| | | |
|---|---|---|
| TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE<br>**ZAVOD ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE**<br>**KATEDRA ZA MATEMATIKU** | **Matematika 1**<br>(preddiplomski stručni studij elektrotehnike) | **2. domaća zadaća** |

## OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.

<u>Napomena</u>: Ako nije drugačije navedeno, apsolutnu vrijednost ne treba zapisati u decimalnom zapisu. Glavni argument kompleksnoga broja treba iskazati u radijanima.

**1.** Zapišite kompleksan broj $z$ u trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku ako je:

- **a)** $z = i$;
- **b)** $z = \overline{2 \cdot i}$;
- **c)** $z = 1 + i$;
- **d)** $z = \overline{1 + i}$;
- **e)** $z = \sqrt{3} \cdot i + 1$;
- **f)** $z = \overline{\sqrt{3} \cdot i + 1}$;
- **g)** $z = \sqrt{3} + i$;
- **h)** $z = \overline{\sqrt{3} + i}$;
- **i)** $z = -1 + i$;
- **j)** $z = \overline{-1 + i}$;
- **k)** $z = \sqrt{3} \cdot i - 1$;
- **l)** $z = \overline{\sqrt{3} \cdot i - 1}$;
- **m)** $z = -\sqrt{3} + i$;
- **n)** $z = \overline{-\sqrt{3} + i}$;
- **o)** $z = -2 - 2 \cdot i$;
- **p)** $z = \overline{-3 - 3 \cdot i}$;
- **q)** $z = -4 \cdot \sqrt{3} \cdot i - 4$;
- **r)** $z = \overline{-5 \cdot \sqrt{3} \cdot i - 5}$;
- **s)** $z = -6 \cdot \sqrt{3} - 6 \cdot i$;
- **t)** $z = \overline{-7 \cdot \sqrt{3} - 7 \cdot i}$;
- **u)** $z = 8 - 8 \cdot i$;
- **v)** $z = \overline{9 - 9 \cdot i}$;
- **w)** $z = -10 \cdot \sqrt{3} \cdot i + 10$;
- **x)** $z = \overline{-11 \cdot \sqrt{3} \cdot i + 11}$;
- **y)** $z = 12 \cdot \sqrt{3} - 12 \cdot i$;
- **z)** $z = \overline{13 \cdot \sqrt{3} - 13 \cdot i}$.

**2.** Zapišite kompleksan broj $z$ u algebarskom obliku ako je:

- **a)** $z = e^{i \cdot 0}$;
- **b)** $z = \overline{\operatorname{cis} 0}$;
- **c)** $z = 4 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{6}}$;

**OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.**

**d)** $z = \overline{4 \cdot \text{cis}\,\frac{\pi}{6}}$;

**e)** $z = 6 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{4}}$;

**f)** $z = \overline{6 \cdot \text{cis}\,\frac{\pi}{4}}$;

**g)** $z = 8 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{3}}$;

**h)** $z = \overline{8 \cdot \text{cis}\,\frac{\pi}{3}}$;

**i)** $z = 10 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}$;

**j)** $z = \overline{10 \cdot \text{cis}\,\frac{\pi}{2}}$;

**k)** $z = 12 \cdot e^{i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3}}$;

**l)** $z = \overline{12 \cdot \text{cis}\,\frac{2 \cdot \pi}{3}}$;

**m)** $z = 14 \cdot e^{i \cdot \frac{3 \cdot \pi}{4}}$;

**n)** $z = \overline{14 \cdot \text{cis}\,\frac{3 \cdot \pi}{4}}$

**o)** $z = 16 \cdot e^{i \cdot \frac{5 \cdot \pi}{6}}$;

**p)** $z = \overline{16 \cdot \text{cis}\,\frac{5 \cdot \pi}{6}}$

**q)** $z = 18 \cdot e^{i \cdot \pi}$;

**r)** $z = \overline{18 \cdot \text{cis}\,\pi}$

**s)** $z = 20 \cdot e^{i \cdot \frac{7 \cdot \pi}{6}}$;

**t)** $z = \overline{20 \cdot \text{cis}\,\frac{7 \cdot \pi}{6}}$;

**u)** $z = 22 \cdot e^{i \cdot \frac{5 \cdot \pi}{4}}$;

**v)** $z = \overline{22 \cdot \text{cis}\,\frac{5 \cdot \pi}{4}}$

**w)** $z = 24 \cdot e^{i \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3}}$;

**x)** $z = \overline{24 \cdot \text{cis}\,\frac{4 \cdot \pi}{3}}$;

**y)** $z = 26 \cdot e^{i \cdot \frac{3 \cdot \pi}{2}}$;

**z)** $z = \overline{26 \cdot \text{cis}\,\frac{3 \cdot \pi}{2}}$;

**OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.**

**aa)** $z = 28 \cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{3}}$;

**bb)** $z = \overline{28 \cdot \operatorname{cis}\frac{5\cdot\pi}{3}}$;

**cc)** $z = 30 \cdot e^{i\cdot\frac{7\cdot\pi}{4}}$;

**dd)** $z = \overline{30 \cdot \operatorname{cis}\frac{7\cdot\pi}{4}}$;

**ee)** $z = 32 \cdot e^{i\cdot\frac{11\cdot\pi}{6}}$;

**ff)** $z = \overline{32 \cdot \operatorname{cis}\frac{11\cdot\pi}{6}}$.

**3.** Zapišite broj $z$ u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku ako je zadano:

**a)** $z = (2 - i) \cdot (3 + i) - 6 \cdot i$;

**b)** $z = (1 - 2 \cdot i) \cdot (2 - 3 \cdot i) - 3$;

**c)** $z = (3 + 4 \cdot i) \cdot (4 - 3 \cdot i) + 31 \cdot i^{2015}$;

**d)** $z = (2 + 5 \cdot i) \cdot (7 + 3 \cdot i) - i^{2014}$;

**e)** $z = (2-3\cdot i)\cdot\overline{(-1+2\cdot i)}+\overline{10\cdot i^{2016}}$;

**f)** $z = \overline{(4-7\cdot i)}\cdot(5+6\cdot i)-\overline{22\cdot(1+3\cdot i)}$;

**g)** $z = (1+2\cdot i)^2+\overline{(1-2\cdot i)^2}+\overline{2\cdot i^{2013}}$;

**h)** $z = \overline{(5+6\cdot i)^2}-(5-6\cdot i)^2-\overline{i^{2015}}$;

**i)** $z = \overline{(2+3\cdot i)^3}+\overline{(2-3\cdot i)^3}$;

**j)** $z = \left(\dfrac{-\sqrt[3]{4}+\sqrt[6]{432}\cdot i}{2}\right)^3 - 4\cdot\overline{i^{2021}}$;

**k)** $z = \left(\dfrac{-\sqrt[3]{4}-\sqrt[6]{432}\cdot i}{2}\right)^3 - 4\cdot\overline{i^{2023}}$;

**l)** $z = \left(\dfrac{-\sqrt[6]{3}+\sqrt[3]{9}\cdot i}{2}\right)^3 + \overline{i^{2015}}$;

**m)** $z = \left(\dfrac{-\sqrt[6]{3}-\sqrt[3]{9}\cdot i}{2}\right)^3 + \overline{i^{2013}}$;

**n)** $z = \left(\dfrac{\sqrt[6]{3}+\sqrt[3]{9}\cdot i}{2}\right)^3 - \overline{i^{2017}}$;

**o)** $z = \left(\dfrac{\sqrt[6]{3}-\sqrt[3]{9}\cdot i}{2}\right)^3 - \overline{i^{2019}}$;

**OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.**

**p)** $z=\dfrac{2\cdot i-1}{3+4\cdot i}-\overline{\left(\dfrac{1+i}{5}\right)}$;

**q)** $z=\dfrac{2-3\cdot i}{3-4\cdot i}-\overline{\left(\dfrac{13+i}{25}\right)}$;

**r)** $z=\dfrac{\overline{3-2\cdot i}}{2-3\cdot i}+\overline{i^{2016}}$;

**s)** $z=\dfrac{4-i}{\overline{2\cdot i-1}}+\overline{\left(\dfrac{2-6\cdot i}{5}\right)}$;

**t)** $z=\dfrac{\overline{2\cdot i-1}}{-3\cdot i+1}-\dfrac{2\cdot i-1}{\overline{-3\cdot i+1}}-\overline{(-\sqrt{3}+2\cdot i)}$;

