Zadatak 1.

Na segmentu $[-3,3]$ nacrtajte graf funkcije $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$.

Zadatak 2.

Grafički odredite skup svih polova funkcije $f(x)=\frac{x^2+3}{2\cdot x-x^2-x^3}$ koji pripadaju segmentu $[-3,3]$.

Zadatak 3.

Na istoj slici nacrtajte grafove funkcija $f(x)=x^2-x+1$, $g(x)=\ln(x+1)+1$ i $h(x)=e^{2\cdot x}$ na segmentu $[-0.5,1.5]$. U kojoj se točki sijeku dobivene krivulje?

Zadatak 4.

Nacrtajte graf funkcije implicitno definirane jednadžbom $x\cdot y\cdot\sin\left(x^2+y^2\right)=1$ za $x,y\in[-8,8]$.

Zadatak 5.

Nacrtajte ravninsku krivulju implicitno definiranu jednadžbom $16\cdot x^2+9\cdot y^2=144$. Iz dobivene slike odredite raspon vrijednosti varijable *x*, odnosno varijable *y*.

Zadatak 6.

Na segmentu $[\pi,3\cdot\pi]$ nacrtajte krivulju (tzv. *cikloidu*) parametarski zadanu s $\begin{cases} y=1-\cos t, \\ x=t-\sin t \end{cases}$.

Zadatak 7.

Nacrtajte krivulju parametarski zadanu s $\begin{cases} x=5\cdot\sin(8\cdot t)\cdot\cos t, \\ y=5\cdot\sin(8\cdot t)\cdot\sin t. \end{cases}$ Iz dobivene slike odredite raspon vrijednosti varijable *x*, odnosno varijable *y*.

Zadatak 8.

Zadane su funkcije $f_1(t) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) + 3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$ i $f_2(t) = 4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$. Nacrtajte grafove funkcija $f_1, f_2, f_1 + f_2$ i $f_1 \cdot f_2$ na segmentu $[0, 5 \cdot \pi]$. Grafove prikažite na različitim slikama u sastavu istoga prozora.

Zadatak 9.

Signali f, g i h zadani su pravilima $f(t) = 2 \cdot \sin\left(8 \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$, $g(t) = 3 \cdot e^{-0.2 \cdot t}$ i $h(t) = (f \cdot g)(t)$. Promatramo sva tri signala na segmentu $[0, 4 \cdot \pi]$. Nacrtajte grafove svih triju signala na različitim slikama u sastavu istoga prozora.

Zadatak 10.

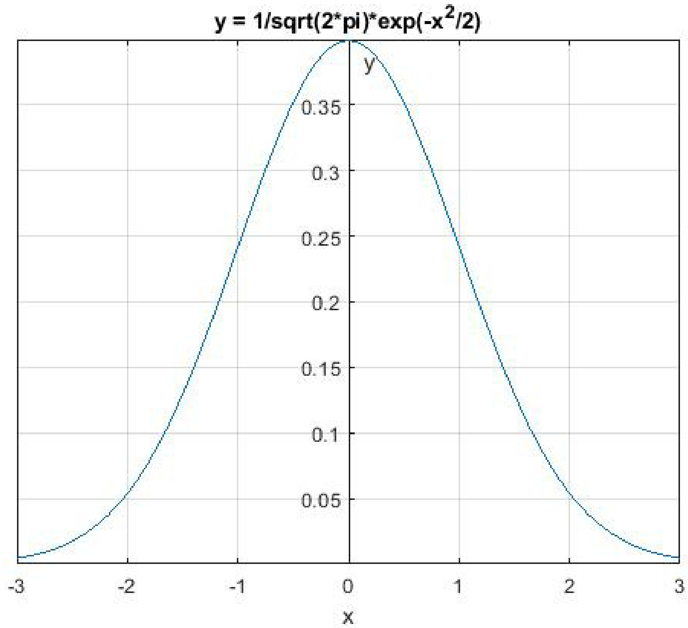
Funkcija f definirana je pravilom

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ za } x < 0; \\ -\frac{1}{2} \cdot x^2 + \sqrt{2} \cdot x, \text{ za } x \in \left[0, \sqrt{2}\right]; \\ 1, \text{ za } x > \sqrt{2}. \end{cases}$$

Nacrtajte graf funkcije f na segmentu $[-2, 2]$.

