UDK 656 ISSN 0351-1898

SUVREMENI PROMET

GODIŠTE 23 ZAGREB, 2003. Br. 3-4

3-4
2003

Prof. dr. sc. Husein Pašagić
Bojan Kovačić, dipl. ing.
Jasmina Pašagić, dipl. ing.
Fakultet prometnih znanosti
Zagreb

Ekonomika prometa
*Pregledni članak**

KVANTITATIVNE METODE ODLUČIVANJA - OTVARANJE NOVIH RADNIH MJESTA

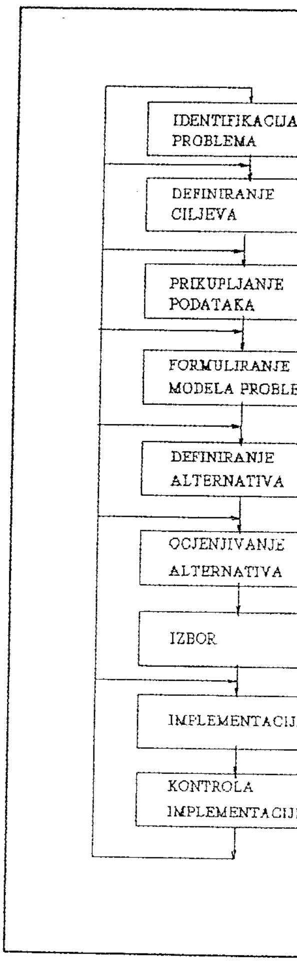
UDK 519.241 : 330.13

1. Uvod

Aktivnost odlučivanja stara je koliko i ljudska vrsta, ali njezino intenzivnije proučavanje započinje tek tridesetih godina prošlog stoljeća. Tada se odlučivanjem, osim ekonomije i matematike, počinju baviti i druge znanosti (statistika, psihologija, sociologija, filozofija) dajući teoriji odlučivanja interdisciplinarno obilježje. Svaka pojedina znanstvena disciplina nastoji, što je više moguće, pridonijeti potpunijem razumijevanju odlučivanja. Stoga se relativno cjelovita slika o prirodi i obilježjima odlučivanja može stvoriti samo promatranjem kroz interdisciplinarnu rešetku. U skladu s tim, ukupna teorija odlučivanja može se grubo podijeliti na normativnu i deskriptivnu. Normativna teorija odlučivanja zasniva se na ekonomiji, matematici i statistici, predstavlja osnovu kvantitativnih disciplina u odlučivanju, a bavi se specificiranjem kako se odluke trebaju donositi. Deskriptivna teorija odlučivanja bavi se opisivanjem onoga što se događa u realnom odlučivanju ne stvarajući pritom vrijednosne sudove o kvaliteti odluke. Za prometne je znanosti značajnija normativna teorija jer problemi u prometu i transportu, između ostalih, predstavljaju proširenje djelovanja normativne teorije u područje rješavanja realnih problema tvoreći tako važan dio tzv. preskriptivne ili kvantitativne teorije odlučivanja (engl. *management science*).

Osnovni predmet proučavanja teorije odlučivanja je proces odlučivanja. Postoji više modela opisivanja tog procesa, a najpraktičniji je procesni model. On pretpostavlja da je odlučivanje fazni proces koji se sastoji (barem) od sljedećih faza (prikazanih na slici 1.):

1. identifikacija problema
2. određivanje ciljeva u rješavanju problema
3. prikupljanje nužnih podataka
4. formuliranje modela problema
5. definiranje alternativa koje će se ocjenjivati



Slika 1. Faze procesa odluči

6. ocjenjivanje alternativa
7. izbor
8. implementacija
9. praćenje i kontrola implementacije.

Vjerojatno najsloženija, ali i najzna odlučivanja jest ocjenjivanje alternativa. problema vezanih za određene složene su prometni sustavi, poduzeća i sl.) ocjenjiva se na opisivanju ponašanja dotičnog susta svakoga pojedinog elementa sustava k složeno. Stoga je iznimno značajno upor metode koje će što pouzdanije opisivati s ma. Jedna od takvih metoda, intenzivno r prometnih sustava, jest metoda simulacija

Općenito, simulacija je računalski zasno ka za istraživanje stohastičkih procesa u r se promatra kao proces koji u određenom s sliku ili usporednicu realnog procesa. N mogućnosti široke primjene - od rješava ničkih, prirodnih ili društvenih znanosti o tačno nepostojećih sustava (npr. proračun metnici koja se tek treba izgraditi). U tom standardnih matematičkih modela u istra najbolje rezultate daje međusobno dopunja simulacijskih metoda, s tim da se matema god je moguće unutar simulacijskog mode

*Primljeno (Received): 2003-01-25
Prihvaćeno (Accepted): 2002-03-25

Osnovni je nedostatak simulacijske metode određivanje njezine valjanosti jer danas nije poznat način osiguravanja potpunog uspjeha simulacije. Problem predstavlja precizno prevođenje realnog sustava u operacijski model, odnosno dosezanje što većeg stupnja podudarnosti realnog sustava i modela. Apsolutna podudarnost je praktički nemoguća, ali u praksi svako istraživanje samo određuje stupanj podudarnosti dostatan za konačni uspjeh.

Jedan od danas vrlo aktualnih problema jest problem otvaranja novih radnih mjesta. Naime, prigodom otvaranja novoga radnog mjesta ne smije se razmišljati samo o tome kolika će biti plaća novozaposlenog radnika, već se moraju uzeti u obzir i dodatni troškovi koji proizlaze iz tog zapošljavanja (npr. nabava dodatne opreme), a koji mogu biti osjetno veći od plaće novozaposlenog radnika. Stoga se zapošljavanje novih radnika mora promatrati dugoročno, odnosno treba razviti model s pomoću kojega će se moći predvidjeti ekonomska isplativost otvaranja novoga radnog mjesta u proizvoljno dugom vremenskom razdoblju. U ovom će se članku razmotriti jedan takav model s pomoću kojega će se, nastojeći slijediti sve navedene faze procesa odlučivanja, donijeti odluka o otvaranju ili neotvaranju novoga radnoga mjesta.