**u)** $z=\dfrac{3+i}{\overline{2+i}}+\dfrac{\overline{3+i}}{2+i}-\overline{(-\sqrt{12}\cdot i)}$;

**v)** $z=\dfrac{(1-2\cdot i)\cdot(2-i)}{\overline{3-i}}+\dfrac{\overline{(1-2\cdot i)}\cdot(2+i)}{3-i}-\overline{(-\sqrt{3}\cdot i)}$;

**w)** $z=\overline{\left(\dfrac{1-i}{2+2\cdot i}\right)^{2}}+\overline{\left(-\dfrac{1}{4}\cdot i\right)}$;

**x)** $z=\overline{\left(\dfrac{1+i}{2-2\cdot i}\right)^{2}}-\overline{\left(-\dfrac{1}{4}\cdot i\right)}$;

**y)** $z=\overline{\left(\dfrac{2+i}{4-2\cdot i}\right)^{3}}+\overline{\left(\dfrac{117}{1000}+\dfrac{7}{125}\cdot i\right)}$;

**z)** $z=\overline{\left(\dfrac{2-i}{4+2\cdot i}\right)^{3}}-\overline{\left(-\dfrac{117}{1000}+\dfrac{49}{250}\cdot i\right)}$.

**4.** Koristeći kalkulator zapišite sljedeće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku (apsolutnu vrijednost i glavni argument izračunajte s točnošću od $10^{-5}$):

**a)** $z=2+3\cdot i$;

**b)** $z=\overline{2+3\cdot i}$;

**c)** $z=-1+3\cdot i$;

**d)** $z=\overline{-1+3\cdot i}$;

**e)** $z=-2-5\cdot i$;

**f)** $z=\overline{-2-5\cdot i}$;

**g)** $z=4-3\cdot i$;

**h)** $z=\overline{4-3\cdot i}$;

**i)** $z=\sqrt{5}+\sqrt[3]{2}\cdot i$;

**j)** $z=\overline{\sqrt{5}+\sqrt[3]{2}\cdot i}$;

**k)** $z=-\sqrt[3]{5}+\sqrt{2}\cdot i$;

**OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.**

**l)** $z=\overline{-\sqrt[3]{5}+\sqrt{2}\cdot i}$;

**m)** $z=-\sqrt[5]{2}-\sqrt{3}\cdot i$;

**n)** $z=\overline{-\sqrt[5]{2}-\sqrt{3}\cdot i}$;

**o)** $z=\sqrt[3]{2}-\sqrt{5}\cdot i$;

**p)** $z=\overline{\sqrt[3]{2}-\sqrt{5}\cdot i}$;

**q)** $z=(3-2\cdot i)\cdot\overline{(1-3\cdot i)}$;

**r)** $z=(2-3\cdot i)^2\cdot\overline{(3-2\cdot i)^3}$;

**s)** $z=(2+3\cdot i)^3\cdot\overline{(3+2\cdot i)^2}$;

**t)** $z=\dfrac{(2-3\cdot i)^2}{(3-2\cdot i)^2}$;

**u)** $z=\dfrac{(2-3\cdot i)^3}{(3+2\cdot i)^2}$;

**v)** $z=\dfrac{(2+3\cdot i)^2}{(3-2\cdot i)^3}$;

**w)** $z=\dfrac{(2-3\cdot i)^3}{(3-2\cdot i)^3}+\overline{\left[\dfrac{(2-3\cdot i)^2}{(3-2\cdot i)^2}\right]}$;

**x)** $z=\dfrac{(3+2\cdot i)^2}{(2+3\cdot i)^2}+\overline{\left[\dfrac{(3-2\cdot i)^3}{(2+3\cdot i)^3}\right]}$;

**y)** $z=\overline{\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)^3}+\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)^3}}$;