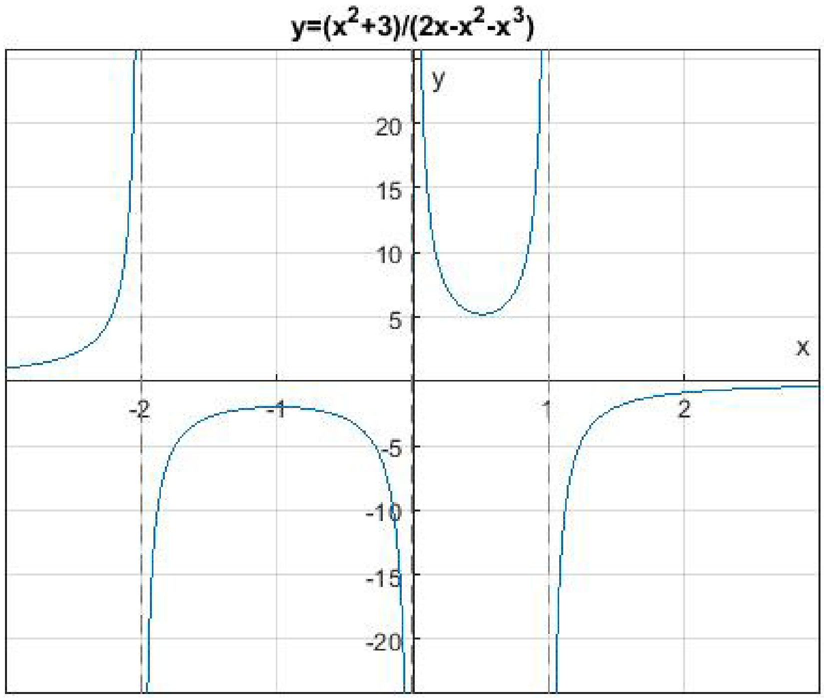
Rezultati zadataka

1. Vidjeti sliku 1.



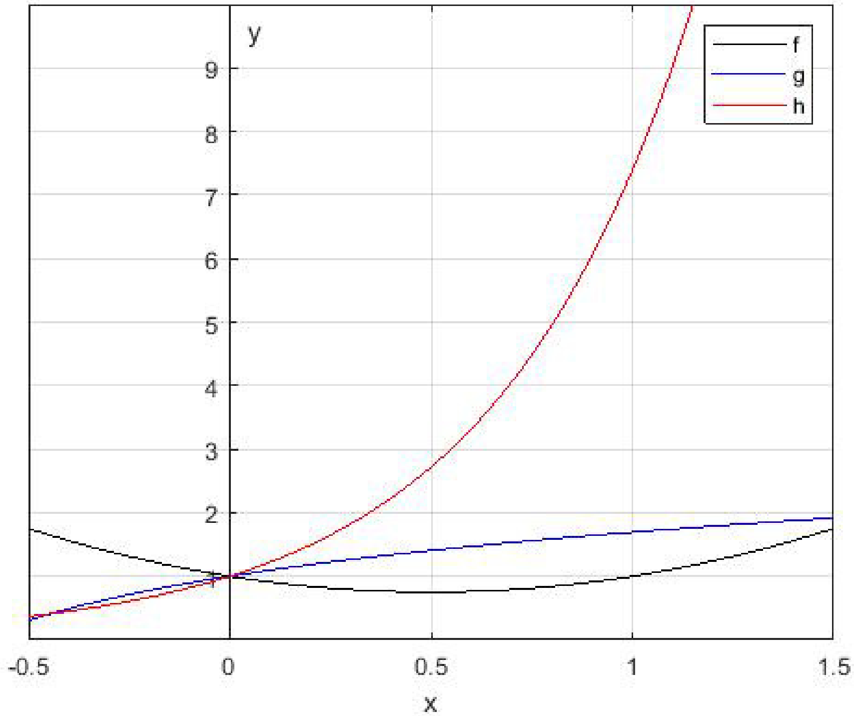
Slika 1.

2. Traženi je graf prikazan na slici 2. Polovi su $x_1 = -2$, $x_2 = 0$ i $x_3 = 1$.



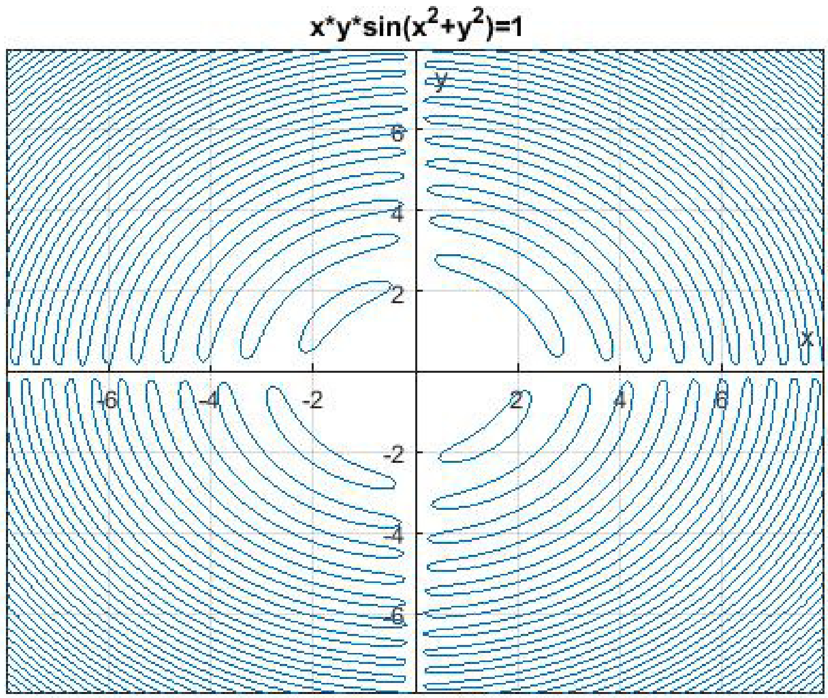
Slika 2.

3. Tražene krivulje su prikazane na slici 3. One se sijeku u točki $S = (0,\ 1)$.



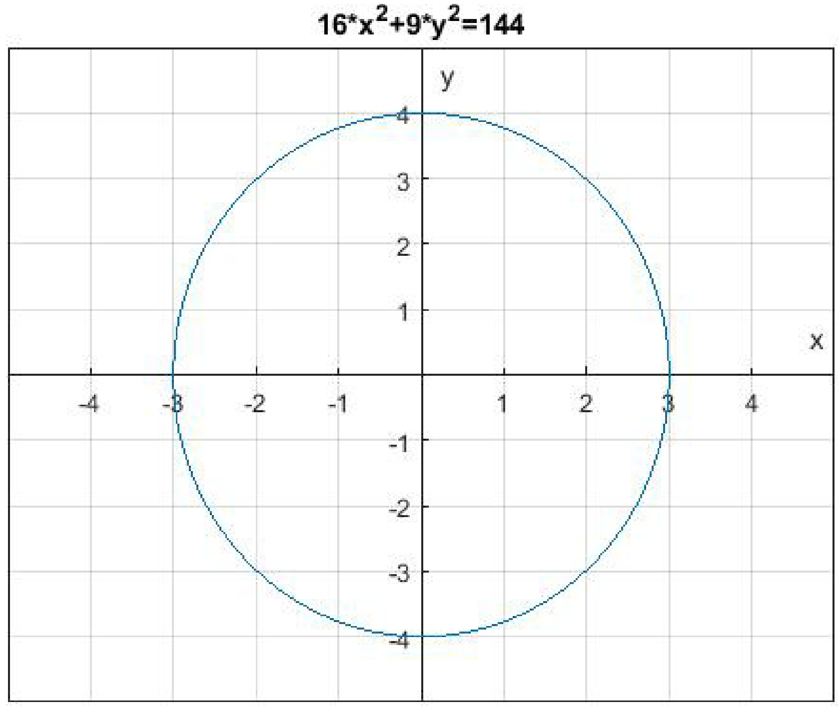
Slika 3.

