



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 2 - zadatci za demonstrature 19. i 20.3.2014.

Primitivna funkcija i neodređeni integral. Izravno integriranje. Metoda zamjene. Metoda djelomične integracije.

ZADATCI:

1. Pokažite da je funkcija F primitivna funkcija realne funkcije f ako je:

a) $F(x) = 2 \cdot \sqrt{x} - 3 \cdot \sqrt[3]{x} + 6 \cdot \sqrt[6]{x} - 6 \cdot \ln(\sqrt[6]{x} + 1) + 2013^{2012}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$;

b) $F(x) = \frac{2}{3} \cdot x \cdot \sqrt{x} - x + 2 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \ln(\sqrt{x} + 1) - 2012^{2013}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x} + 1}$;

c) $F(x) = \frac{\ln(2012 - e^x) - x}{2012} + 2013^{2012}$, $f(x) = \frac{e^x}{2012 \cdot (e^x - 2012)}$;

d) $F(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln(x^2 + 1) - \operatorname{arctg} x + 2012^{2011}$, $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$;

e) $F(x) = x \cdot (\ln^2 x - 2 \cdot \ln x + 2) - 2011^{2012}$, $f(x) = \ln^2 x$.

2. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})^2 \cdot dx$;

b) $\int \left(\sqrt[6]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right)^3 \cdot dx$;

c) $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}} + \sqrt[3]{x} \right) \cdot dx$;

d) $\int x \cdot (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[24]{x^{17}} + \sqrt[4]{x^3}) \cdot (\sqrt[6]{x^5} - \sqrt[8]{x^7}) \cdot dx$;

e) $\int \frac{1}{x^9} \cdot (x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2} - x \cdot \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) \cdot (x \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x}) \cdot dx$.

3. Pogodnom zamjenom odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int x \cdot (4 \cdot x - 1)^{10} \cdot dx$;

b) $\int \frac{\ln^3(x+1)}{2 \cdot x + 2} \cdot dx$;

c) $\int \frac{6 \cdot e^{2 \cdot x}}{e^{2 \cdot x} + 2012} \cdot dx$;

d) $\int \sqrt{\frac{2 \cdot \arcsin(4 \cdot x)}{1 - 16 \cdot x^2}} \cdot dx$;

e) $\int \frac{dx}{(x^2 - 2 \cdot x + 2) \cdot e^{\operatorname{arctg}(x-1)}}$.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIKA 2 - zadatci za demonstrature 19. i 20.3.2014.

4. Metodom djelomične (parcijalne) integracije odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int (1-x) \cdot \cos x \cdot dx;$

b) $\int x^2 \cdot \sin x \cdot dx;$

c) $\int \frac{x^2}{e^{2 \cdot x}} \cdot dx;$

d) $\int \sqrt[3]{x^2} \cdot \ln(\sqrt{x}) \cdot dx;$

e) $\int 4 \cdot x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx.$

5. Primjenom različitih metoda odredite sljedeće neodređene integrale:

a) $\int 4022 \cdot x^{4023} \cdot e^{x^{2012}} \cdot dx;$

b) $\int \cos \sqrt{x} \cdot dx;$

c) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} \cdot dx;$

d) $\int \operatorname{arsh} x \cdot dx.$

6. Riješite sljedeće Cauchyjeve zadaće:

a)
$$\begin{cases} F'(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \ln x, \\ F(1) = \frac{7}{16}. \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} F'(x) = \sin x \cdot \cos x \cdot e^{\cos(2 \cdot x)}, \\ F(0) = -\frac{5}{4}. \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} F'(x) = \arccos \frac{x}{2}, \\ F(-2) = -2 \cdot \pi. \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} F'(x) = \operatorname{arch}(2 \cdot x), \\ F\left(\frac{1}{2}\right) = 0. \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} F'(x) = x \cdot \operatorname{tg}(x^2 + 1), \\ F(\sqrt{2 \cdot \pi} - 1) = 1. \end{cases}$$