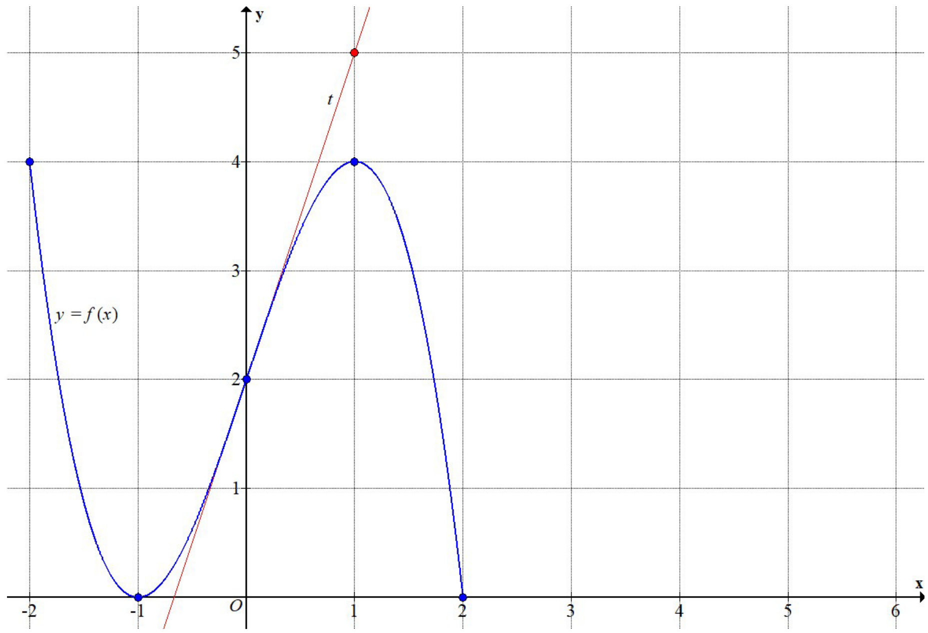
TVŽ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	**Matematika 1** (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	**Zadaci za demonstrature** nastavne grupe **E i F** **10.1.2019.**

1. Na slici 1. prikazani su graf funkcije f na segmentu $[-2,2]$ i tangenta povučena na taj graf u točki $(0,2)$.

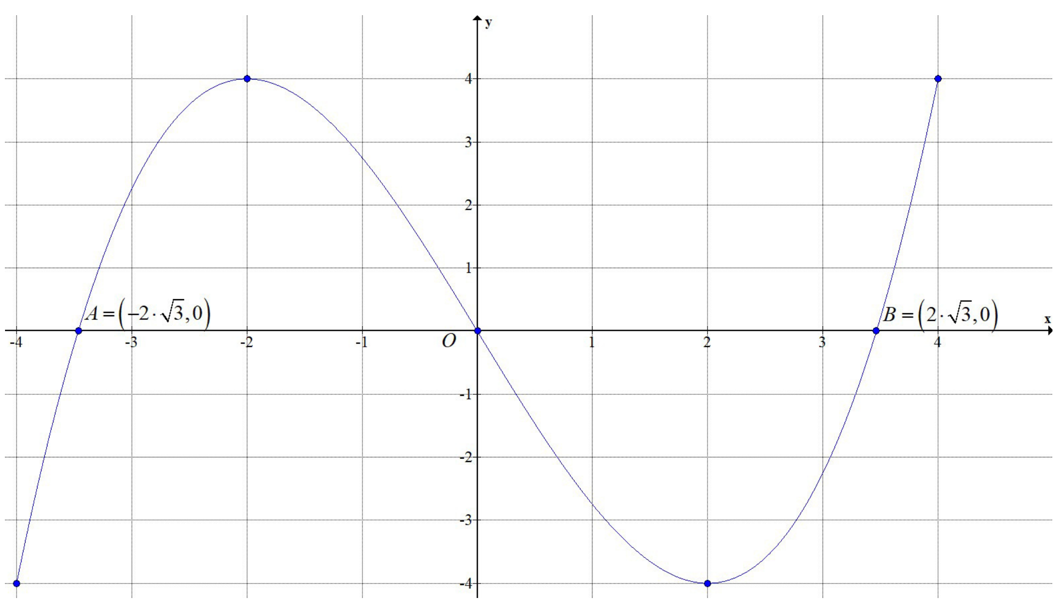


Slika 1.

