



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

10. domaća zadaća:

POLINOMI I RACIONALNE FUNKCIJE.

1. Odredite $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ i $\frac{f}{g}$ ako su:

- a) $f(x) = x^2 - 7 \cdot x + 8$, $g(x) = x - 1$;
- b) $f(x) = x^2 - 12 \cdot x + 20$, $g(x) = x - 10$;
- c) $f(x) = 9 + 8 \cdot x - x^2$, $g(x) = x + 1$;
- d) $f(x) = 14 - 5 \cdot x - x^2$, $g(x) = x + 7$;
- e) $f(x) = 2 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 4$, $g(x) = 2 \cdot x - 1$;
- f) $f(x) = 3 \cdot x^2 - 13 \cdot x - 10$, $g(x) = 3 \cdot x + 2$;
- g) $f(x) = 12 + 28 \cdot x - 5 \cdot x^2$, $g(x) = 6 - x$;
- h) $f(x) = 3 - 4 \cdot x - 7 \cdot x^2$, $g(x) = 3 - 7 \cdot x$;
- i) $f(x) = x^3 - 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 3$, $g(x) = x^2 + x + 1$;
- j) $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 + x + 2$, $g(x) = x^2 - x - 1$;
- k) $f(x) = -x^3 + 5 \cdot x + 4$, $g(x) = 4 + x - x^2$;
- l) $f(x) = -x^3 - 6 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 5$, $g(x) = 1 - x - x^2$;
- m) $f(x) = 6 \cdot x^3 - x^2 + 2 \cdot x + 1$, $g(x) = 2 \cdot x^2 - x + 1$;
- n) $f(x) = 15 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 - 18 \cdot x - 8$, $g(x) = 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 2$;
- o) $f(x) = -10 \cdot x^3 - 13 \cdot x^2 + 23 \cdot x - 4$, $g(x) = 4 - 3 \cdot x - 2 \cdot x^2$;
- p) $f(x) = -12 \cdot x^3 - 19 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 2$, $g(x) = 2 - 4 \cdot x - 3 \cdot x^2$;
- q) $f(x) = x^4 - 2 \cdot x^3 + x^2 - 1$, $g(x) = x^2 - x + 1$;
- r) $f(x) = x^4 - x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 12$, $g(x) = x^2 - 2 \cdot x + 4$;
- s) $f(x) = -x^4 + 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6$, $g(x) = 3 - x - x^2$;
- t) $f(x) = -x^4 + 2 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 3$, $g(x) = 1 - x^2$;
- u) $f(x) = -x^4 + 2 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 3$, $g(x) = 1 - x^2$;
- v) $f(x) = 10 \cdot x^4 - 59 \cdot x^3 + 35 \cdot x^2 + 33 \cdot x - 6$, $g(x) = 5 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 1$;
- w) $f(x) = 6 \cdot x^4 - 13 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 16$, $g(x) = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 4$;
- x) $f(x) = -12 \cdot x^4 - 23 \cdot x^3 - 8 \cdot x^2 - x + 2$, $g(x) = 2 - 5 \cdot x - 4 \cdot x^2$;
- y) $f(x) = -15 \cdot x^4 + 41 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 2$, $g(x) = 2 + 7 \cdot x - 3 \cdot x^2$;
- z) $f(x) = 2 \cdot x^4 - x^3 + x^2 + 7 \cdot x + 3$, $g(x) = x^3 - x^2 + x + 3$.

2. Odredite količnik i ostatak pri dijeljenju polinoma f polinomom g ako je:

- a) $f(x) = x^2 + x + 1$, $g(x) = x - 2$;
- b) $f(x) = x^2 - 4 \cdot x + 5$, $g(x) = x + 1$;
- c) $f(x) = x^2 + 7 \cdot x - 2$, $g(x) = 3 - x$;
- d) $f(x) = x^2 - 2 \cdot x - 7$, $g(x) = 4 - x$;
- e) $f(x) = 9 - x - x^2$, $g(x) = x + 3$;
- f) $f(x) = 3 - 4 \cdot x - x^2$, $g(x) = x - 4$;



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

10. domaća zadaća:

POLINOMI I RACIONALNE FUNKCIJE.

