



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

ogledni primjeri 2. kolokvija iz Matematike 2 namijenjeni rješavanju na konzultacijama
07. i 14.05.2012.

PRIMJER 1.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_0^{+\infty} \frac{8 \cdot x}{x^4 + 4} \cdot dx$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.
2. Ispitajte konvergenciju reda $\frac{1}{2} + \frac{3}{4!} + \frac{5}{6!} + \frac{7}{8!} + \dots$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.
3. Napišite prva četiri člana Maclaurinova razvoja realne funkcije $f(x) = \frac{x}{e^x}$ u red potencija.
(Koefficienti uz sve napisane članove moraju biti različiti od nule. Sve razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)
4. Napišite prva četiri člana Taylorova razvoja realne funkcije $f(x) = \cos(3 \cdot x)$ u red potencija oko točke $x_0 = -\frac{\pi}{6}$. (Koefficienti uz sve napisane članove moraju biti različiti od nule. Sve razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)
5. Parna $(2 \cdot \pi)$ -periodična funkcija $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definirana je propisom

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x \in [0, \frac{\pi}{2}), \\ x, & \text{za } x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]. \end{cases}$$

Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-\pi, \pi]$, pa napišite prva četiri člana razvoja te funkcije u Fourierov red na intervalu $\langle -\pi, \pi \rangle$. (Koefficienti uz sve napisane članove moraju biti različiti od nule. Sve razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

ogledni primjeri 2. kolokvija iz Matematike 2 namijenjeni rješavanju na konzultacijama
07. i 14.05.2012.

PRIMJER 2.

1. Ispitajte konvergenciju nepravoga integrala $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$. Ako integral konvergira, izračunajte ga.
2. Ispitajte konvergenciju reda $\frac{11}{2} + \frac{21}{4} + \frac{31}{8} + \frac{41}{16} + \dots$. Sve svoje tvrdnje precizno obrazložite.
3. Napišite prva četiri člana Maclaurinova razvoja realne funkcije $f(x) = \cos^2 x$ u red potencija. (Koeficijenti uz sve napisane članove moraju biti različiti od nule. Sve razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)
4. Napišite prva četiri člana Taylorova razvoja realne funkcije $f(x) = \sin(4 \cdot x)$ u red potencija oko točke $x_0 = \frac{\pi}{8}$. (Koeficijenti uz sve napisane članove moraju biti različiti od nule. Sve razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)
5. Neparna $(2 \cdot \pi)$ -periodična funkcija $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definirana je propisom

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{za } x \in [0, \frac{\pi}{2}), \\ 0, & \text{za } x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]. \end{cases}$$

Nacrtajte graf zadane funkcije na segmentu $[-\pi, \pi]$, pa napišite prva četiri člana razvoja te funkcije u Fourierov red na intervalu $\langle -\pi, \pi \rangle$. (Koeficijenti uz sve napisane članove moraju biti različiti od nule. Sve razlomke potpuno skratite i nemojte ih pretvarati u decimalne brojeve.)



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

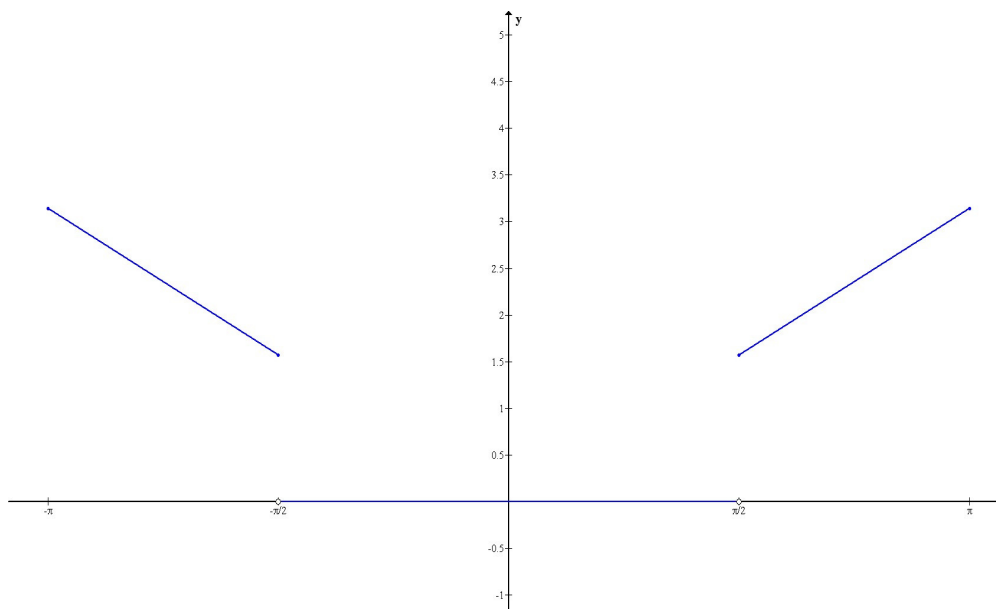
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

ogledni primjeri 2. kolokvija iz Matematike 2 namijenjeni rješavanju na konzultacijama
07. i 14.05.2012.