2. Primjena metode simulacija na probleme usluživanja

Brojni praktični procesi, poput usluživanja kupaca u trgovinama, popravljanja strojeva i drugih naprava u servisnim radionicama, rada telefonskih centrala i sl., mogu se svesti na jednu zajedničku opću shemu:

ulaz – "rep" – usluživanje – izlaz.

Riječ je o sustavima u kojima se obavljaju određene usluge i u koje u slučajnim vremenskim razmacima dolaze korisnici usluga. Ako u sustavu postoji slobodno mjesto za obavljanje usluge, upravo prispjeli korisnik će se odmah početi usluživati. Nakon što se zauzmu sva slobodna mjesta, stvara se "rep" u kojem se čeka na slobodno mjesto za usluživanje sljedećega korisnika. Vrijeme usluživanja pojedinoga korisnika općenito je slučajna veličina. Valja još spomenuti da se usluživanje korisnika uglavnom odvija po načelu "prije došao - prije uslužen", no, može se dogoditi i da pojedine klase korisnika (npr. invalidi, trudnice i sl.) imaju prednost pri usluživanju. Za potrebe ovog razmatranja pretpostavit će se da je načelo usluživanja "prije došao - prije uslužen"[1].

U svezi s tim pojavljuju se i različiti problemi s izrazitim praktičnim značenjem. Tipičan problem je sljedeći:

U neku automehaničarsku radionicu u kojoj radi ukupno s servisera automobila dolazi prosječno n automobila na sat. Vrijeme popravka jednog automobila iznosi prosječno t minuta. Radionica dnevno radi ukupno r sati. Cijena sata rada jednog radnika iznosi c kuna pa jedan serviser dnevno zaradi $c \cdot r$ kuna. Odrediti optimalan broj servisera u radionici tako da dnevno bude popravljeno što više automobila (tj. da vrijeme čekanja pojedinog automobila bude što kraće) i da troškovi rada servisera budu što manji.

Navedeni je problem moguće i matematički opisati. Naime, ranije spomenuti procesi pripadaju u kategoriju složenih Poissonovih[2] procesa. Oni se označavaju sa $X\,|Y|\,r$, gdje X znači distribuciju vremena između dolazaka korisnika, Y distribuciju vremena usluživanja pojedinoga korisnika, dok je r broj mjesta ("kanala") za istodobno obavljanje usluga. U mnogim je slučajevima $X = Y = M$, gdje M označava da je riječ o eksponencijalnoj distribuciji[3]. Sada se (matematički) proces usluživanja svodi na određenu klasu Poissonovih procesa (tzv. procesi rađanja i umiranja) koji su opisani složenim diferencijalno - rekurzivnim jednadžbama. Rješavanje tih jednadžbi je vrlo komplicirano pa se u tu svrhu najčešće pribjegava uporabi raznih numeričkih metoda (implementiranih u računalu).

Nedostatak ovakvoga matematičkog opisa jest bavljenje s prosjecima, što ne zadovoljava u potpunosti praktične potrebe opisivanja stanja sustava u pojedinim vremenskim intervalima. To je jedan od razloga što se u rješavanju problema rabe simulacije. U nastavku će se razmotriti ilustrativni primjer.

Primjer 1. U radionici se nalazi točno 30 strojeva. Brojevi mogućih (slučajnih) zastoja strojeva u jednom danu navedeni su u tablici 1., a moguća trajanja popravka jednog stroja u tablici 2.

Tablica 1.

Broj zastoja u jednom danu (x)	*Broj dana sa x zastoja (f(x))*	*Vjerojatnost x zastoja (p(x))*	*Umnožak xp(x)*
0	99	0.495	0.000
1	70	0.350	0.350
2	24	0.120	0.240
3	6	0.030	0.090
4	1	0.005	0.020
Σ	200	1.000	0.700

Tablica 2.

Trajanje popravka y sati	*Vjerojatnost da će popravak trajati y sati (p(y))*	*Umnožak yp(y)*
1	0.021	0.021
2	0.051	0.102
3	0.099	0.297
4	0.143	0.572
5	0.165	0.825
6	0.160	0.960
7	0.132	0.924
8	0.096	0.768
9	0.062	0.558
10	0.036	0.360
11	0.019	0.209
12	0.009	0.108
13	0.004	0.052
14	0.002	0.028
15	0.001	0.015
Σ	1.000	5.799

Uzmimo da jedan sat stajanja ("nerada") stroja stoji prosječno 600 kuna, te da sat osoblja zaposlenog na održavanju (popravljanju) strojeva stoji 90 kuna po radniku. Trenutačno je na održavanju strojeva zaposlen točno jedan radnik. Može se pretpostaviti da jedan radni dan obuhvaća točno 8 sati rada, te da su vjerojatnosti nastajanja određenog broja zastoja u određenom vremenskom intervalu karakterizirane Poissonovom razdiobom[4]. Metodom simulacija utvrditi treba li na održavanju strojeva zaposliti još kojeg radnika.

U rješavanju ovog problema najprije se mora napraviti teorijski proračun. On se sastoji od određivanja kapaciteta izvora klijenata i mjesta posluživanja. To znači da treba odrediti koliko prosječno zastoja nastaje u jednom danu (satu), odnosno koliko se zastoja prosječno otklanja u istoj vremenskoj jedinici.

