

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

1. Isključivo na temelju definicije ispitajte postoji li derivacija funkcije f u točki c i, ako postoji, izračunajte njezinu vrijednost ako je:

a) $f(x) = x, c = 2;$

b) $f(x) = -x, c = 10;$

c) $f(x) = 2 \cdot x + 3, c = -1;$

d) $f(x) = 2 - 3 \cdot x, c = 3;$

e) $f(x) = x^2, c = \frac{1}{2};$

f) $f(x) = -x^2, c = -\frac{1}{3};$

g) $f(x) = x^2 + 1, c = -\frac{3}{2};$

h) $f(x) = x^2 - 2, c = -\frac{5}{2};$

i) $f(x) = 3 - x^2, c = \frac{5}{2};$

j) $f(x) = -x^2 - 2, c = \frac{3}{2};$

k) $f(x) = x^2 - 2 \cdot x + 3, c = \frac{7}{2};$

l) $f(x) = 9 - 7 \cdot x - x^2, c = -\frac{7}{2};$

m) $f(x) = 9 + 7 \cdot x - x^2, c = \frac{7}{2};$

n) $f(x) = 4 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 2, c = \frac{1}{8};$

o) $f(x) = 9 \cdot x^2 - 14 \cdot x + 2, c = \frac{1}{18};$

p) $f(x) = 19 - 27 \cdot x - 13 \cdot x^2, c = -\frac{1}{26};$

q) $f(x) = 3 + 2 \cdot x - 31 \cdot x^2, c = -\frac{1}{62};$

r) $f(x) = x^3, c = -2;$

s) $f(x) = -x^3, c = -1;$

t) $f(x) = x^3 + 1, c = 1;$

u) $f(x) = x^3 - 1, c = -1;$

v) $f(x) = 1 - x^3, c = -2;$

w) $f(x) = -x^3 - 1, c = 1;$

x) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1, c = 1;$

y) $f(x) = 4 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 11, c = -2;$

z) $f(x) = 1 - 2 \cdot x + 4 \cdot x^2 - 7 \cdot x^3, c = 2.$

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

2. Isključivo na temelju definicije ispitajte postoji li derivacija funkcije f u točki c i, ako postoji, izračunajte je ako je:

a) $f(x) = -\sin x, c = \pi;$

b) $f(x) = \sin(2 \cdot x), c = \frac{\pi}{4};$

c) $f(x) = \sin(0.5 \cdot x), c = -\pi;$

d) $f(x) = 2 \cdot \sin x, c = \frac{\pi}{2};$

e) $f(x) = (-2) \cdot \sin x, c = -\frac{\pi}{2};$

f) $f(x) = \cos x, c = \frac{\pi}{2};$

g) $f(x) = -\cos x, c = -\frac{\pi}{2};$

h) $f(x) = \cos(2 \cdot x), c = \frac{3}{2} \cdot \pi;$

i) $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right), c = 2 \cdot \pi;$

j) $f(x) = 2 \cdot \cos x, c = -\pi;$

k) $f(x) = (-2) \cdot \cos x, c = \pi;$

l) $f(x) = \operatorname{tg} x, c = \frac{\pi}{4};$

m) $f(x) = -\operatorname{tg} x, c = \frac{3}{4} \cdot \pi;$

n) $f(x) = \operatorname{tg}(2 \cdot x), c = 3 \cdot \pi;$

o) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right), c = \frac{\pi}{2};$

p) $f(x) = 2 \cdot \operatorname{tg} x, c = \frac{5}{4} \cdot \pi;$

q) $f(x) = (-2) \cdot \operatorname{tg} x, c = \frac{7}{4} \cdot \pi;$

r) $f(x) = \operatorname{ctg} x, c = \frac{\pi}{2};$

s) $f(x) = -\operatorname{ctg} x, c = \frac{3}{2} \cdot \pi;$

t) $f(x) = \operatorname{ctg}(2 \cdot x), c = \frac{5}{4} \cdot \pi;$

u) $f(x) = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right), c = \pi;$

v) $f(x) = 2 \cdot \operatorname{ctg} x, c = \frac{5}{4} \cdot \pi;$

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

w) $f(x) = (-2) \cdot \operatorname{ctg} x, c = -\frac{3}{4} \cdot \pi;$

x) $f(x) = \sin x \cdot \cos x, c = \frac{5}{4} \cdot \pi;$

y) $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x, c = -\frac{7}{4} \cdot \pi;$

z) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}, c = 0.$

3. Isključivo na temelju definicije ispitajte postoji li derivacija funkcije f u točki c i, ako postoji, izračunajte je ako je:

a) $f(x) = \arcsin x, c = 0;$

b) $f(x) = -\arcsin x, c = 1;$

c) $f(x) = \arccos x, c = 1;$

d) $f(x) = -\arccos x, c = -1;$

e) $f(x) = \operatorname{arctg} x, c = 1;$

f) $f(x) = -\operatorname{arctg} x, c = 0;$

g) $f(x) = \operatorname{arctg} x, c = -1;$

h) $f(x) = -\operatorname{arctg} x, c = 1;$

i) $f(x) = e^{-x}, c = 0;$

j) $f(x) = 2 \cdot e^{-x}, c = 1;$

k) $f(x) = \operatorname{ch} x, c = 0;$

l) $f(x) = -\operatorname{ch} x, c = 1;$

m) $f(x) = \operatorname{sh} x, c = -1;$

n) $f(x) = -\operatorname{sh} x, c = 1;$

o) $f(x) = \ln x, c = 1;$

p) $f(x) = -\ln x, c = 2;$

q) $f(x) = \ln(-x), c = -1;$

r) $f(x) = -\ln(-x), c = -2;$

s) $f(x) = \frac{1}{x}, c = 1;$

t) $f(x) = -\frac{1}{x}, c = -\frac{1}{2};$

u) $f(x) = \frac{1}{x+1}, c = -\frac{1}{2};$

v) $f(x) = \frac{1}{1-x}, c = -\frac{1}{2};$

w) $f(x) = \sqrt{x}, c = 4;$

x) $f(x) = \sqrt{4 \cdot x + 1}, c = 12;$

y) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, c = 1;$

z) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}, c = 1.$

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

4. Primjenom tablice derivacija elementarnih funkcija i pravila za deriviranje odredite derivacije sljedećih funkcija i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

a) $f(x) = x + 2015$;

b) $f(x) = x - 2015$;

c) $f(x) = 2016 - x$;

d) $f(x) = 2 \cdot x + 3$;

e) $f(x) = 7 - 2 \cdot x$;

f) $f(x) = a \cdot x + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$ su konstante);

g) $f(x) = x^2 - 5 \cdot x + 6$;

h) $f(x) = 8 - 7 \cdot x - x^2$;

i) $f(x) = 4 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 11$;

j) $f(x) = 12 - 11 \cdot x - 7 \cdot x^2$;

k) $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot x^2 + x + 1$;

l) $f(x) = -\frac{2}{3} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1$;

m) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ su konstante);

n) $f(x) = (x + 1) \cdot (x - 2)$;

o) $f(x) = (1 - x) \cdot (x + 3)$;

p) $f(x) = (2 - x) \cdot (4 - x)$;

q) $f(x) = (2 \cdot x + 1) \cdot (3 - 4 \cdot x)$;

r) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$;

s) $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$;

t) $f(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$;

u) $f(x) = (\sqrt{x} - 1)^3$;

v) $f(x) = 1 - x + \sqrt{x} - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$;

w) $f(x) = 1 + x^2 + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}}$;

x) $f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{x}}\right)^3$;

y) $f(x) = \left(5 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^2 \cdot \sqrt{x}}\right)^3$;

z) $f(x) = \left(2 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{x} + \frac{3 \cdot x}{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}}\right)^3$.