4. Vidjeti sliku 4.



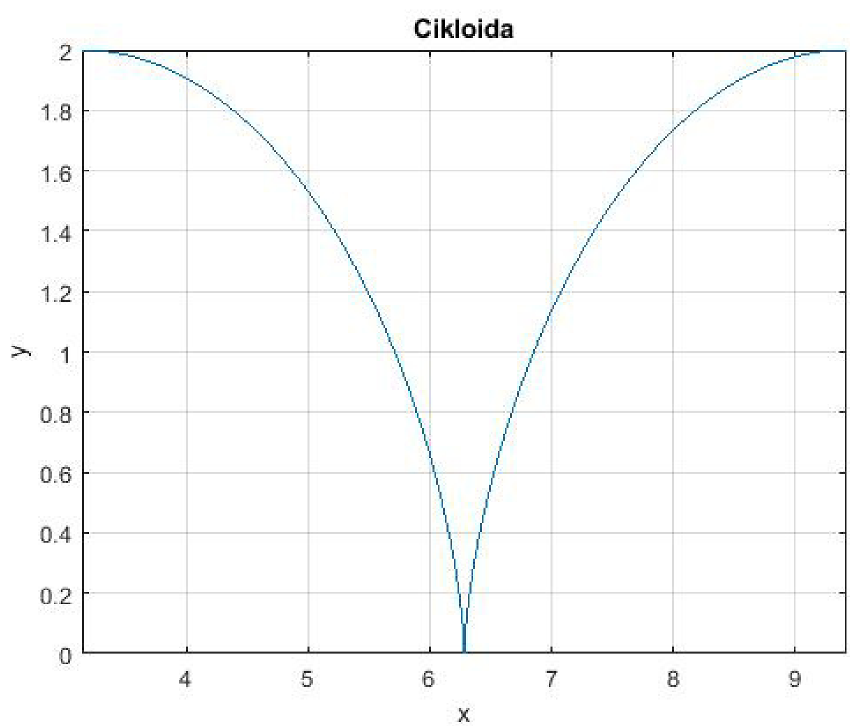
Slika 4.

5. Vidjeti sliku 5. $x \in [-3, 3]$, $y \in [-4, 4]$.



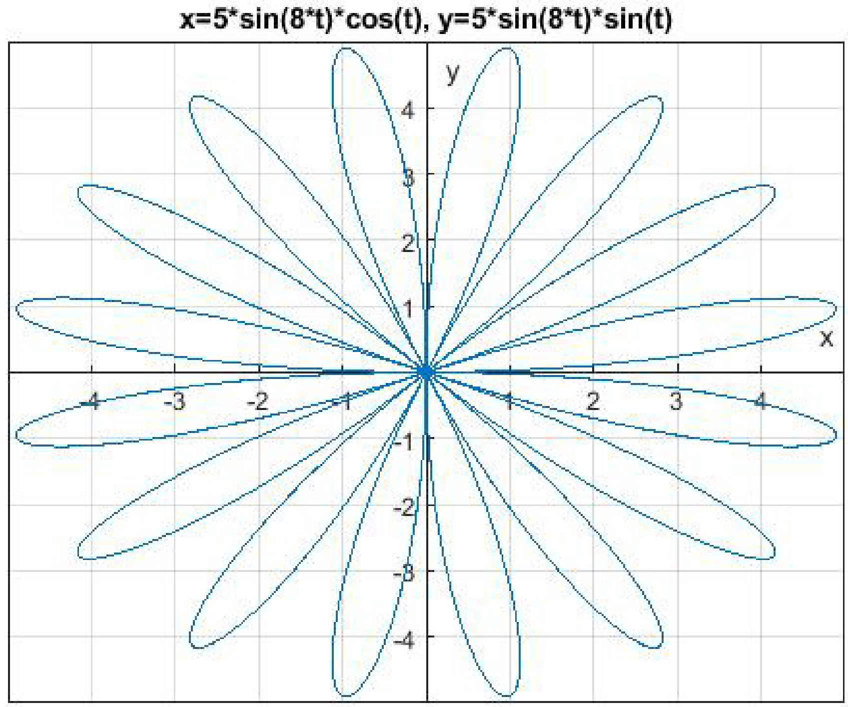
Slika 5.