**z)** $z=\overline{\dfrac{(1-i)^3}{(1+i)^2}-\dfrac{(1+i)^3}{(1-i)^2}}$.

**5.** Koristeći de Moivrèovu formulu za potenciranje zapišite sljedeće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku:

**a)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{\pi}{6}}\right)^{2015}$;

**b)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\dfrac{\pi}{6}\right)^{2016}}$;

**c)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{\pi}{4}}\right)^{2014}$;

**d)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\dfrac{\pi}{4}\right)^{2019}}$;

## OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.

**e)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{\pi}{3}}\right)^{2020}$;

**f)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{\pi}{3}\right)^{2022}}$;

**g)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{\pi}{2}}\right)^{2023}$;

**h)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{\pi}{2}\right)^{2012}}$;

**i)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{2\cdot\pi}{3}}\right)^{2031}$;

**j)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{2\cdot\pi}{3}\right)^{2030}}$;

**k)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{3\cdot\pi}{4}}\right)^{2050}$;

**l)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{3\cdot\pi}{4}\right)^{2051}}$;

**m)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{6}}\right)^{2052}$;

**n)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{5\cdot\pi}{6}\right)^{2090}}$;

**o)** $z=(e^{i\cdot\pi})^{2013}$;

**p)** $z=\overline{(\operatorname{cis}\pi)^{2017}}$;

**q)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{7\cdot\pi}{6}}\right)^{2021}$;

**r)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{7\cdot\pi}{6}\right)^{3010}}$;

**s)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{4}}\right)^{2014}$;

**t)** $z=\overline{\left(e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{4}}\right)^{2013}}$;

**u)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{3}}\right)^{2030}$;

**OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.**

**v)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{5\cdot\pi}{3}\right)^{2032}}$;

**w)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{3\cdot\pi}{2}}\right)^{2034}$;

**x)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{3\cdot\pi}{2}\right)^{2037}}$;

**y)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{3}}\right)^{4010}$;

**z)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{5\cdot\pi}{3}\right)^{2015}}$;

**aa)** $z=\left(e^{i\cdot\frac{11\cdot\pi}{6}}\right)^{2016}$;

**bb)** $z=\overline{\left(\operatorname{cis}\frac{11\cdot\pi}{6}\right)^{2071}}$.

**6.** Zapišite sljedeće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku:

**a)** $z=(1+i)^{2011}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot\operatorname{cis}\frac{5\cdot\pi}{3}\right)^{1005}}$;

**b)** $z=(-1+i)^{2031}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{4}}\right)^{1015}}$;

**c)** $z=(-1-i)^{2071}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot\operatorname{cis}\frac{11\cdot\pi}{6}\right)^{1035}}$;

**d)** $z=(1-i)^{2111}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{6}}\right)^{1055}}$;

**e)** $z=\frac{(1+i)^{2009}}{\left(2\cdot\operatorname{cis}\frac{3\cdot\pi}{4}\right)^{1005}}$;

**f)** $z=\frac{(-1+i)^{2013}}{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{7\cdot\pi}{4}}\right)^{1007}}$;

**OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.**

**g)** $z=\dfrac{(-1-i)^{2017}}{\left(2\cdot\operatorname{cis}\dfrac{\pi}{4}\right)^{1009}}$;

**h)** $z=\dfrac{(1-i)^{2021}}{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{4}}\right)^{1011}}$;

**i)** $z=\dfrac{(1-i)^{2007}\cdot(1+i)^{1009}}{\left(2\cdot\operatorname{cis}\dfrac{5\cdot\pi}{4}\right)^{1003}\cdot\left(2\cdot\operatorname{cis}\dfrac{7\cdot\pi}{4}\right)^{505}}$;

**j)** $z=(\sqrt{3}+i)^{1005}\cdot\overline{\left(\dfrac{1}{2}\cdot e^{i\cdot\frac{19\cdot\pi}{36}}\right)^{2010}}$;

**k)** $z=(-\sqrt{3}+i)^{1015}\cdot\overline{\left(\dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{cis}\dfrac{41\cdot\pi}{36}\right)^{2030}}$;