Očekivani dnevni broj zastoja strojeva je $E(x) = \Sigma xp(x)$ = (tablica 1.) = 0.700 zastoja na dan, dok je očekivano vrijeme trajanja popravka $E(y) = \Sigma yp(y)$ = (tablica 2.) = 5.799 sati po zastoju. Razdioba zastoja definirana je za vremensku jedinicu dan, dok je razdioba popravaka definirana za vremensku jedinicu sat. U simulacijskom modelu za vremensku jedinicu odabran je jedan sat pa je zbog toga $E(x) = 0.700/8 = 0.0875$, budući da po pretpostavci jedan radni dan ima 8 sati.

Vjerojatnosti $p_k := P(\{x = k\})$ mogu se umjesto sukcesivnog uvrštavanja računati znatno brže s pomoću rekurzije

$$p_k = \frac{0.0875}{k} p_{k-1}, \text{ za sve } k \in \mathbf{N}$$

uz početnu vjerojatnost $p_0 = e^{-0.0875} = 0.916$. Tako se dobiva $p_1 \approx 0.080$, $p_2 \approx 0.004$, $p_3 \approx p_4 \approx 0$. Vjerojatnosti p_3 i p_4 se zanemaruju pa se zaključuje da se u jednom satu mogu dogoditi najviše dva zastoja. Svakom od tri moguća slučaja pridružuje se interval slučajnih brojeva koristeći kumulativne vjerojatnosti[5]. Općeniti postupak je sljedeći: neka je $1000 := \{0, 1, 2, ..., 1000\}$. Definiraju se nizovi $(a_k)_{k \in N \cup \{0\}}$ i $(b_k)_{k \in N \cup \{0\}}$ rekurzivno:

$a_0 = 0, \quad b_0 = 1000p_0 - 1,$

$a_k = b_{k-1} + 1, \quad b_k = 1000p_k' - 1$, za $k \in \mathbf{N}$,

a potom i interval I_k pridružen broju k s

$I_k := [1000] \cap [a_k, b_k]$, za $k = 0, 1, 2, ...$

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 3.

Tablica 3.

Broj zastoja u satu (k)	Vjerojatnost p_k	Kumulativna vjerojatnost Σp_k	Interval slučajnih brojeva
0	0.916	0.916	000 - 915
1	0.080	0.996	916 - 995
2	0.004	1.000	996 - 999

Na potpuno analogan način pripremaju se i podaci za simulaciju trajanja popravka strojeva. Oni su rezultat dugotrajnih promatranja s pomoću kojih je ustanovljeno da popravci mogu trajati najmanje 1, a najviše 15 sati. Rezultati su naznačeni u tablici 4.

Sada se može prijeći na sastavljanje tablice simulacija. Ona će se sastojati od 15 redaka i 8 stupaca.

U prvom stupcu ispisuju se redni brojevi popravaka (to su redom prirodni brojevi iz segmenta 1, 15).

U drugom stupcu navode se (simulacijski) sati u kojima je nastao zastoj. Oni se računaju ovako:

Tablica slučajnih brojeva (vidjeti Prilog) shvati se kao matrica $A := [a_{ij}] \in \mathbf{M}_{50,10}(\mathbf{R})$. Elementu a_{ij} pridruži se broj $b_{ij} := [a_{ij} / 10]^6$, a elementu b_{ij} (bijektivno) broj $c_{ij} := 10(i - 1) + j$. Nak toga odredi se broj zastoja u satu (k) koji odgovara interv slučajnih brojeva (iz tablice 3.) kojemu pripada broj b_{ij}, te se d finira uređeni par (c_{ij}, k). On označava da se u c_{ij} - tom satu do dilo (točno) k zastoja. Npr. za $a_{11} = 8574$ dobije se:

$$\left.\begin{matrix} 8574 \Leftrightarrow 857 \Leftrightarrow 000 - 915 \Leftrightarrow 0 \\ \uparrow \\ 10 \cdot (1-1) + 1 = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (1,0)$$

pa u prvom satu nije bilo zastoja. Kako se promatr isključivo sati u kojima se dogodio (barem jedan) zastoj, opis postupak provodi se za sve elemente matrice A, i to onim re slijedom kojim su poredani brojevi c_{ij} s obzirom na standard uređaj u skupu $\mathbf{N}$[7] (najprije se iscrpe svi elementi jednog ret nakon čega se prelazi na prvi element drugog retka itd., počevši s prvim retkom matrice A[8]. Tako se dobivaju sljed uređeni parovi: (10, 1), (25, 1), (33, 1), (37, 1), (44, 1), (49, 1 (50, 1), (62, 2), (69, 1), (73, 1), (88, 1), (93, 1), (100, 1), (109, 1 (121, 1) itd. Brojevi c_{ij} smještaju se navedenim redoslijedom drugi stupac tablice simulacija pri čemu se broj c_{ij} bilježi ukup k puta.

Tablica 4.

Trajanje popravka u satima (m)	Vjerojatnosti p_m	Kumulativne vjerojatnosti p_m	[illegible]
1	0.021	0.021	[illegible]
2	0.051	0.072	02[illegible]
3	0.099	0.171	[illegible]
4	0.143	0.314	[illegible]
5	0.165	0.479	314 - [illegible]
6	0.160	0.639	479 - [illegible]
7	0.132	0.771	639 - [illegible]
8	0.096	0.867	[illegible]
9	0.062	0.929	867 - [illegible]
10	0.036	0.965	929 - 96[illegible]
11	0.019	0.984	965 - 9[illegible]
12	0.009	0.993	984 - 992
13	0.004	0.997	993 - 996
14	0.002	0.999	997 - 99[illegible]
15	0.001	1.000	999

Sada se brojevima b_{ij} pridruže brojevi $d_{ij} = 50(j - 1) + i$ pa formiraju uređeni parovi (b_{ij}, d_{ij}) koji se poredaju s obzirom uređaj $\prec$ definiran s:

$$(b_k, d_k) \prec (b_l, d_l) \text{ ako } d_k < d_l,$$

i to počevši s najmanjim elementom. Prve komponente ta dobivenog niza uređenih parova tvore niz $(b_k)_{k \in N}$ čiji se elemen zapisuju redom u treći stupac tablice simulacija.