6. Vidjeti sliku 6.



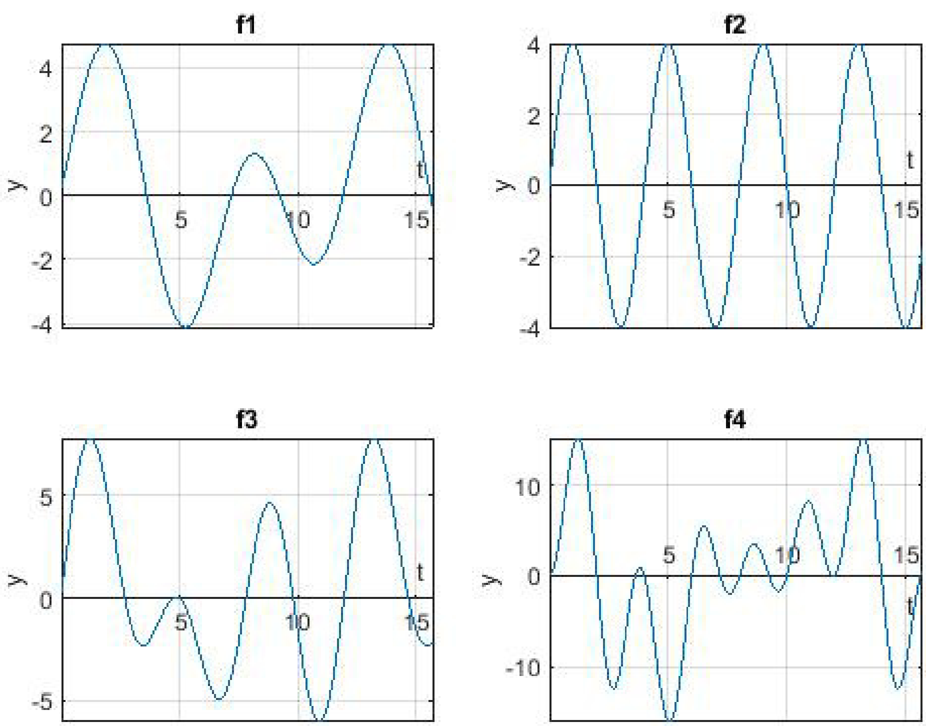
Slika 6.

7. Vidjeti sliku 7. x, $y \in [-5, 5]$.



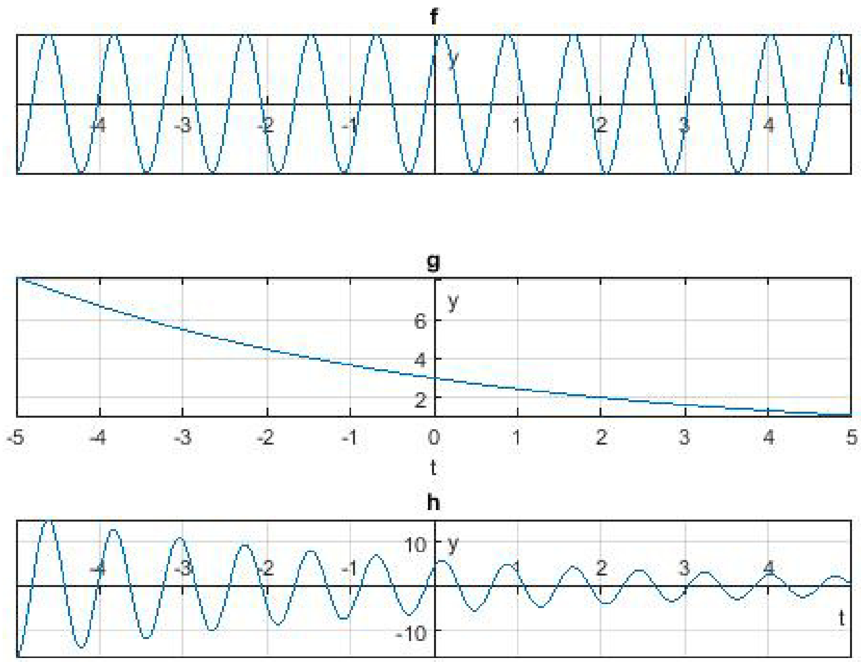
Slika 7.

8. Vidjeti sliku 8.



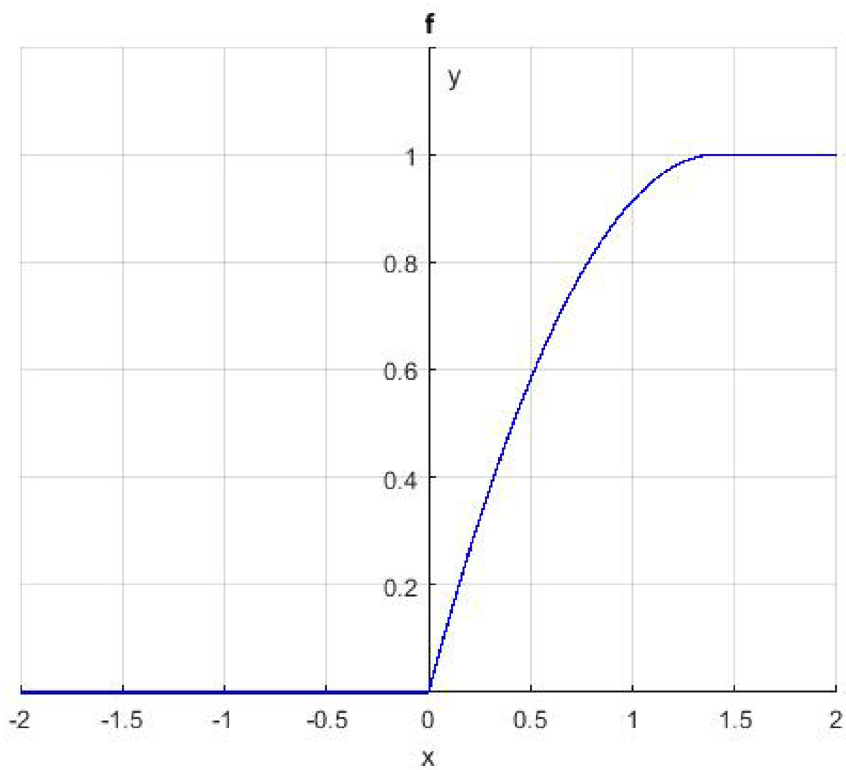
Slika 8.

9. Vidjeti sliku 9.



Slika 9.

10. Vidjeti sliku 10.



Slika 10.