**l)** $z=(-\sqrt{3}-i)^{1025}\cdot\overline{\left(\dfrac{1}{2}\cdot e^{i\cdot\frac{59\cdot\pi}{36}}\right)^{2050}}$;

**m)** $z=(\sqrt{3}-i)^{1045}\cdot\overline{\left(\dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{cis}\dfrac{11\cdot\pi}{36}\right)^{2090}}$;

**n)** $z=\dfrac{(\sqrt{3}+i)^{501}}{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{6}}\right)^{1000}}$;

**o)** $z=(-\sqrt{3}+i)^{1001}\cdot\left[\overline{\left(2\cdot\operatorname{cis}\dfrac{7\cdot\pi}{6}\right)}\right]^{-2000}$;

**p)** $z=\dfrac{(-\sqrt{3}-i)^{1501}}{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{11\cdot\pi}{6}}\right)^{3000}}$;

**q)** $z=\dfrac{(\sqrt{3}-i)^{2001}}{\left(2\cdot\operatorname{cis}\dfrac{\pi}{6}\right)^{4000}}$;

**r)** $z=\dfrac{(1-i)^{2007}\cdot(1+i)^{1009}}{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{4}}\right)^{1003}\cdot\left(2\cdot\operatorname{cis}\dfrac{7\cdot\pi}{4}\right)^{505}}$;

## OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.

**s)** $z = (1+\sqrt{3}\cdot i)^{2500}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot\text{cis}\,\frac{7\cdot\pi}{9}\right)^{5001}}$ ;

**t)** $z = (-1+\sqrt{3}\cdot i)^{4000}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot e^{i\cdot\frac{17\cdot\pi}{9}}\right)^{8001}}$ ;

**u)** $z = (-1-\sqrt{3}\cdot i)^{5500}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot\text{cis}\,\frac{2\cdot\pi}{9}\right)^{11001}}$ ;

**v)** $z = (1-\sqrt{3}\cdot i)^{7000}\cdot\overline{\left(\frac{1}{2}\cdot e^{i\cdot\frac{11\cdot\pi}{9}}\right)^{14001}}$ ;

**w)** $z = \frac{(1+\sqrt{3}\cdot i)^{125}}{\overline{\left(2\cdot\text{cis}\,\frac{2\cdot\pi}{3}\right)^{249}}}$;

**x)** $z = \frac{(-1+\sqrt{3}\cdot i)^{215}}{\overline{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{5\cdot\pi}{3}}\right)^{429}}}$;

**y)** $z = (-1-\sqrt{3}\cdot i)^{1625}\cdot\overline{\left(2\cdot\text{cis}\,\frac{\pi}{3}\right)^{-3249}}$ ;

**z)** $z = (1-\sqrt{3}\cdot i)^{185}\cdot\left[\overline{\left(2\cdot e^{i\cdot\frac{4\cdot\pi}{3}}\right)}\right]^{-369}$ .

**7.** **a)** Zadani su kompleksni brojevi $z_1 = 1-\sqrt{3}\cdot i$, $z_2 = \overline{2\cdot\text{cis}\,\frac{43\cdot\pi}{24}}$ i $z_3 = x - y - (x + y)\cdot i$. Odredite vrijednosti parametara $x, y \in \mathbb{R}$ tako da vrijedi jednakost $z_3 = \frac{z_1^5}{z_2^4}$.

**b)** Zadani su kompleksni brojevi $z_1 = -1+\sqrt{3}\cdot i$, $z_2 = \overline{2\cdot e^{i\cdot\frac{19\cdot\pi}{24}}}$ i $z_3 = x - y + (x + y)\cdot i$. Odredite vrijednosti parametara $x, y \in \mathbb{R}$ tako da vrijedi jednakost $z_3 = \frac{z_1^5}{z_2^4}$.

**c)** Zadani su kompleksni brojevi $z_1 = -1-\sqrt{3}\cdot i$, $z_2 = \overline{2\cdot e^{i\cdot\frac{7\cdot\pi}{30}}}$ i $z_3 = x - y - (x + y)\cdot i$. Odredite vrijednosti parametara $x, y \in \mathbb{R}$ tako da vrijedi jednakost $z_3 = \frac{z_2^5}{z_1^4}$.

