

Matematički alati u elektrotehnici

Pismeni ispit

30. 6. 2015.

Obavezni zadatak. Zadana je realna funkcija $f(x) = \arctg(x \sin x)$. Izračunajte $f''(\pi)$.

Zadatak 1. Zadan je kompleksan broj $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5$. Izračunajte $\operatorname{Re}(|z| \overline{(z+1)^3})$.

Zadatak 2. Izračunajte zbroj svih članova reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\ln^2 n)}$ koji nisu manji od 10^{-5} .

Zadatak 3. Odredite sve brojeve $a \in \mathbb{R}$ za koje matrica $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & -1 & a \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}$ nije regularna.

Zadatak 4. Prikažite graf krivulje zadane izrazom $\begin{cases} x = (1 + \cos t) \sin t, \\ y = 2 - 2 \cos t \end{cases}$ za $t \in [0, 2\pi]$.

Zadatak 5. Izračunajte vrijednost određenog integrala $\int_1^{e^3} \frac{dy}{y \sqrt{1 + \ln y}}$.

Zadatak 6. Odredite Laplaceov transformat funkcije $f(x) = (x+1)e^{-2x} \sin x$. Dobiveni izraz pojednostavnite što je više moguće.

Zadatak 7. Neka je T_5 Maclaurinov polinom 5. stupnja za funkciju $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$. Izračunajte $|f(1/2) - T_5(1/2)|$ i rezultat zapišite u znanstvenom obliku. Pretpostavite da mantisa ima 5 znamenaka.

Zadatak 8. Izračunajte limes $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{t^3 + t^2 - 1}}{1 - t}$.

Zadatak 9. Zadana je matrica $A = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$. Izračunajte zbroj elemenata matrice $B = \cos\left(\arcsin\left(\frac{1}{2}A\right)\right)$.

Zadatak 10. Neka je $y(x)$ jedinstveno rješenje Cauchyevog problema $\begin{cases} 3(y' - y) = y^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$
Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$.

Rješenja zadataka

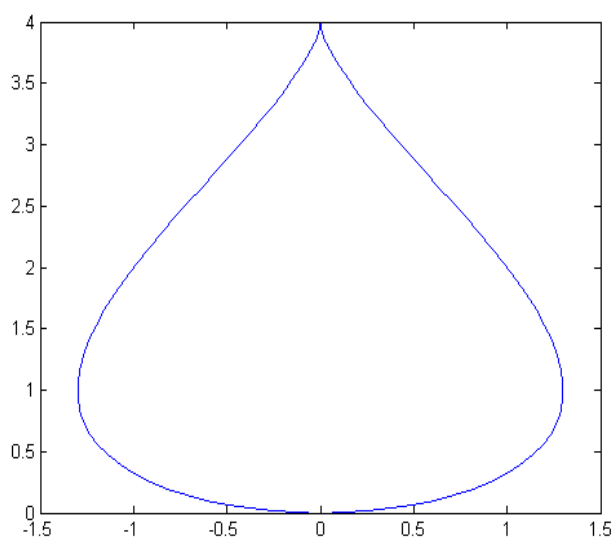
Obavezni zadatak. -2

Zad. 1. -2

Zad. 2. 2.0269

Zad. 3. $a = 1$

Zad. 4. Zadana krivulja prikazana je na donjoj slici.



Zad. 5. 2

Zad. 6. $\frac{(s+3)^2}{(s^2+4s+5)^2}$

Zad. 7. 1.00029×10^{-2}

Zad. 8. $\frac{5}{3}$

Zad. 9. 2.866

Zad. 10. -3