Komentari/objašnjenja programskih kodova

z1.m

Graf realne funkcije definirane na segmentu možemo nacrtati koristeći osnovne ugrađene funkcije `plot` ili `fplot`. Osnovna razlika u primjeni tih funkcija je omogućavanje crtanja tzv. *anonimnih funkcija*. Konkretno, prilikom primjene funkcije `plot` sami određujemo ukupan broj točaka grafa definirajući matricu u kojoj su pohranjene vrijednosti nezavisne varijable (x, t i sl.). Prilikom primjene funkcije `fplot` to nije nužno.

U ovom zadatku nema nikakvih razloga za kompliciranje. Kraći i jednostavniji način je koristiti funkciju `fplot`. Najprije objasnimo što su anonimne funkcije. Ukratko i u bitnom, to su funkcije koje nisu pohranjene u nekoj programskoj datoteci, nego su povezane s varijablom tipa `function_handle` (funkcijska varijabla). Ta povezanost omogućuje prijenos funkcije kao ulazne varijable za drugu funkciju, prilagodbu i izbor funkcije odgovarajućega tipa ulazne varijable itd. Osnovni nedostatak anonimnih funkcija je sadržavanje točno jedne izvršne naredbe.

Pogledajmo strukturu prvoga retka koda. Prvi argument funkcije `fplot` je funkcijska varijabla x. Ona je zadana koristeći znak @. Nakon toga zadajemo pravilo funkcije koju želimo nacrtati. Pritom posebno ističemo: **sve operacije koje koristimo prilikom zadavanja funkcije su operacije po točkama**, a ne matrične operacije. Zbog toga je izraz $-\frac{x^2}{2}$ zadan kao `-x.^2/2`. Iza pravila funkcije f stavljamo zarez, pa potom unosimo segment (u uobičajenom zapisu) na kojemu crtamo graf funkcije. **Redoslijed argumenata funkcije `fplot` ne smije se mijenjati**. Izvršenjem ovoga retka koda dobit ćemo traženi graf.

Crtamo li pravokutni koordinatni sustav na papiru, koordinatne osi će se uvijek sjeći u ishodištu. Međutim, MATLAB crta koordinatni sustav tako da se njegove osi ne sijeku u ishodištu, nego u točki čija je prva koordinata donja granica segmenta na kojemu crtamo graf funkcije. Da bismo izbjegli ovakvu situaciju, u retcima 2. – 4. postavljamo pravokutni koordinatni sustav tako da se njegove koordinatne osi sijeku u ishodištu. Koordinatne osi pritom tretiramo kao anonimne objekte.

Kad crtamo graf na papiru, odgovarajućim slovima označavamo koordinatne osi. Također, sami određujemo mjerilo na svakoj koordinatnoj osi. Crtamo li npr. graf funkcije $f(x) = \sin x$ na segmentu $[0, 2 \cdot \pi]$, onda na osi apscisa najčešće naznačujemo točke pridružene realnim brojevima $\frac{\pi}{2}$, π i $\frac{3}{2}\cdot\pi$, a ne 0, 1, 2 i dr., pa kao mjernu jedinicu uzimamo razmak između točaka pridruženim brojevima 0 i $\frac{\pi}{2}$. Na osi ordinata takav postupak nije potreban: dovoljno je naznačiti kojim točkama su pridruženi brojevi 0 i 1, pa točke pridružene drugim realnim brojevima odrediti koristeći jediničnu dužinu (tj. dužinu kojoj su krajevi točke pridružene brojevima 0 i 1).

U ovome ćemo zadatku graf dodatno „ušminkati" na sljedeći način. Uključit ćemo koordinatnu mrežu koristeći opciju `grid on`. Ona je vrlo korisna ako iz grafa treba nešto očitati (npr. najmanju i/ili najveću vrijednost neke funkcije i sl.). Potom ćemo **iznad** slike napisati jednadžbu nacrtane krivulje koristeći ugrađenu funkciju `title`. Naposljetku, uz svaku koordinatnu os napisat ćemo njezin naziv: naziv osi apscisa upisat ćemo koristeći urađenu funkciju `xlabel`, a naziv osi ordinata koristeći ugrađenu funkciju `ylabel`. Obje ove funkcije kao jedini argument imaju odgovarajuće nazive koji **moraju** biti navedeni **pod znakovima apostrofa**.

Kako bismo ovaj zadatak riješili koristeći funkciju `plot`? Programski kod nije težak:

```
x=linspace(-3,3,10000);
y=1/sqrt(2*pi)*exp(-x.^2/2);
plot(x,y);
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
grid on;
title('y = 1/sqrt(2*pi)*exp(-x^2/2)');
xlabel('x');
ylabel('y');
```

Ovdje se izvrsno vidi sva korisnost primjene operacija po točkama. U prvom retku koda definirali smo matricu vrijednosti nezavisne varijable x. Kreirali smo konačan aritmetički niz s ukupno 10 000 članova kojemu je prvi član jednak -3, a posljednji 3. Potom smo za svaki član toga niza izračunali pripadnu vrijednost funkcije f, odnosno varijable y. Naposljetku, koristeći funkciju `plot` „uparili" smo vrijednost nezavisne varijable s pripadnom vrijednošću funkcije f, te ucrtali odgovarajuću točku u pravokutni koordinatni sustav u ravnini. Dakle, u ovom slučaju naš graf se sastoji od točno 10 000 različitih točaka. One su poredane toliko gusto da naše oko ne može uočiti sićušan razmak između svake dvije susjedne točke grafa.

Pitanja za razmišljanje: Što bi trebalo promijeniti u kodovima da je nezavisna varijabla bila označena s t? Što bi trebalo promijeniti u gornjem kodu ako bi nam bilo dovoljno ucrtati 1000 točaka?

Zaključno napomenimo da MATLAB omogućava crtanje grafa funkcije i u slučajevima kad vrijednosti nezavisne varijable ne tvore aritmetički niz. Takvi slučajevi se pojavljuju npr. kad su te vrijednosti određene generatorom slučajnih brojeva, nekom statističkom razdiobom i sl. U tu se svrhu koriste ugrađena funkcija `rand` i njezine „izvedenice".