**d)** Zadani su kompleksni brojevi $z_1 = 1+\sqrt{3}\cdot i$, $z_2 = \overline{2\cdot\text{cis}\,\frac{37\cdot\pi}{30}}$ i $z_3 = x - y + (x + y)\cdot i$. Odredite vrijednosti parametara $x, y \in \mathbb{R}$ tako da vrijedi jednakost $z_3 = \frac{z_2^5}{z_1^4}$.

## OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.

**8.** **a)** Neka je $\varphi$ glavni argument broja $z \in \mathbb{C}$. Izrazite glavni argument broja $2 \cdot \overline{z}$ kao funkciju varijable $\varphi$.

**b)** Neka je $\varphi$ glavni argument broja $z \in \mathbb{C}$. Izrazite glavni argument broja $(-2) \cdot z$ kao funkciju varijable $\varphi$.

**c)** Postoji li $z \in \mathbb{C}$ sa sljedećim svojstvom: kut $\varphi \neq 0$ je glavni argument broja $z$, a kut $(2 \cdot \varphi)$ je glavni argument broja $2 \cdot z$? Ako postoji, odredite sve takve $z \in \mathbb{C}$. Ako ne postoji, obrazložite svoj odgovor.

**9.** Koristeći de Moivrèovu formulu za korjenovanje kompleksnoga broja, nađite sva rješenja sljedećih jednadžbi, pa ih zapišite u algebarskom (s točnošću od $10^{-5}$), trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku:

**a)** $z^3 = 1$;
**b)** $z^3 = -1$;
**c)** $z^3 = i$;
**d)** $z^3 = -i$;
**e)** $z^3 = 8$;
**f)** $z^3 = -8$;
**g)** $z^3 = 8 \cdot i$;
**h)** $z^3 = -8 \cdot i$;
**i)** $z^3 = 1 + i$;
**j)** $z^3 = -1 + i$;
**k)** $z^3 = -1 - i$;
**l)** $z^3 = 1 - i$;
**m)** $z^3 = \sqrt{3} + i$;
**n)** $z^3 = \sqrt{3} - i$;
**o)** $z^3 = -\sqrt{3} + i$;
**p)** $z^3 = -\sqrt{3} - i$;
**q)** $z^3 = 1 + \sqrt{3} \cdot i$;
**r)** $z^3 = -1 + \sqrt{3} \cdot i$;
**s)** $z^3 = -1 - \sqrt{3} \cdot i$;
**t)** $z^3 = 1 - \sqrt{3} \cdot i$;
**u)** $z^4 = 1$;
**v)** $z^4 = -1$;
**w)** $z^4 = i$;
**x)** $z^4 = -i$;
**y)** $z^4 = -16$;
**z)** $z^4 = 16 \cdot i$.

## OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.

**10.** Neka su $z_0$, $z_1$ i $z_2$ međusobno različita rješenja jednadžbe $z^3 = 27$. Izračunajte vrijednosti sljedećih izraza, pa ih zapišite u algebarskom (s točnošću od $10^{-5}$), trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku:

**a)** $z_0 + z_1 + z_2$;
**b)** $z_0 \cdot z_1 + z_0 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_2$;
**c)** $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2$.

**11.** Neka su $z_0$, $z_1$ i $z_2$ međusobno različita rješenja jednadžbe $z^3 = 27 \cdot i$. Izračunajte vrijednosti sljedećih izraza, pa ih zapišite u algebarskom (s točnošću od $10^{-5}$), trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku:

**a)** $z_0 + z_1 + z_2$;
**b)** $z_0 \cdot z_1 + z_0 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_2$;
**c)** $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2$.

**12.** Neka su $z_0$, $z_1$ i $z_2$ međusobno različita rješenja jednadžbe $z^3 = 2 \cdot i - 2$. Izračunajte vrijednosti sljedećih izraza, pa ih zapišite u algebarskom (s točnošću od $10^{-5}$), trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku:

**a)** $z_0 + z_1 + z_2$;
**b)** $z_0 \cdot z_1 + z_0 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_2$;
**c)** $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2$.

**13.** Neka je $A$ skup svih međusobno različitih rješenja jednadžbe $z^9 = i$ čiji glavni argument pripada intervalu $\left\langle \frac{\pi}{6}, \frac{11 \cdot \pi}{12} \right\rangle$.