Nadalje, broju b_{ij} se pridruži interval slučajnih brojeva iz tabl ce 4. u kojemu se taj broj nalazi, a tom intervalu potom kor spondirajuće vrijeme trajanja popravka u satima (m_{ij}). Npr., $b_{11} = 857$ je $m_{11} = 8$. Nakon toga se s uređenim parovima $(b_{ij}, m$ ponovi isti postupak kao i s parovima (b_{ij}, d_{ij}) koji daje niz $(m$ čiji se članovi zapisuju u četvrti stupac tablice simulacija.

Koristeći definirane nizove (b_k) i (m_k), definiraju se nizovi br jeva (x_k), (y_k), (z_k) i (w_k) sljedećim sustavom rekurzija:

$x_k = max\{b_k, y_{k-1}\}$,

$y_k = x_k + m_k$,

$z_k = x_k - y_{k-1},$

$w_k = x_k - b_k,$ za $k = 1, 2, ..., 15.$

uz početni uvjet

$$y_0 = 0.$$

Prva rekurzija ovog sustava izriče da početak popravka može biti ili odmah po završetku prethodnog popravka (bez stanke) ili odmah čim se stroj pokvario, ovisno o tome što se kasnije dogodilo. Druga rekurzija označava da je sat kraja popravka jednak zbroju sati početka popravka i ukupnog trajanja popravka. Treća i četvrta rekurzija predstavljaju zapis činjenica da radnik čeka toliko dugo kolika je razlika između vremena prispijeća sljedećega pokvarenog stroja i vremena završetka popravka prethodnoga pokvarenog stroja, dok stroj čeka toliko dugo kolika je razlika između vremena kad se pokvario i vremena kada ga je radnik počeo popravljati.

Članovi nizova (x_k), (y_k), (z_k) i (w_k) zapisuju se redom u peti, šesti, sedmi i osmi stupac tablice simulacija čime je ona kompletirana. U promatranom slučaju ona izgleda kao u tablici 5.

Tablica 5.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje radnika*	*Čekanje stroja*
1	10	857	8	10	18	10	
2	25	457	5	25	30	7	
3	33	499	6	33	39	3	
4	37	762	7	39	46		2
5	44	431	5	46	51		2
6	49	698	7	51	58		2
7	50	38	2	58	60		8
8	62	558	6	62	68	2	
9	62	653	7	68	75		6
10	69	573	6	75	81		6
11	73	609	6	81	87		8
12	88	179	4	88	92	1	
13	93	974	11	93	104	1	
14	100	11	1	104	105		4
15	109	98	3	109	111	4	
Σ			84			28	38

Vrijeme simulacije iznosilo je ukupno 109 sati, od čega 84 sata popravka. Budući da radnik čeka na posao 28 sati, a stroj na popravak 38 sati, ukupni troškovi su jednaki $28 \cdot 90 + 38 \cdot 600 =$ 25.320 kuna, što znači da je opravdano razmišljati o zapošljavanju još jednog radnika. U tom slučaju ranije izvedene rekurzije postaju bitno složenije, te se ovdje ne navode. Rezultati su naznačeni u tablici 6.

Treba primijetiti da u ovom slučaju uopće nema čekanja stroja. Ukupni troškovi iznose $(72 + 61) \cdot 90 = 11.970$ kuna, što je 13.350 kuna manje nego u prethodnom slučaju. Stoga se isplati zaposliti još jednog radnika. Razlog tako velikoj razlici je taj što je sat stajanja stroja gotovo 7 puta skuplji od sata "nerada" radnika.

Postupak dobivanja brojeva c_{ij} s pomoću tablice slučajnih brojeva započeo je od prvog retka matrice A. No, nema nikakvog razloga za favorizaciju tog retka, već se može početi od bilo kojeg retkla matrice A. Počne li se od k-tog retka, onda se najprije definira $a_{i+50t,j} := a_{ij}$, za sve $t \in \mathbf{N}$ (i sve $i \in 1, 2, ..., 50, j \in 1,2,..., 10$) nakon čega se formira matrica $\mathring{A} := [\mathring{a}_{ij}] \in \mathbf{M}_{50.10}(\mathbf{R})$, gdje je $\mathring{a}_{ij} := a_{i+k-1,j}$, te se sva ranije izložena razmatranja provode za matricu $\mathring{A}$.

Tablica 6.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje 1. radnika*	*Čekanje 2. radnika*
1	10	857	8	10	18	10	
2	25	457	5	25	30		25
3	33	499	6	33	39	15	
4	37	762	7	37	44		7
5	44	431	5	44	49	5	
6	49	698	7	49	56		5
7	50	38	2	50	51	1	
8	62	558	6	62	68	11	
9	62	653	7	62	69		6
10	69	573	6	69	75	1	
11	73	609	6	73	79		4
12	88	179	4	88	92	13	
13	93	974	11	93	104		14
14	100	11	1	100	101	8	
15	109	98	3	109	111	8	
Σ			84			72	61

Npr., počne li se s 46. retkom matrice A (tj. stavi li se $\mathring{a}_{11} =$ 9.602), dobit će se najprije uređeni parovi (1, 1) , (22, 1), (28, 1), (30, 1), (44, 1), (60, 1), (75, 1), (83, 1), (87, 1), (94, 1), (99, 1), (100, 1), (112, 2), (119, 1) itd., a naposljetku tablice 7. i 8.