Pitanja za razmišljanje: Iz grafa približno odredite globalne ekstreme funkcije *f*. Odredite prirodnu domenu funkcije *f*, pa razmislite kako biste provjerili jesu li određeni globalni ekstremi te funkcije na zadanom segmentu ujedno i globalni ekstremi funkcije *f* na njezinoj prirodnoj domeni.

Pitanja za razmišljanje: Promotrite dobiveni graf. Jesu li na koordinatnim osima odabrane iste mjerne jedinice među uzastopnim točkama? Ako nisu, koliki je razmak između uzastopnih prikazanih točaka na osi apscisa, a koliki na osi ordinata? Ima li smisla zahtijevati da ti razmaci budu međusobno jednaki, tj. da, ako su na osi apscisa prikazane točke s apscisama 0, 1, 2, 3, …, onda i na osi ordinata moraju biti prikazane točke s ordinatama 0, 1, 2, 3, …? Objasnite svoje odgovore.

z2.m

U ovom zadatku trebamo grafički odrediti polove racionalne funkcije koji pripadaju nekom segmentu. Podsjetimo, polovi racionalne funkcije su sve realne nultočke njezina nazivnika. Te bismo nultočke uobičajeno odredili koristeći ugrađenu funkciju `solve` koja rješava (ne)algebarske jednadžbe, ali korisno je znati i kako te nultočke možemo „očitati" iz grafa funkcije.

Dodatno se trebamo prisjetiti da za svaki pol c racionalne funkcije f vrijede relacije $\lim\limits_{x\to c-} f(x),\ \lim\limits_{x\to c+} f(x) \in \{-\infty, +\infty\}$. Grubo govoreći, s obje strane točke c graf funkcije f „bježi u beskonačnost" (ne nužno u „istu" beskonačnost). Upravo to svojstvo omogućuje nam da iz grafa „očitamo" sve polove racionalne funkcije koji pripadaju nekom segmentu. Iz toga razloga bit će vrlo korisno uključiti i opciju `grid on`.

U ovakvome je slučaju vrlo primjereno koristiti funkciju `fplot`. Koristimo je potpuno analogno kao u rješenju zadatka 1. Prilikom njezina pozivanja moramo pripaziti da brojnik i nazivnik racionalne funkcije zapišemo unutar okruglih zagrada.

Dobiveni graf potom „ušminkamo" analogno kao u rješenju zadatka 1. Koordinatne osi postavimo tako da se sijeku u ishodištu, uključimo koordinatnu mrežu, iznad grafa napišemo njegovu jednadžbu, a uz svaku koordinatnu os navedemo njezinu oznaku.

Pitanje za razmišljanje: Na dobivenoj slici su, osim grafa, ucrtane i sve uspravne asimptote na taj graf (na zadanom segmentu). Odredite njihove jednadžbe.

z3.m

U ovom zadatku na **istoj** slici trebamo nacrtati grafove triju različitih funkcija definiranih na **istom** segmentu. Zbog toga moramo koristiti ugrađenu funkciju `plot` jer funkcija `fplot` ne omogućuje crtanje više grafova na istoj slici, odnosno u istom pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini.

Da bismo mogli primijeniti funkciju `plot`, najprije moramo definirati matricu vrijednosti nezavisne varijable x. To činimo koristeći ugrađenu funkciju `linspace`. Time će svaki od triju grafova koje ćemo nacrtati imati ukupno 10 000 točaka. Potom definiramo tri matrice vrijednosti funkcija (`y1` za funkciju f, `y2` za funkciju g i `y3` za funkciju h). Uočite da su sve tri matrice dobivene primjenom odgovarajućih operacija po točkama na elementima matrice `x`.

Ponovimo i istaknimo: prilikom crtanja grafova **uvijek** se provode operacije **po točkama**. Kod zbrajanja, oduzimanja i množenja sa skalarom operacije po točkama podudaraju sa uobičajenim matričnim operacijama zbrajanja, oduzimanja i množenja sa skalarom. Međutim, operacija množenja po točkama **ne podudara se** s operacijom množenja matrica, pa treba biti oprezan.

Kad crtamo grafove barem dviju funkcija na istoj slici, prirodno je nacrtati ih različitim bojama. Funkcija `plot` omogućuje nam i definiranje boje kojom će biti nacrtan određeni graf. Tako `'k'` označava crnu boju, `'b'` plavu, a `'r'` crvenu. Potpun popis svih boja, njihovih oznaka i drugih grafičkih oznaka koje se mogu uvrstiti kao argumenti funkcije `plot` možete vidjeti pozivanjem pomoći za funkciju `plot`, tj. utipkavanjem `help plot`.

Promotrimo kako smo crtali tražene grafove. Kao prva tri argumenta funkcije `plot` upisali smo `x,y1,'k'`, što znači da će graf funkcije f biti nacrtan crnom bojom. Potom smo upisali `x,y,2,'b'`, što znači da će graf funkcije g biti nacrtan plavom bojom. Pritom smo **ponovno** morali upisati i matricu vrijednosti nezavisne varijable x. Najčešća pogreška je upravo izostavljanje te matrice. MATLAB ne može znati s čim treba „upariti“ matricu `y2`, pa zato moramo navesti i matricu `x`. Naposljetku, kao posljedica unosa `x,y3,'r',` graf funkcije h bit će nacrtan crvenom bojom.

Iz dobivene slike je potrebno očitati koordinate sjecišta svih triju krivulja. Zbog toga je u ovom slučaju nužno prikazati koordinatnu mrežu, odnosno uključiti opciju `grid on`.