- g) $f(x) = 3 - 2 \cdot x - x^2$, $g(x) = 2 - x$;
- h) $f(x) = 7 - 4 \cdot x - x^2$, $g(x) = 5 - x$;
- i) $f(x) = 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 6$, $g(x) = 2 \cdot x - 3$;
- j) $f(x) = 6 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 4$, $g(x) = 3 \cdot x + 2$;
- k) $f(x) = 24 \cdot x^2 + 23 \cdot x + 19$, $g(x) = 9 - 4 \cdot x$;
- l) $f(x) = 18 \cdot x^2 - 17 \cdot x - 7$, $g(x) = 13 - 6 \cdot x$;
- m) $f(x) = 9 - x - 12 \cdot x^2$, $g(x) = 6 \cdot x - 11$;
- n) $f(x) = 12 - 5 \cdot x - 8 \cdot x^2$, $g(x) = 4 \cdot x + 1$;
- o) $f(x) = 1 - 7 \cdot x - 9 \cdot x^2$, $g(x) = 4 - 3 \cdot x$;
- p) $f(x) = 8 - 5 \cdot x - 48 \cdot x^2$, $g(x) = 11 - 12 \cdot x$;
- q) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$, $g(x) = x - 1$;
- r) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, $g(x) = x + 2$;
- s) $f(x) = -x^3 + 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 1$, $g(x) = x - 7$;
- t) $f(x) = -x^3 - x^2 + 12 \cdot x + 11$, $g(x) = 11 - x$;
- u) $f(x) = x^3 + x^2 - 2 \cdot x + 3$, $g(x) = x^2 + x + 1$;
- v) $f(x) = 4 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 5$, $g(x) = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$;
- w) $f(x) = 12 \cdot x^3 - 13 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 21$, $g(x) = -6 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 13$;
- x) $f(x) = -50 \cdot x^3 + 43 \cdot x^2 - 11 \cdot x + 34$, $g(x) = 7 - x - 10 \cdot x^2$;
- y) $f(x) = 28 \cdot x^3 + 13 \cdot x^2 - 14 \cdot x + 15$, $g(x) = 6 - 2 \cdot x - 7 \cdot x^2$;
- z) $f(x) = -18 \cdot x^3 + 12 \cdot x^2 - 19 \cdot x + 15$, $g(x) = 3 + 10 \cdot x - 3 \cdot x^2$.

3. Odredite sve cjelobrojne nultočke polinoma p i rastavite taj polinom na faktore ako je:

- a) $p(x) = x^3 - 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6$;
- b) $p(x) = x^3 + x^2 - 10 \cdot x + 8$;
- c) $p(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 12$;
- d) $p(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 12$;
- e) $p(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 24$;
- f) $p(x) = x^4 + 2 \cdot x^3 - 13 \cdot x^2 - 14 \cdot x + 24$.

4. Odredite skup svih rješenja jednadžbe $p(x) = 0$ (kao podskup skupa \mathbb{C}) kojoj je jedno rješenje jednako z ako je zadano:

- a) $p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$, $z = i$;
- b) $p(x) = 2 \cdot x^3 - x^2 + 8 \cdot x - 4$, $z = -2 \cdot i$;
- c) $p(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 + 14 \cdot x - 20$, $z = 1 + 3 \cdot i$;
- d) $p(x) = x^3 + 13 \cdot x + 116$, $z = 2 - 5 \cdot i$;
- e) $p(x) = x^3 - 23 \cdot x - 78$, $z = -3 + 2 \cdot i$;
- f) $p(x) = x^3 + 4 \cdot x^2 - 7 \cdot x - 100$, $z = -4 - 3 \cdot i$;



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

10. domaća zadaća:

POLINOMI I RACIONALNE FUNKCIJE.

- g) $p(x) = x^4 - 9 \cdot x^3 + 39 \cdot x^2 + 375 \cdot x - 850$, $z = 6 - 7 \cdot i$;
h) $p(x) = 6 \cdot x^4 - 17 \cdot x^3 + 34 \cdot x^2 - 13 \cdot x - 30$, $z = 1 - 2 \cdot i$;
i) $p(x) = 14 \cdot x^4 + 47 \cdot x^3 + 147 \cdot x^2 - 113 \cdot x + 13$, $z = -2 - 3 \cdot i$;
j) $p(x) = 6 \cdot x^4 + 25 \cdot x^3 + 243 \cdot x^2 + 36 \cdot x - 40$, $z = -2 + 6 \cdot i$.