Iznosi troškova su redom 22.560 kuna i 14.130 kuna, pa je i u ovom slučaju opravdano zaposliti još jednog radnika.

Tablica 7.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje radnika*	*Čekanje stroja*
1	1	960	10	1	11	1	
2	22	652	7	22	29	11	
3	28	367	5	29	34		1
4	30	168	3	34	37		4
5	44	261	3	44	47	7	
6	60	857	8	60	68	13	
7	75	457	5	75	80	7	
8	83	499	6	83	89	3	
9	87	762	7	89	96		2
10	94	431	5	96	101		2
11	99	698	7	101	108		2
12	100	38	2	108	110		8
13	112	558	6	112	118	2	
to14	112	653	7	118	125		6
15	119	573	6	125	131		6
Σ			87			44	31

Dobiveni rezultati upućuju na zaključak da u rješavanju ovog problema "početni uvjet" (tj. redak tablice slučajnih brojeva od kojega počinje opisani postupak) može znatno utjecati na duljinu trajanja simulacije, ali ne i na konačno rješenje problema (u oba slučaja ispostavila se isplativost otvaranja novoga radnog mjesta). Kako danas postoje brojni algoritmi za generiranje slučajnih brojeva, postavlja se sljedeći problem: ako se za generiranje slučajnih brojeva uporabe dva različita algoritma, a opi-

Tablica 8.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje 1. radnika*	*Čekanje 2. radnika*
1	1	960	10	1	11	1	
2	22	652	7	22	29		22
3	28	367	5	28	33	17	
4	30	168	3	30	33		1
5	44	261	3	44	47	11	
6	60	857	8	60	68		27
7	75	457	5	75	80	28	
8	83	499	6	83	89		15
9	87	762	7	87	94	7	
10	94	431	5	94	99		5
11	99	698	7	99	106	5	
12	100	38	2	100	102		1
13	112	558	6	112	118	6	
14	112	653	7	112	119		10
15	119	573	6	119	125	1	
Σ			87			76	81

sani postupci provedu s tako dobivenim brojevima, hoće li dobiveni (konačni) zaključci biti isti? Drugim riječima, ovisi li rezultat simulacije o generatoru slučajnih brojeva? Taj se problem razmatra u sljedećoj točki.

3. Ovisnost rezultata o generatoru slučajnih brojeva

Gotovo svaki programski jezik posjeduje vlastiti generator slučajnih brojeva. U posljednje vrijeme imaju ga čak i džepni kalkulatori. No, vrlo je teško doći do algoritma kojim se generiraju ti slučajni brojevi jer je on najčešće poznat samo tvorcima programa (odnosno proizvođačima kalkulatora). Neki algoritmi za generiranje slučajnih brojeva za dobivanje početnoga slučajnog broja koriste trenutačno vrijeme koje "mjeri" operativni sustav na računalu (npr. DOS, Windows i sl.). Takvi su, između ostalih, i algoritmi programskih jezika QBASIC i Turbo Pascal koji će se iskoristiti za provjeru zaključaka iz prethodne točke.

Pokretanjem sljedećeg programa u QBASIC-u

```
CLS
I = 1
J = 0
K = 0
WHILE ((I <= 10000) AND ((J < 15) OR (K < 15)))
        RANDOMIZE TIMER
        X = INT(1000 * RND)
        IF X > 915 THEN
                PRINT "("; I; " , "; X; " )"
                J = J + 1
        END IF
        IF (I MOD 10) = 1 THEN
                PRINT "(("; I; ","; X; " ))"
                        K = K + 1
        END IF
        I = I + 1
WEND
END
```

dobiveni su sljedeći uređeni parovi:

- za određivanje duljine trajanja popravka: (1,5), (11, 10), (21, 564), (31, 568), (41, 780), (51, 239), (61, 702), (71, 757), (81, 882), (91, 657), (101, 578), (111, 949), (121, 387), (131, 479) i (141, 716);
- za određivanje sata nastajanja i broja zastoja: (9, 934), (10, 928), (25, 990), (26, 932), (52, 950), (66, 944), (67, 989), (72, 956), (73, 953), (75, 966), (83, 946), (103, 933), (111, 949), (118, 975) i (149, 947).

Pripadne tablice simulacija su pod brojevima 9. i 10.

Tablica 9.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje radnika*	*Čekanje stroja*
1	9	5	1	9	10	9	
2	10	10	10	10	20	5	
3	25	564	6	25	31		
4	26	568	6	31	37		5
5	52	780	8	52	60	15	
6	66	239	4	66	70	6	
7	67	702	7	70	77		3
8	73	757	7	77	84		4
9	75	882	9	84	93		9
10	83	657	7	93	100		10
11	103	578	6	103	109	3	
12	111	949	10	111	121	2	
13	118	387	5	121	127		3
14	149	479	6	149	155	22	
15	151	716	7	155	162		4
Σ			99			62	38

Tablica 10.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje 1. radnika*	*Čekanje 2. radnika*
1	9	5	1	9	10	9	
2	10	10	10	10	20		10
3	25	564	6	25	31	15	
4	26	568	6	26	32		6
5	52	780	8	52	60	21	
6	66	239	4	66	70		34
7	67	702	7	67	74	7	
8	73	757	7	73	80		3
9	75	882	9	75	84	1	
10	83	657	7	83	90		3
11	103	578	6	103	109	19	
12	111	949	10	111	121		21
13	118	387	5	118	123	9	
14	149	479	6	149	155		28
15	151	716	7	151	158	28	
Σ			99			109	105

U prvom slučaju troškovi iznose 28.380 kuna, a u drugom 19.260 kuna, otkuda slijedi da se isplati zaposliti još jednog radnika. Valja primijetiti kako je ova simulacija trajala znatno dulje od onih razmatranih u prethodnoj točki.