U sedmom retku koda koristimo funkciju `axis` pomoću koje zadajemo najmanju i najveću vrijednost na svakoj od koordinatnih osi. Prema sintaksi funkcije `axis`, najprije se zadaju najmanja i najveća vrijednost na osi apscisa, a potom najmanja i najveća vrijednost na osi ordinata. Te vrijednosti općenito ne možemo unaprijed znati. Međutim, možemo ih naknadno dodati u kod nakon što dobijemo prvu („radnu“) verziju grafa.

Da bismo posve jasno znali koja boja je korištena za koju krivulju, u sedmom retku koristimo ugrađenu funkciju `legend`. Unutar te funkcije **pod znakovima apostrofa** navodimo oznaku svake funkcije, i to točno onim redoslijedom kojim smo ih navodili u sintaksi funkcije `plot`. Tako će se u gornjem desnom kutu pojaviti legenda čija je osnovna svrha definirati koja boja odgovara kojoj funkciji. Legendu je moguće premjestiti u gornji lijevi kutak, donji lijevi kutak itd., ali obično se navodi upravo u gornjem desnom kutu, pa opcije njezina „premještaja“ ovdje nećemo razmatrati.

Budući da su na ovoj slici prikazani grafovi točno triju različitih funkcija, iznad slike nije naveden naslov.

Zaključno, napomenimo sljedeće. Sjecište svih triju grafova je točka s cjelobrojnim koordinatama koje je vrlo lako očitati. Međutim, može se dogoditi da sjecište ima barem jednu necjelobrojnu koordinatu. U tom slučaju koristeći zumiranje dostupno u izborniku *Tools* na otvorenoj slici možemo višekratno zumirati okolinu „sporne“ točke i sve točnije i točnije određivati njezine koordinate. Ipak, u takvim je slučajevima bolje smanjivati širinu polaznoga segmenta uz ispravke donje i gornje granice segmenta.

z4.m

U ovom zadatku naučit ćemo kako pomoću ugrađene funkcije `fimplicit` možemo nacrtati graf bilo koje **implicitno zadane** funkcije. Podsjetimo, u *Matematici* 1 naučili smo derivirati takve funkcije i izračunati vrijednost derivacije u konkretnoj točki. Međutim, nismo ih mogli nacrtati (osim u posebnim slučajevima krivulja 2. reda) jer smo za crtanje trebali funkcije zadane u eksplicitnom obliku. U MATLAB-u, međutim, možemo crtati i tako zadane funkcije.

Analogno kao i funkcija `fplot`, i funkcija `fimplicit` kao svoje varijable ima funkcijske varijable i anonimne funkcije. U ovom slučaju imamo dvije varijable tipa `function_handle`: to su x i y. Zbog toga prilikom poziva funkcije `fimplicit` najprije iza znaka @ trebamo navesti obje te varijable. Potom zadajemo pravilo implicitno zadane funkcije. Pritom MATLAB pretpostavlja da je desna strana toga pravila jednaka nuli. Zbog toga jedinicu sa desne strane polaznoga pravila moramo pisati na lijevoj strani. Nakon što upišemo pravilo, zadajemo segment na kojemu treba nacrtati graf. Ako x i y pripadaju različitim segmentima, onda, analogno kao u rješenju zadatka 3., unutar uglate zagrade najprije navodimo najmanju i najveću vrijednost varijable x, a potom najmanju i najveću vrijednost varijable y. No, u ovom zadatku obje varijable pripadaju istom segmentu, pa je zbog toga dovoljno navesti upravo taj segment (bez ponavljanja granica).

Pitanje za razmišljanje: Iz programskoga koda izostavite dio koji se odnosi na centriranje koordinatnoga sustava tako da se koordinatne osi sijeku u ishodištu. Potom izvršite tako dobiveni kod. Usporedite dobivene rezultate, te uočite sličnosti i razlike.

z5.m

Zadatak se rješava potpuno analogno prethodnom zadatku uz korištenje funkcije `fimplicit`. Da bismo mogli precizno odrediti raspon vrijednosti svake varijable, nakon prvoga izvršenja koda kao argument funkcije `fimplicit` na posljednje mjesto treba dodati segment [-5, 5].

Pitanje za razmišljanje: Uočite što se događa s točkama istaknutima na koordinatnim osima ako segment [-5, 5] promijenite u [-6, 6]. O kojoj se krivulji 2. reda ovdje radi?

z6.m i z7.m

U ovim zadacima pokazat ćemo kako najjednostavnije nacrtati graf parametarski zadane funkcije. Osnovna ideja je vrlo jednostavna: treba zasebno definirati svaku od anonimnih funkcija kojom su zadane varijable x i y, pa potom primijeniti funkciju `fplot`. S obzirom da u zadatku 7. nije zadan segment na kojemu treba nacrtati zadanu funkciju, MATLAB će u rješenju toga zadatka koristiti svoj početno zadani segment [-5, 5].

Ponovimo i još jednom istaknimo kako se zadaju anonimne funkcije. Najprije se napiše oznaka funkcije, npr. `xt` (**nikako:** `x(t)` – taj izraz ima sasvim drugo značenje u MATLAB-u!). Potom se iza znaka = navede znak @. S njim se radi kao i sa svakom drugom ugrađenom funkcijom u MATLAB-u: unutar okruglih zagrada popišu se oznake svih korištenih funkcijskih varijabli (tipa `function_handle`). Potom se navede pravilo anonimne funkcije poštujući sintakse ugrađenih funkcija i shvaćajući algebarske operacije kao operacije po točkama.