5. Prikažite sljedeće nepravne racionalne funkcije u obliku zbroja polinoma i prave racionalne funkcije, pa odredite njihove domene, nultočke i polove:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$;

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2 \cdot x + 2}$;

c) $f(x) = \frac{1 - x^2}{x + 3}$;

d) $f(x) = \frac{4 - x^2}{x - 6}$;

e) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{4 \cdot x - 3}$;

f) $f(x) = \frac{x^2 + 12 \cdot x - 13}{30 \cdot x - 10}$;

g) $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{10 - 8 \cdot x}$;

h) $f(x) = \frac{x^2 - 4 \cdot x - 5}{9 - 6 \cdot x}$;

i) $f(x) = \frac{20 - x - x^2}{2 \cdot x + 9}$;

j) $f(x) = \frac{30 - 7 \cdot x - x^2}{4 \cdot x + 5}$;

k) $f(x) = \frac{x^3 - 81 \cdot x}{x + 4}$;

l) $f(x) = \frac{x^3 + 81 \cdot x}{x - 2}$;

m) $f(x) = -\frac{x^3 + x^2}{4 \cdot x + 1}$;



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

10. domaća zadaća:

POLINOMI I RACIONALNE FUNKCIJE.

n) $f(x) = \frac{x^3 - 4 \cdot x^2}{1 - 3 \cdot x}$;

o) $f(x) = \frac{x^3 - 6 \cdot x^2 + 5 \cdot x}{6 - 4 \cdot x}$

p) $f(x) = \frac{x^3 - 4 \cdot x}{x^2 - 6 \cdot x + 9}$;

q) $f(x) = \frac{x^3 + 18 \cdot x^2 + 81 \cdot x}{x^2 - 8 \cdot x - 9}$;

r) $f(x) = \frac{x^3 - 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 2}{x^2 + x - 20}$;

s) $f(x) = \frac{2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 2}{8 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1}$;

t) $f(x) = \frac{6 \cdot x^3 - 11 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 2}{6 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 6}$;

u) $f(x) = \frac{10 \cdot x^3 - 31 \cdot x^2 - 76 \cdot x + 160}{10 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 40}$;

v) $f(x) = -\frac{2 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + x + 1}{9x^2 + 4 \cdot x}$;

w) $f(x) = \frac{x^4 + 8 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 - 40 \cdot x + 25}{36 \cdot x^2 - 144}$;

x) $f(x) = \frac{x^4 - 16 \cdot x^3 + 96 \cdot x^2 - 256 \cdot x + 256}{x^2 - 26 \cdot x + 169}$;

y) $f(x) = -\frac{2 \cdot x^4 + 4 \cdot x^2 + 2}{x^3 + 25 \cdot x}$;

z) $f(x) = \frac{x - x^2 - x^3 - x^4}{x + x^2 + x^3}$.

6. Odredite domenu, nultočke i polove sljedećih racionalnih funkcija, pa klasificirajte njihove polove s obzirom na red i uklonjivost, te skicirajte kvalitativni graf:

a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$;

b) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$;



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

10. domaća zadaća:

POLINOMI I RACIONALNE FUNKCIJE.

c) $f(x) = 2 - \frac{3}{x}$;

d) $f(x) = \frac{2 \cdot x}{x-1}$;

e) $f(x) = \frac{3 \cdot x}{2-x}$;

f) $f(x) = \frac{2 \cdot x - 6}{x-3}$;

g) $f(x) = \frac{6-x}{2 \cdot x - 12}$

h) $f(x) = \frac{2 \cdot x - 4}{1-x}$;

i) $f(x) = \frac{2-2 \cdot x}{3 \cdot x + 3}$;

j) $f(x) = \frac{2 \cdot x + 2}{x}$

k) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$;

l) $f(x) = -\frac{1}{x^2+1}$;

m) $f(x) = -\frac{2 \cdot x}{x^2+4}$;

n) $f(x) = \frac{1}{x^2-2 \cdot x+1}$;

o) $f(x) = \frac{2}{x^2+2 \cdot x+1}$;

p) $f(x) = \frac{4 \cdot x + 8}{x^2+4 \cdot x+4}$;

q) $f(x) = \frac{4 \cdot x^2 - 8 \cdot x}{x^2 - 4 \cdot x + 4}$;

r) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$;

s) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$;



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 1

10. domaća zadaća:

POLINOMI I RACIONALNE FUNKCIJE.

t) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1};$

u) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{4 - x^2};$

v) $f(x) = -\frac{(x+1)^3}{(x^2 - 9)^2};$

w) $f(x) = \frac{(x-1) \cdot (x+2)^2}{(x-3)^3};$

x) $f(x) = \frac{(x+1)^2 \cdot (x-2)}{(x+3)^2 \cdot (x+4)^2}$

y) $f(x) = -\frac{(x-4)^3 \cdot (x+4)^4}{(x-1)^4 \cdot (x-2)^2};$

z) $f(x) = -\frac{x^3 \cdot (x-1)^5}{(x-2)^4 \cdot (x+1)^6}.$