Pokretanjem programa u Turbo Pascalu

```
USES CRT;
VAR X : REAL;
    I,J,K : INTEGER;
BEGIN
    RANDOMIZE;
    I := 1;
    J := 0;
    K := 0;
    WHILE ((I <= 10000) AND ((J < 15) OR (K < 15)) DO
      BEGIN
      X := INT(1000 * RANDOM);
      IF (I MOD 10 = 1) THEN
        BEGIN
        WRITE('((', I, ', ',X, '))');
        K := K + 1;
        END;
      IF (X > 915) THEN
        BEGIN
        WRITE('(', I, ', ', X, ')');
      J := J + 1;
      END;
    I := I + 1;
    END;
  READLN
  END.
```

dobiveni su sljedeći uređeni parovi :

- za određivanje duljine trajanja popravka: (1, 918), (11, 548), (21, 205), (31, 895), (41, 360), (51, 925), (61, 519), (71, 418), (81, 900), (91, 460), (101, 653), (111, 531), (121, 820), (131, 668) i (141, 190);
- za određivanje sata nastajanja i broja zastoja: (1, 918), (20, 962), (33, 975), (34, 970), (39, 980), (43, 920), (48, 935), (51, 925), (69, 990), (79, 956), (85, 918), (87, 971), (94, 985), (99, 959), (104, 998) i (111, 993).

Odgovarajuće tablice simulacija su pod brojevima 11. i 12.

Tablica 11.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje radnika*	*Čekanje stroja*
1	1	918	9	1	10		
2	20	548	6	20	26	10	
3	33	205	4	33	37	7	
4	34	895	9	37	46		3
5	39	360	5	46	51		7
6	43	925	9	51	60		8
7	48	519	6	60	66		12
8	51	418	5	66	71		15
9	69	900	9	71	80		2
10	79	460	5	80	85		1
11	85	653	7	85	92		
12	87	531	6	92	98		5
13	94	820	8	98	106		4
14	99	668	7	106	113		7
15	104	190	4	113	117		9
Σ			99			17	73

Tablica 12.

Redni broj	*Sat zastoja*	*Slučajni broj*	*Trajanje popravka*	*Početak popravka*	*Kraj popravka*	*Čekanje 1. radnika*	*Čekanje 2. radnika*	*Čekanje stroja*
1	1	918	9	1	10			
2	20	548	6	20	26			
3	33	205	4	33	37	23		
4	34	895	9	34	43		8	
5	39	360	5	39	44	2		
6	43	925	9	43	52			
7	48	519	6	48	54		4	
8	51	418	5	52	57			1
9	69	900	9	69	78		15	
10	79	460	5	79	84	22		
11	85	653	7	85	92		7	
12	87	531	6	87	93	3		
13	94	820	8	94	102		2	
14	99	668	7	99	106	7		
15	104	190	4	104	108		2	
Σ			99			57	38	1

Troškovi u prvom slučaju iznose 45.330 kuna, a u drugom 9.150 kuna, iz čega proizlazi da što prije treba angažirati još jednog radnika. I ovom je simulacijom, dakle, dobiven isti zaključak kao i prije.

Provedena razmatranja ukazuju na to da duljina simulacije ovisi o generatoru slučajnih brojeva uporabljenom za simulaciju, ali da o istom ne ovisi i rezultat, odnosno odluka. Treba primijetiti i da je vrlo složeno precizno matematički opisati i povezati veličine iz prethodnih tablica. Za sam opis problema bio je potreban netrivijalni sustav rekurzivnih relacija, a uvođenjem svakoga novog parametra (drugi radnik i sl.) on se još više komplicira. Zbog toga je primjereno uporabiti simulacije.

U provedenim razmatranjima programski jezici QBASIC i Turbo Pascal iskorišteni su (samo) za dobivanje slučajnih brojeva. No, njihova je primjena u simulacijama znatno veća jer su zajedno s drugim programskim jezicima (Fortran, C, C++ itd.) poslužili kao podloga za stvaranje *simulacijskih jezika*, odnosno posebnih programskih jezika namijenjenih prvenstveno izvođenju simulacija. O njima se više govori u sljedećoj točki.

4. Pregled simulacijskih jezika

Simulacijski jezici pojavili su se u uporabi oko 1960. godine. Isprva je bio razvijen velik broj jezika, ali se mali broj njih zadržao (uz neke nadopune) do danas. To su GPSS (kratica od engl. *General Purpose Simulation Language*) i SIMSCRIPT. Za mrežne modele, kao što je npr. simulacija prometnih tokova na mreži, dosad se uglavnom koristio simulacijski jezik SLAM (kratica od engl. *Simulation Language for Alternative Modeling*).