a) Izračunajte $f'(0)+f'(1)$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

b) Izračunajte površinu trokuta kojega s objema koordinatnim osima zatvara **normala** povučena na graf funkcije f u točki $(0,2)$.

2. Na slici 2. prikazan je graf **prve derivacije** polinoma $p:[-4,4]\to[-4,4]$.



Slika 2.

Ako su $p\left(-2\cdot\sqrt{3}\right)+p\left(2\cdot\sqrt{3}\right)=-18,\ p(-2)+p(2)=-10$ i $p(0)=0,$ odredite:

a) sve intervale **rasta** polinoma p;
b) sve intervale **pada** polinoma p;
c) sve točke **lokalnih ekstrema** polinoma p;
d) sve intervale **konveksnosti** polinoma p;
e) sve intervale **konkavnosti** polinoma p;
f) sve **točke pregiba (točke infleksije)** polinoma p;
g) točku u kojoj polinom p **najbrže raste**;
h) točku u kojoj polinom p **najsporije pada**.

Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

3. Nađite sve globalne ekstreme funkcije $f:[-3,3]\to\mathbb{R}$ definirane pravilom $f(x)=x^4-8\cdot x^2$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

4. Nađite sve globalne ekstreme funkcije $g:[0,6]\to\mathbb{R}$ definirane pravilom $g(y)=y\cdot(y-6)^2$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.

5. Odredite prirodnu domenu, sve intervale monotonosti i sve lokalne ekstreme sljedećih realnih funkcija:

a) $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$;

b) $g(t)=\dfrac{\ln\left(t^{3\cdot e}\right)}{t^2}$;

c) $h(u)=\dfrac{4\cdot u+1}{e^{4\cdot u}}$.

6. Količina naboja (iskazana u C) koja prolazi kroz poprečni presjek vodiča u trenutku $t\geq 0$ (sekundi) dana je pravilom $Q(t)=t^3-3\cdot t^2+6\cdot t+1$. U kojem trenutku je jakost struje kroz vodič najmanja i kolika je ta najmanja jakost?

7. Izračunajte sljedeće granične vrijednosti primjenom L'Hôpital-Bernoullijeva pravila:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\cdot\left(x^2-\operatorname{arctg}\left(x^2\right)\right)}{x^6}$;

b) $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{2\cdot(1-\cos y)}{e^{\sin^2 y}-1}$;

c) $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{(t-1)^2}{e^t}$;

d) $\lim\limits_{w\to-\infty}\dfrac{e^{2\cdot w}}{(w+1)^3}$.

8. Zadana je funkcija $f(x)=x^2+\dfrac{a}{x}$, gdje je $a\in\mathbb{R}$ parametar. Ako je $N(f)=\{-1\}$, odredite sve intervale konveksnosti, intervale konkavnosti, točke pregiba i asimptote na graf funkcije *f*.

9. Zadana je funkcija $g(x)=e^{a-x^2}$, gdje je $a\in\mathbb{R}$ parametar. Graf te funkcije siječe os ordinata u točki $T=(0,e)$. Odredite sve intervale monotonosti, lokalne ekstreme, intervale konveksnosti, intervale konkavnosti, točke pregiba (točke infleksije) i asimptote na graf funkcije *g*.

10. Ukupan broj bakterija N u nekoj kulturi u trenutku $t\geq 0$ dan je pravilom $N(t)=\dfrac{1000}{1+9\cdot e^{-0.07\cdot t}}$. Odredite:

a) početni broj bakterija u toj kulturi;
b) u kojem trenutku broj bakterija najbrže raste i ukupan broj bakterija u tom trenutku;
c) $\lim\limits_{t\to+\infty} N(t)$ i interpretirajte dobiveni rezultat.

