

1. Pokažite da je funkcija  $F$  primitivna funkcija realne funkcije  $f$  ako je:

a)  $F(x) = \frac{2}{3} \cdot x \cdot \sqrt{x} - x + 2 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \ln(\sqrt{x} + 1) - 2016^{2015}$ ,  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x} + 1}$ ;

b)  $F(t) = \frac{1}{2} \cdot \ln(t^2 + 1) - \arctg t + 2015^{2016}$ ,  $f(t) = \frac{t-1}{t^2+1}$ .

2. Odredite sljedeće neodređene integrale:

a)  $\int (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})^2 \cdot dx$ ;

b)  $\int \left( t^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt[3]{t}} - t^2 \right) \cdot dt$ ;

c)  $\int \left( \sqrt[3]{u} - \frac{1}{\sqrt[4]{u}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt[4]{u}} + \sqrt[3]{u} \right) \cdot du$ .

3. Pogodnom zamjenom odredite sljedeće neodređene integrale:

a)  $\int x \cdot (4 \cdot x - 1)^{10} \cdot dx$ ;

b)  $\int \frac{\ln^3(t+1)}{2 \cdot t + 2} \cdot dt$ ;

c)  $\int \frac{6 \cdot e^{2 \cdot w}}{e^{2 \cdot w} + 2016} \cdot dw$ .

4. Metodom djelomične integracije odredite sljedeće neodređene integrale:

a)  $\int (1-x) \cdot \cos x \cdot dx$ ;

b)  $\int 50 \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot \ln(\sqrt{u}) \cdot du$ ;

c)  $\int 4 \cdot t \cdot \arctg t \cdot dt$ .

5. Primjenom različitih metoda odredite sljedeće neodređene integrale:

a)  $\int 4030 \cdot x^{4029} \cdot e^{x^{2015}} \cdot dx$ ;

b)  $\int \cos \sqrt{t} \cdot dt$ .

6. Riješite sljedeće Cauchyjeve zadaće:

a) 
$$\begin{cases} F'(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \ln x, \\ F(1) = \frac{7}{16}. \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} G'(u) = \arccos\left(\frac{u}{2}\right), \\ G(-2) = -2 \cdot \pi. \end{cases}$$

## **REZULTATI ZADATAKA:**

Napomena: U svim rezultatima zadataka je  $C \in \mathbb{R}$  konstanta.

2.

a)  $-\frac{12}{11} \cdot x \cdot \sqrt[6]{x^5} + \frac{3}{5} \cdot x \cdot \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{2} \cdot x^2 + C;$

b)  $3 \cdot \sqrt[3]{t} - \frac{1}{5} \cdot t^5 + C;$

c)  $\frac{3}{5} \cdot u \cdot \sqrt[3]{u^2} - 2 \cdot \sqrt{u} + C.$

3. a)  $\frac{1}{192} \cdot (4 \cdot x - 1)^{12} + \frac{1}{176} \cdot (4 \cdot x - 1)^{11} + C.$

b)  $\frac{1}{8} \cdot \ln^4(t+1) + C.$

c)  $3 \cdot \ln(e^{2 \cdot w} + 2016) + C.$

4. a)  $(1-x) \cdot \sin x - \cos x + C;$

b)  $3 \cdot u \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot (5 \cdot \ln u - 3) + C;$

c)  $2 \cdot (t^2 \cdot \operatorname{arccotg} t + t + \operatorname{arccotg} t) + C.$

5. a)  $2 \cdot e^{x^{2015}} \cdot (x^{2015} - 1) + C;$

b)  $2 \cdot (\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{t} + \cos \sqrt{t}) + C.$

6. a)  $F(x) = \frac{3}{16} \cdot x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot (4 \cdot \ln x - 3) + 1;$

b)  $G(u) = u \cdot \arccos\left(\frac{u}{2}\right) - \sqrt{4-u^2}.$