REZULTATI ZADATAKA

PRIMJER 1.

1. Integral konvergira i jednak je 1.
2. Zadani red konvergira prema D'Alembertovu kriteriju ($r = 0$). Njegov zbroj iznosi $1 - \frac{1}{e} \approx 0.63212$.
3. $\frac{x}{e^x} = x - x^2 + \frac{1}{2} \cdot x^3 - \frac{1}{6} \cdot x^4 + \frac{1}{24} \cdot x^5 - \dots$
4. $\cos(3 \cdot x) = 3 \cdot \left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{9}{2} \cdot \left(x + \frac{\pi}{6}\right)^3 + \frac{81}{40} \cdot \left(x + \frac{\pi}{6}\right)^5 - \frac{243}{560} \cdot \left(x + \frac{\pi}{6}\right)^7 + \dots$
5. Vidjeti Sliku 1.



Slika 1.

$$f(x) = \frac{3}{8} \cdot \pi - \frac{\pi + 2}{\pi} \cdot \cos x + \frac{1}{\pi} \cdot \cos(2 \cdot x) + \frac{3 \cdot \pi - 2}{9 \cdot \pi} \cdot \cos(3 \cdot x) - \frac{5 \cdot \pi + 2}{25 \cdot \pi} \cdot \cos(5 \cdot x) + \dots$$



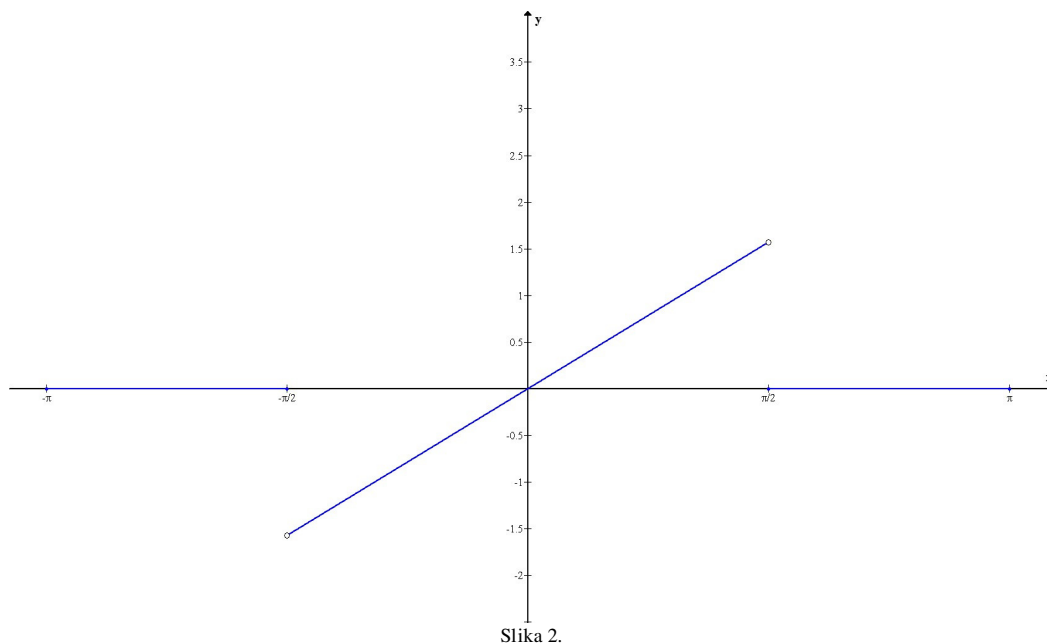
TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

ogledni primjeri 2. kolokvija iz Matematike 2 namijenjeni rješavanju na konzultacijama
07. i 14.05.2012.

PRIMJER 2.

1. Integral konvergira i jednak je $\ln 2 \approx 0.693147$.
2. Zadani red konvergira prema D'Alembertovu kriteriju ($r = \frac{1}{2}$). Njegov zbroj iznosi 21.
3. $\cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{1}{3} \cdot x^4 - \frac{2}{45} \cdot x^6 + \dots$
4. $\sin(4 \cdot x) = 1 - 8 \cdot \left(x - \frac{\pi}{8}\right)^2 + \frac{32}{3} \cdot \left(x - \frac{\pi}{8}\right)^4 - \frac{256}{45} \cdot \left(x - \frac{\pi}{8}\right)^6 + \dots$
5. Vidjeti Sliku 2.



Slika 2.

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \cdot \sin x + \sin(2 \cdot x) - \frac{4}{9 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) - \frac{1}{2} \cdot \sin(4 \cdot x) + \frac{4}{25 \cdot \pi} \cdot \sin(5 \cdot x) + \dots$$