TVŽ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	**Matematika 1** (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	**Zadaci za demonstrature** nastavne grupe **E i F** **10.1.2019.**

REZULTATI ZADATAKA

1. a) 3;

b) $P = 6$ kv. jed.

2. a) $\langle -2\cdot\sqrt{3}, 0\rangle$ i $\langle 2\cdot\sqrt{3}, 4\rangle$;

b) $\langle -4, -2\cdot\sqrt{3}\rangle$ i $\langle 0, 2\cdot\sqrt{3}\rangle$;

c) točke lokalnoga minimuma: $(-2\cdot\sqrt{3}, -9)$ i $(2\cdot\sqrt{3}, -9)$, točka lokalnoga maksimuma: (0,0).

d) $\langle -4, -2\rangle$ i $\langle 2, 4\rangle$;

e) $\langle -2, 2\rangle$;

f) $T_1 = (-2, -5)$ i $T_2 = (2, -5)$;

g) $T_1 = (-2, -5)$;

h) $T_2 = (2, -5)$.

3. Globalni minimum funkcije f jednak je -16 i postiže se za $x_1 = -2$ i $x_2 = 2$.
Globalni maksimum funkcije f jednak je 9 i postiže se za $x_3 = -3$ i $x_4 = 3$.

4. Globalni minimum funkcije g jednak je 0 i postiže se za $y_1 = 0$ i $y_2 = 6$.
Globalni maksimum funkcije g jednak je 32 i postiže se za $y_3 = 2$.

5.

a) $D(f) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, intervali rasta: $\langle -\infty, -2\rangle$ i $\langle 2, +\infty\rangle$, intervali pada $\langle -2, 0\rangle$ i $\langle 0, 2\rangle$, točka lokalnoga minimuma: $T_1 = (2, 4)$, točka lokalnoga maksimuma: $T_2 = (-2, -4)$.

b) $D(g) = \mathbb{R}^+ = \langle 0, +\infty\rangle$, interval rasta: $\langle 0, \sqrt[3]{e}\rangle$, interval pada: $\langle \sqrt[3]{e}, +\infty\rangle$, točka lokalnoga maksimuma: $T = (\sqrt[3]{e},\ 1)$.

c) $D(h) = \mathbb{R}$, interval rasta: $\langle -\infty, 0\rangle$, interval pada: $\langle 0, +\infty\rangle$, točka lokalnoga maksimuma: $T = (0,1)$.

6. Najmanja jakost struje iznosi 3 A i postiže se u trenutku $t = 1$ (sekunda)

7. **a)** $L = 1$; **b)** $L = -e$; **c)** i **d)** $L = 0$.

8. Intervali konveksnosti: $\langle -\infty, -1\rangle$ i $\langle 0, +\infty\rangle$, interval konkavnosti: $\langle -1, 0\rangle$, točka pregiba: $T = (-1, 0)$, jedina asimptota: $x = 0$.

9. Interval rasta: $\langle -\infty, 0\rangle$, interval pada: $\langle 0, +\infty\rangle$, točka lokalnoga i globalnoga maksimuma: $T=(0,e)$, intervali konveksnosti $\left\langle -\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right\rangle$ i $\left\langle \frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right\rangle$, interval konkavnosti $\left\langle -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\rangle$, točke pregiba: $T_1=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{e}\right)$ i $T_2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{e}\right)$, obostrana vodoravna asimptota: $y=0$ (os apscisa).

10. a) $N_0=N(0)=100$.

b) $t_{\max}=\frac{100}{7}\cdot\ln 9\approx 31.38892$, $N\left(t_{\max}\right)\approx 500$.

c) $\lim\limits_{t\to+\infty} N(t)=1000$. Što vrijeme više bude odmicalo, broj bakterija u kulturi bit će sve bliži 1000.