**a)** Odredite ukupan broj elemenata skupa $A$.
**b)** Neka je $x \in A$ rješenje koje ima najmanji glavni argument, a $y \in A$ rješenje koje ima najveći glavni argument. Zapišite u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksne brojeve $x$, $y$, $x + y$, $x - y$, $x \cdot y$, $\frac{x}{y}$ i $\frac{y}{x}$.

**15.** Neka je $B$ skup međusobno različitih rješenja jednadžbe $z^{12} = -i$ čiji glavni argument pripada intervalu $\left\langle \frac{\pi}{4}, \frac{4 \cdot \pi}{3} \right]$.

**a)** Odredite ukupan broj elemenata skupa $B$.
**b)** Neka je $x \in B$ rješenje koje ima najmanji glavni argument, a $y \in B$ rješenje koje ima najveći glavni argument. Zapišite u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksne brojeve $x$, $y$, $x + y$, $x - y$, $x \cdot y$, $\frac{x}{y}$ i $\frac{y}{x}$.

## OBLICI ZAPISA KOMPLEKSNOGA BROJA. DE MOIVRÈOVE FORMULE.

**16.** Neka je $C$ skup svih međusobno različitih rješenja jednadžbe $z^{15} = -1$ čiji glavni argument pripada intervalu $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5 \cdot \pi}{4}\right\rangle$.

**a)** Odredite ukupan broj elemenata skupa $C$.

**b)** Neka je $x \in C$ rješenje koje ima najmanji glavni argument, a $y \in C$ rješenje koje ima najveći glavni argument. Zapišite u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksne brojeve $x$, $y$, $x + y$, $x - y$, $x \cdot y$, $\frac{x}{y}$ i $\frac{y}{x}$.

**17.** Neka je $D$ međusobno različitih rješenja jednadžbe $z^{18} = 1$ čiji glavni argument pripada segmentu $\left[\frac{5 \cdot \pi}{6}, \frac{5 \cdot \pi}{3}\right]$.

**a)** Odredite ukupan broj elemenata skupa $D$.

**b)** Neka je $x \in D$ rješenje koje ima najmanji glavni argument, a $y \in D$ rješenje koje ima najveći glavni argument. Zapišite u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku kompleksne brojeve $x$, $y$, $x + y$, $x - y$, $x \cdot y$, $\frac{x}{y}$ i $\frac{y}{x}$.

**18.** U središnju kružnicu polumjera $r = 2$ smještenu u Gaussovoj ravnini upisan je jednakostraničan trokut takav da jedan vrh toga trokuta pripada strogo pozitivnom dijelu realne osi. Odredite koordinate svih vrhova toga trokuta, pa zapišite njima odgovarajuće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.

**19.** U središnju kružnicu polumjera $r = 3$ smještenu u Gaussovoj ravnini upisan je jednakostraničan trokut takav da jedan vrh toga trokuta pripada strogo negativnom dijelu realne osi. Odredite koordinate svih vrhova toga trokuta, pa zapišite njima odgovarajuće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.

**20.** U središnju kružnicu polumjera $r = 4$ smještenu u Gaussovoj ravnini upisan je jednakostraničan trokut takav da jedan vrh toga trokuta pripada strogo pozitivnom dijelu imaginarne osi. Odredite koordinate svih vrhova toga trokuta, pa zapišite njima odgovarajuće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.

**21.** U središnju kružnicu polumjera $r = 5$ smještenu u Gaussovoj ravnini upisan je jednakostraničan trokut takav da jedan vrh toga trokuta pripada strogo negativnom dijelu imaginarne osi. Odredite koordinate svih vrhova toga trokuta, pa zapišite njima odgovarajuće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.

**22.** U središnju jediničnu kružnicu smještenu u Gaussovoj ravnini upisan je kvadrat tako da dva njegova vrha pripadaju realnoj osi. Odredite koordinate svih vrhova toga trokuta, pa zapišite njima odgovarajuće kompleksne brojeve u algebarskom, trigonometrijskom i eksponencijalnom obliku.