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

5. Primjenom tablice derivacija elementarnih funkcija i pravila za deriviranje odredite derivacije sljedećih funkcija i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

a) $f(x) = x + \sin x$;

b) $f(x) = \sin x - x$;

c) $f(x) = x \cdot \sin x$;

d) $f(x) = x^2 + \cos x$;

e) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (\cos x - x^2)$;

f) $f(x) = x^2 \cdot \cos x$;

g) $f(x) = x^3 + \operatorname{tg} x$;

h) $f(x) = \frac{1}{3} \cdot (\operatorname{tg} x - x^3)$;

i) $f(x) = x^3 \cdot \operatorname{tg} x$;

j) $f(x) = x^4 - \operatorname{ctg} x$;

k) $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x^4 + \operatorname{ctg} x)$;

l) $f(x) = x^4 \cdot \operatorname{ctg} x$;

m) $f(x) = x + \arcsin x$;

n) $f(x) = \frac{1}{5} \cdot (x^5 - \arcsin x)$;

o) $f(x) = x^5 \cdot \arcsin x$;

p) $f(x) = x - \arccos x$;

q) $f(x) = \frac{1}{6} \cdot (x^6 + \arccos x)$;

r) $f(x) = x^6 \cdot \arccos x$;

s) $f(x) = x + \operatorname{arctg} x$;

t) $f(x) = \frac{1}{7} \cdot (x^7 - \operatorname{arctg} x)$;

u) $f(x) = x^7 \cdot \operatorname{arctg} x$;

v) $f(x) = x - \operatorname{arcctg} x$;

w) $f(x) = \frac{1}{8} \cdot (x^8 - \operatorname{arcctg} x)$;

x) $f(x) = x^8 \cdot \operatorname{arcctg} x$;

y) $f(x) = \arcsin x + \arccos x - \operatorname{arctg} x - \operatorname{arcctg} x$;

z) $f(x) = \arcsin x \cdot \arccos x - \operatorname{arctg} x \cdot \operatorname{arcctg} x$.

6. Primjenom tablice derivacija elementarnih funkcija i pravila za deriviranje odredite derivacije sljedećih funkcija i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

a) $f(x) = 2 \cdot e^x$;

b) $f(x) = (-4) \cdot e^x$;

c) $f(x) = e^x - \ln x$;

d) $f(x) = e^x \cdot \ln x$;

e) $f(x) = e^x \cdot \cos x$;



DERIVACIJA FUNKCIJE

- f) $f(x) = -e^x \cdot \operatorname{tg} x$;
- g) $f(x) = 2 \cdot e^x \cdot \operatorname{ctg} x$;
- h) $f(x) = 0.5 \cdot e^x \cdot \arcsin x$;
- i) $f(x) = -0.5 \cdot e^x \cdot \arccos x$;
- j) $f(x) = \sqrt{2} \cdot e^x \cdot \operatorname{arctg} x$;
- k) $f(x) = (-\sqrt{3}) \cdot e^x \cdot \operatorname{arcctg} x$;
- l) $f(x) = x \cdot e^x$;
- m) $f(x) = -x^3 \cdot e^x$;
- n) $f(x) = x^2 \cdot \ln x$;
- o) $f(x) = -x^3 \cdot \ln x$;
- p) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln x$;
- q) $f(x) = 5 \cdot (1 - x^4) \cdot e^x$;
- r) $f(x) = (1 + \ln x) \cdot e^x - (1 - e^x) \cdot x$;
- s) $f(x) = x \cdot e^x \cdot \ln x$;
- t) $f(x) = (e^x + \ln x) \cdot \arcsin x$;
- u) $f(x) = x \cdot \arcsin x \cdot e^x$;
- v) $f(x) = (-2) \cdot x^2 \cdot \arccos x \cdot \ln x$;
- w) $f(x) = \pi \cdot x^3 \cdot \operatorname{arctg} x \cdot e^x$;
- x) $f(x) = (-\pi) \cdot x^4 \cdot \operatorname{arcctg} x \cdot \ln x$;
- y) $f(x) = \log_3 x - 3^x + \log x$;
- z) $f(x) = \ln x \cdot \log x - 2^x \cdot \log_2 x$.