U značajnije simulacijske jezike današnjice pripadaju :

- **ACSL Sim** (ACSL je kratica od engl. *A Continuous System Language*) - poboljšana verzija prvobitnog ACSL-a namijenjena simulaciji kontinuiranih (neprekidnih) procesa;

Tablica slučajnih brojeva

8574	5490	4069	6163	1241	1270	3761	4287	8486	9370
4575	6276	2709	4732	0301	8730	1672	5474	1585	1237
4999	8829	0291	0258	9430	1281	8148	7695	6015	3112
7627	6090	9572	0416	1218	4703	9764	3171	7567	1210
4315	5778	1508	9466	7012	1845	6474	4083	9659	9171
6987	8055	0026	8093	7121	8061	0452	2984	6916	6010
0387	9994	0103	3705	4252	5806	1301	4848	9949	1027
5581	2184	9763	8160	5917	1851	3464	6626	8904	1004
6531	8780	1572	1400	6529	1274	4844	9649	0976	4698
5735	5350	9828	5652	3698	5365	1580	7026	2630	9280
6092	0979	6190	2410	0650	3211	2402	4720	9314	3013
1791	3893	7019	3530	3463	6165	9063	5292	4224	4345
9746	5248	3866	3797	8070	5221	2595	2072	1334	5398
0118	1348	6571	0497	4376	2543	3898	0534	4308	2171
0986	3888	4252	5736	7093	8166	1869	4680	0564	8616
8057	9706	1402	1354	3701	8628	9353	3909	5738	6473
5161	0303	4073	7434	7356	1305	4998	1645	3646	5986
2961	0338	2608	2693	3476	2440	2977	4174	7437	9074
1494	7129	7673	2819	4907	5589	3983	8411	5153	7307
8153	7758	8428	3110	1047	6293	8630	0712	4302	5871
0703	8148	7855	2170	5015	0953	7171	1357	1514	4598
6928	3015	4895	1516	0818	5694	5275	1714	3953	9486
6961	1672	8765	3065	1761	2424	2032	8957	8525	2920
2030	5510	1801	8771	2035	4242	4275	9175	0284	5533
3503	5668	5292	1721	4272	9143	3494	7080	1727	4707
9005	5857	2126	7494	5584	3955	2728	0976	4320	3578
4518	7817	9407	9389	6034	0656	6906	8356	7842	6585
3186	8225	3978	7487	5701	7967	2010	7387	7510	4794
7982	9029	8109	1998	9275	0267	8939	5878	6254	0464
1114	4173	7896	0203	5920	3676	0579	1230	2415	5492
9333	2532	6679	2076	3280	1862	2502	2071	1210	3246
1998	5372	7533	0019	3413	2367	5592	7010	4641	6270
1837	1007	6405	3418	5942	7979	3785	3519	2542	1894
4216	9944	6682	0837	0956	3219	7426	2489	7487	3081
3384	8305	6196	3524	1063	5664	8678	6198	5745	1637
1047	5198	5523	0396	1968	6818	1852	9855	0798	2025
1900	0292	1773	4123	7839	3916	3979	1686	4775	5959
1508	3232	8316	5256	1709	0512	0672	6986	8938	1721
4493	6440	9044	0508	7337	1065	7251	7023	1727	4726
3202	2490	0853	5070	2255	8360	2759	5668	2989	3184
1656	0859	0712	1918	0928	0237	7873	6094	1613	1280
6171	7326	6113	2654	2431	7684	5468	6214	3225	0989
3698	6736	7814	4784	6130	5475	9295	0945	4685	2585
0692	8519	5987	1582	8988	7649	7389	7846	8060	8951
2484	1468	2655	1306	8861	8324	5760	5872	1541	9695
9602	8305	5953	0511	9078	6906	1569	0315	6254	7829
6521	2651	0369	3104	7570	5470	1382	2181	3409	1474
3678	9731	0969	1343	4359	1436	7927	9316	4380	9309
1683	3172	5662	7490	8414	3896	0449	7647	0072	7941
2614	0462	2591	9675	1616	0154	7874	0752	7601	4049

- **SLAM II** i **Visual SLAM** - varijante opisanog SLAM-a; kako je Visual SLAM znatno bolji od SLAM II, očekuje se povlačenje potonjeg iz uporabe;
- **GPSS/H** - punim imenom The Wolverine General Purpose Simulation System; namijenjen simulaciji diskretnih procesa;
- **SDX** - simulacijski jezik zasnovan na FORTRAN-u, a namijenjen simulacijama raznih dinamičkih (diskretnih, kontinuiranih) sustava, ponajprije u strojarstvu, ali i u drugim znanstvenim područjima;
- **Ptolemy Project** - istraživački projekt i softversko okruženje namijenjeno rješavanju problema vezanih uz komunikacije, kontrolu realnog vremena itd.;
- **DSDS+** (kratica od engl. *Data System Dynamic Simulator Plus*) - programski jezik koji je razvila NASA, namijenjen za simulacije diskretnih procesa;
- **MODSIM III** - simulacijski jezik namijenjen simulacijama objekata i procesa;
- **Simscript II.5** - programski jezik namijenjen razvoju simulacijskog modeliranja; koristi se u simulacijama diskretnih i kombiniranih diskretno-kontinuiranih procesa;
- **Simple_1** - pogodan za modeliranje diskretnih i kontinuiranih sustava, a i za mrežno modeliranje; neke od prednosti ovoga programskog jezika su mogućnost deklariranja varijabli i statističkih uvjeta od strane korisnika, izvođenje operacija i prikaz rezultata u realnom vremenu itd.;
- **Mosis** - simulacijski jezik razvijen na Tehničkom univerzitetu u Beču, a pogodan za simulacije velikog broja različitih procesa;
- **Pasion** - simulacijski jezik temeljen na Pascalu (Pascal Delphi ver. 3 i kasnije verzije), namijenjen simulaciji kontinuiranih sustava, a posebno pogodan za rješavanje problema usluživanja, odnosno teorije repova općenito;
- **WinSAAM** - novija verzija ranijih jezika SAAM i Consam temeljena na operativnom sustavu Windows, a pogodna za znanstvena istraživanja; kao zanimljivost, može se istaći da je nastala i razvijana za potrebe istraživanja lijeka protiv raka;
- **MathCore** - danas su poznate dvije vrste ovoga simulacijskog jezika: **MathCore C++**, dodatak poznatom programu Mathematici koji omogućava brz razvoj simulacija i drugih skupih proračuna pretvarajući zapise iz Mathematice u kori-

snije C ++-kodove, te **MathModelica** koja je posebno pogodna za simulaciju fizikalnih sustava, a nastala je implementacijom programa Modelica u Mathematici.

