 i –5 ako i samo ako je $a \in \mathbf{R}\setminus\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right]$. Stoga je rješenje zadatka skup $\mathbf{R}\setminus\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right]$.

pripremio:
mr.sc. Bojan Kovačić, dipl.ing., predavač



Slika 5.