7. Primjenom tablice derivacija elementarnih funkcija i pravila za deriviranje odredite derivacije sljedećih funkcija i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

- a) $f(x) = \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x$;
- b) $f(x) = 2 \cdot (\operatorname{ch} x + \operatorname{th} x)$;
- c) $f(x) = 0.5 \cdot (\operatorname{sh} x - \operatorname{cth} x)$;
- d) $f(x) = 0.25 \cdot (\operatorname{th} x - \operatorname{cth} x)$;
- e) $f(x) = \ln x \cdot \operatorname{sh} x$;
- f) $f(x) = 4 \cdot \operatorname{ch} x \cdot \ln x$;
- g) $f(x) = (-7) \cdot \operatorname{th} x \cdot 2^x$;
- h) $f(x) = -0.5 \cdot \operatorname{cth} x \cdot \log x$;
- i) $f(x) = \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{arsh} x$;
- j) $f(x) = -\operatorname{ch} x \cdot \operatorname{arch} x$;
- k) $f(x) = 2 \cdot \operatorname{th} x \cdot \operatorname{arth} x$;
- l) $f(x) = (-3) \cdot \operatorname{cth} x \cdot \operatorname{arch} x$;
- m) $f(x) = \operatorname{sh} x \cdot (\operatorname{ch} x + \operatorname{arch} x)$;
- n) $f(x) = 2 \cdot \operatorname{ch} x \cdot (\operatorname{sh} x - \operatorname{arth} x)$;
- o) $f(x) = 3 \cdot \operatorname{th} x \cdot (\operatorname{sh} x + \operatorname{arch} x)$;
- p) $f(x) = 4 \cdot \operatorname{cth} x \cdot (\operatorname{ch} x + \operatorname{arsh} x)$;
- q) $f(x) = \ln x \cdot \operatorname{arsh} x$;
- r) $f(x) = -\operatorname{arch} x \cdot \ln x$;

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

- s) $f(x) = \ln x \cdot (\operatorname{arth} x - \operatorname{arch} x)$;
t) $f(x) = e^x \cdot (\operatorname{arch} x + \operatorname{arsh} x)$;
u) $f(x) = \ln x \cdot (4 \cdot \operatorname{arth} x - 3 \cdot \operatorname{arsh} x)$;
v) $f(x) = (e^x + \ln x) \cdot (\operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x)$;
w) $f(x) = (e^x - \ln x) \cdot (\operatorname{th} x + \operatorname{cth} x)$;
x) $f(x) = (3 \cdot e^x + 2 \cdot \ln x) \cdot (4 \cdot \operatorname{arch} x - \operatorname{arsh} x)$;
y) $f(x) = (4 \cdot e^x - 3 \cdot \ln x) \cdot (2 \cdot \operatorname{arth} x + \operatorname{arch} x)$;
z) $f(x) = \operatorname{arth} x \cdot (\ln x - 2 \cdot e^x) + \operatorname{arch} x \cdot (2 \cdot \ln x - e^x)$.

8. Primjenom tablice derivacija elementarnih funkcija i pravila za deriviranje odredite derivacije sljedećih funkcija i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

a) $f(x) = \frac{x}{x+2017}$;

b) $f(x) = \frac{2 \cdot x}{x-2015}$;

c) $f(x) = \frac{2 \cdot x + 1}{1-x}$;

d) $f(x) = \frac{1-4 \cdot x}{x+2}$;

e) $f(x) = \frac{1-3 \cdot x}{2-5 \cdot x}$;

f) $f(x) = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$;

g) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$;

h) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2 \cdot x + 1}$;

i) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}$;

j) $f(x) = \frac{16 - x^2}{x^2 + 1}$;

k) $f(x) = \frac{25 - x^2}{4 - x^2}$;

l) $f(x) = \frac{(x+1)^2}{3-2 \cdot x^2}$;

m) $f(x) = \frac{x^2 - 2 \cdot x}{(x-1)^2}$;

n) $f(x) = \frac{x^2 - 2 \cdot x - 3}{x^2 - 3 \cdot x + 2}$;

o) $f(x) = \frac{x^2 + 4 \cdot x - 5}{x^2 - 5 \cdot x + 4}$;