Treba napomenuti da se u razvijanju simulacijskih jezika teži zadovoljavanju sljedećih zahtjeva:

- pojednostavljivanje programiranja i pretraživanja, te minimizacija verifikacije rezultata;
- preuzimanje osnovnih varijabli iz banaka podataka;
- interaktivan rad korisnika;
- mijenjanje stanja modela u tijeku simulacije;
- korištenje standardnih postupaka iz statističkog paketa;
- olakšavanje programiranja nestandardnih ispisa rezultata simulacije;
- minimizacija vremena rada računala;
- instaliranje na mikroračunala.

Može se zaključiti da je za simulacije prometnih procesa pogodna većina navedenih simulacijskih jezika. No, čini se da je za primjenu u rješavanju problema otvaranja novih radnih mjesta trenutačno najprikladniji simulacijski jezik Pasion.

5. Zaključak

Današnja socijalno-ekonomska situacija u Republici Hrvatskoj nameće potrebu za otvaranjem novih radnih mjesta radi smanjenja nezaposlenosti. Pritom se pri otvaranju svakoga pojedinoga radnog mjesta mora voditi računa o tome je li to radno mjesto dugoročno ekonomski isplativo ili ne. To se ne može utvrditi isključivo analitičkim metodama pa se moraju koristiti i druge metode. U ovom je članku razmotren problem otvaranja novoga radnog mjesta u uslužnom servisu. On je riješen metodom simulacija uz korištenje različitih generatora slučajnih brojeva. U svim je slučajevima završna odluka bila pozitivna, i to neovisno o uporabljenom generatoru slučajnih brojeva. Stoga se može zaključiti da je metoda simulacija primjerena za rješavanje ovakvih problema pa treba težiti njezinoj što većoj primjeni u kombinaciji s teorijskim proračunima.

POZIVNE BILJEŠKE

1. Ovo je načelo u računalstvu (a i šire) poznato pod nazivom "FIFO" (skraćenica od engl. *First In - First Out*).
2. S. D. Poisson (1781.-1840.), francuski matematičar i fizičar.
3. Eksponencijalna distribucija s parametrom $\lambda > 0$ je funkcija F definirana ovako : $$F(x) = \begin{cases} 0, za\ x < 0; \\ 1 - \exp(-\lambda x), za\ x \geq 0. \end{cases}$$
4. Slučajna veličina je distribuirana po *Poissonovom zakonu* (s parametrom) ako ona poprima prebrojivo mnogo mogućih vrijednosti (0, 1, 2, ...) s vjerojatnostima $p_\lambda(k) = (\lambda^k e^{-\lambda}) / k!$, $k = 0, 1, 2, ...,$. Može se pokazati da je parametar λ očekivanje varijable x.
5. Kumulativne vjerojatnosti u diskretnom slučaju definirane su s $p_k' = \Sigma p_j$, gdje se zbraja po svim cijelim brojevima j za koje vrijedi nejednakost $j \leq k$.
6. $\lfloor x \rfloor$ označava najveći cijeli broj manji ili jednak x.
7. Standardni uređaj u skupu $\mathbf{N} := \{0, 1, 2...\}$ je binarna relacija $\leq$ definirana s : $(a \leq b) \Leftrightarrow (b - a \in \mathbf{N})$.
8. Postupak je moguće započeti od bilo kojeg retka matrice A što će se razmotriti kasnije.

LITERATURA

[1] Pašagić, H.: **Simulacije u prometu.** Autorizirana predavanja na poslijediplomskom studiju "Tehničko-tehnološki sustavi u prometu i transportu", Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2000.

[2] Štimac, M.: **Uloga modela s posebnim naglaskom na simulacijsko modeliranje.** Magistarski rad, Ekonomski fakultet, Zagreb, 1994.

[3] Čerić, V.: **Simulacijsko modeliranje.** Školska knjiga, Zagreb, 1993.

[4] Pauše Ž.: **Vjerojatnost - informacija - stohastički procesi.** Školska knjiga, Zagreb, 1974.

[5] http://www.idsia.ch/~andrea/simtools.html

SAŽETAK

Husein Pašagić
Bojan Kovačić
Jasmina Pašagić

Kvantitativne metode odlučivanja - otvaranje novih radnih mjesta

Otvaranje novih radnih mjesta je odluka koja ima određen rizik. Moderna teorija odlučivanja oslanja se na kvantitativne pokazatelje. U ovome radu obrađena je primjena simulacijskih metoda za donošenje odluke o otvaranju novoga radnog mjesta u nekom uslužnom servisu. Obrađen je numerički primjer s ciljem da se objasne pojedine faze simulacijskog modela. Poseban doprinos rada je pregled simulacijskih jezika.

Ključne riječi: radna mjesta, odlučivanje, kvantitativne metode

SUMMARY

Husein Pašagić
Bojan Kovačić
Jasmina Pašagić

Quantitative Methods in Decision-Making - New Workplaces

Opening of new workplaces is a decision that is always followed by a certain risk. Modern theory of decision-making relies on quantitative indicators. This paper analyses the application of simulation methods for making a decision on opening new workplaces at a certain service centre. A numerical example has been analysed with the aim of explaining single phases of the simulation model. Special contribution of the work lies in the overview of simulation languages.

Key words: workplaces, decision-making, quantitative methods