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

p) $f(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}};$

q) $f(x) = \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x^2}};$

r) $f(x) = \frac{x+1}{1-2 \cdot \sqrt{x}};$

s) $f(x) = \frac{1-2 \cdot x}{\sqrt{x+2}};$

t) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{x^2+1}{1+\sqrt{x}};$

u) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \frac{x^3-1}{2 \cdot \sqrt[3]{x+1}};$

v) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{x^3+1}{2 \cdot \sqrt{x-1}};$

w) $f(x) = (\sqrt{x}+1) \cdot (\sqrt[3]{x}+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x-1}};$

x) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-x};$

y) $f(x) = \frac{x^2-x}{x^3+1};$

z) $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x^3+x^2+2 \cdot x+2}.$

9. Primjenom tablice derivacija elementarnih funkcija i pravila za deriviranje odredite derivacije sljedećih funkcija i pojednostavnite dobivene izraze što je više moguće:

a) $f(x) = \frac{\sin x}{x};$

b) $f(x) = \frac{\cos x}{x^2};$

c) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^3};$

d) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^4};$

e) $f(x) = \frac{\ln x}{x-1};$

f) $f(x) = \frac{e^x}{x+1};$

g) $f(x) = \frac{\arcsin x}{1-x^2};$

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

h) $f(x) = \frac{\arccos x}{x^2 - 1};$

i) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1};$

j) $f(x) = -\frac{\operatorname{arcctg} x}{x^2 + 1};$

k) $f(x) = \frac{\operatorname{ch} x}{e^x};$

l) $f(x) = \frac{\operatorname{sh} x}{2 \cdot e^x};$

m) $f(x) = \frac{3 \cdot \operatorname{th} x}{e^x};$

n) $f(x) = \frac{\operatorname{cth} x}{4 \cdot e^x};$

o) $f(x) = \frac{2 \cdot \operatorname{arsh} x}{x^2 + 1};$

p) $f(x) = \frac{\operatorname{arch} x}{2 \cdot (x^2 + 1)};$

q) $f(x) = \frac{\operatorname{arth} x}{4 - 4 \cdot x^2};$

r) $f(x) = \frac{\operatorname{arcth} x}{8 \cdot x^2 - 8};$

s) $f(x) = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x};$

t) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x};$

u) $f(x) = \frac{\operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x};$

v) $f(x) = \frac{\operatorname{th} x - \operatorname{cth} x}{\operatorname{th} x + \operatorname{cth} x};$

w) $f(x) = \frac{\operatorname{arch} x}{\ln x};$

x) $f(x) = \frac{\operatorname{arth} x}{\operatorname{arctg} x};$

y) $f(x) = \frac{\operatorname{arcth} x \cdot \arcsin x}{\arccos x};$

z) $f(x) = \frac{\arcsin x \cdot \operatorname{arsh} x}{\operatorname{arch} x}.$

10. Izračunajte $f'(1)$ (ako postoji) ako je:

a) $f(x) = \ln(\sqrt{x});$

**DERIVACIJA FUNKCIJE**

b) $f(x) = \ln(e^x + 1);$

c) $f(x) = \ln \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot x \right) \right];$

d) $f(x) = \ln \left[\cos (2 \cdot \pi \cdot x) \right];$

e) $f(x) = \ln \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} \cdot x \right) \right];$

f) $f(x) = \ln \left[\operatorname{ctg} \left(\frac{5 \cdot \pi}{4} \cdot x \right) \right];$

g) $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x};$

h) $f(x) = \frac{x}{e^{x-1}};$

i) $f(x) = \frac{x \cdot \ln x}{x+1};$

j) $f(x) = \frac{(x+1) \cdot \ln x}{x};$

k) $f(x) = \frac{(e^x - 1) \cdot x}{x+1};$

l) $f(x) = x^2 \cdot \ln x - x;$

m) $f(x) = x^4 \cdot \ln x + x^3;$

n) $f(x) = 2 \cdot x^6 \cdot e^x;$

o) $f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} x;$

p) $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{arctg} x;$

q) $f(x) = \arcsin \frac{x}{2};$

r) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \arccos(x-1);$

s) $f(x) = \sqrt{\operatorname{arctg} x};$

t) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x};$

u) $f(x) = \sqrt[3]{\ln x};$

v) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}};$

w) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{\ln(e \cdot x)};$

x) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \ln \frac{1}{x};$

y) $f(x) = \sqrt{x \cdot \ln(\sqrt[3]{x})};$

z) $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{\operatorname{arctg} x}.$