Pitanje za razmišljanje: Riješite oba zadatka koristeći funkciju `plot`. U oba zadatka pretpostavite da je dovoljno nacrtati 10 000 točaka grafa, dok u 7. zadatku pretpostavite da je $t \in [-5, 5]$. Uočite sličnosti i različitosti među dobivenim rješenjima.

z8.m

U ovom ćemo zadatku naučiti kako prikazati grafove na različitim slikama u sastavu istoga prozora. U tu ćemo svrhu koristiti funkciju `subplot`. No, najprije pojasnimo prva četiri retka koda. Funkcije f_1, f_2, f_3 i f_4 zadajemo kao anonimne funkcije čija je varijabla t tipa `function_handle`. Prve dvije funkcije su zadane uobičajeno koristeći ugrađenu funkciju `sin`. Treća funkcija dobivena je iz prve dvije prema definiciji zbroja dviju funkcija:

$$(f_1 + f_2)(t) := f_1(t) + f_2(t).$$

Pritom iza oznake funkcije moramo napisati oznaku nezavisne varijable. To činimo prilikom definiranja **svake** anonimne funkcije bez obzira na pravilo te funkcije. Naposljetku, četvrta funkcija dobivena je iz prve dvije prema definiciji umnoška dviju funkcija:

$$(f_1 \cdot f_2)(t) := f_1(t) \cdot f_2(t).$$

Upravo zbog te definicije **moramo** koristiti operaciju množenja po točkama, odnosno ne možemo napisati `f4=@(t) f1(t)*f2(t)`.

Primjedba 1. Netom navedeni redak zapravo možemo napisati u kodu. Međutim, prilikom izvršenja koda MATLAB će ispisati poruku: „*Function behaves unexpectedly on array inputs. To improve performance, properly vectorize your function to return an output with the same size and shape as the input arguments.*“. Pojednostavljeno prevedeno, trebamo ispravno vektorizirati funkciju tako da izlazne veličine imaju jednake dimenzije kao i ulazni argumenti. To znači da matrično množenje treba zamijeniti množenjem po točkama.

Nakon što smo definirali polazne četiri (anonimne) funkcije, prelazimo na crtanje njihovih grafova. Prilikom dosadašnjega izvođenja funkcija `fplot` i `fimplicit` otvorio se novi prozor u kojemu je bio prikazan traženi graf funkcije. Nismo imali dojam da je u tim slučajevima prozor zapravo jednoretčana matrica i da nam je prikazan jedini element te matrice. Koristeći funkciju `subplot`, taj ćemo prozor shvatiti kao matricu tipa (m, n) u kojoj možemo pohraniti ukupno $m \cdot n$ elemenata i svaki od tih elemenata bit će graf neke funkcije.

Kako u takvom slučaju pristupiti svakom pojedinom elementu? Jednostavno: elemente označavamo uvijek slijeva nadesno prirodnim brojevima od 1 do $m \cdot n$. Npr. ako su $m = 3,\ n = 2$, onda će u prvom retku imamo elemente označene brojevima 1, 2 i 3, a u drugom elemente 4, 5 i 6.

Dakle, što dobivamo izvršenjem retka 5. retka programskoga koda? Prvi argument funkcije `subplot` je ukupan broj redaka na koje je podijeljen prozor, drugi argument ukupan broj stupaca, a treći element kojega želimo definirati. U ovome je slučaju prozor zapravo matrica reda 2, pa izvršenje 5. retka definiramo prvi element te matrice (tj. element na presjeku prvoga retka i prvoga stupca). Njega i njegova svojstva precizno definiramo u retcima 6. – 13. Graf anonimne funkcije f_1 na segmentu $[0, 5 \cdot \pi]$ crtamo koristeći ugrađenu funkciju `fplot`, a sad već uobičajeno ga „dotjerujemo“ centriranjem koordinatnoga sustava, dodavanjem oznaka uz svaku koordinatnu os i dodavanjem naslova.

Kad popunjavamo neku matricu, to možemo učiniti na dva načina: popunjavanjem po retcima ili popunjavanjem po stupcima. Funkcija `subplot` predviđa popunjavanje po retcima. Dakle, `subplot(2,2,2)` će omogućiti popunjavanje elementa označenoga brojem 2, a to je element na presjeku prvoga retka i drugoga stupca. Ondje ćemo smjestiti anonimne funkcije f_2 na segmentu $[0, 5 \cdot \pi]$. U retcima 15. – 22. definiramo taj graf, te ga „dotjerujemo“ potpuno analogno kao što smo to učinili za graf anonimne funkcije f_1 na segmentu $[0, 5 \cdot \pi]$.

Na potpuno analogan način popunjavamo preostala dva elementa matrice, tj. elemente označene brojevima 3 i 4. Element označen brojem 3 bit će graf anonimne funkcije f_3 na segmentu $[0, 5 \cdot \pi]$, a element označen brojem 4 bit će graf anonimne funkcije f_4 na segmentu $[0, 5 \cdot \pi]$.

Pitanje za razmišljanje: Na koliko se načina broj 4 može napisati kao umnožak dvaju prirodnih brojeva, pri čemu je bitno koji faktor je prvi, a koji drugi? Koji smo od tih načina primijenili u ovom zadatku? Utvrdite što se dobiva primijenimo li svaki od ostalih načina. Usporedite sličnosti i razlike u dobivenim rješenjima.

z9.m

Ovaj zadatak se rješava potpuno analogno kao i prethodni, s tim da trebamo nacrtati ukupno tri grafa. Broj 3 možemo napisati kao umnožak dvaju prirodnih brojeva na točno dva načina: kao $3 \cdot 1$ i kao $1 \cdot 3$. U programskom kodu primijenjen je prvi rastav, tj. formirana je matrica tipa (3, 1) čiji su elementi grafovi zadanih funkcija. U zadatku nije naveden segment na kojemu treba nacrtati svaki pojedini graf, pa je MATLAB crtao grafove koristeći početno zadani segment [-5, 5].

Pitanje za razmišljanje: Preradite programski kod tako da u rješenju bude korištena matrica tipa (1, 3). Uočite sličnosti i razlike među dobivenim rješenjima.

z10.m

U ovom zadatku trebamo nacrtati graf funkcije definirane na segmentu, ali po dijelovima. Takve funkcije koristit ćete u 3. semestru rješavajući zadatke iz predmeta *Vjerojatnost i statistika*, a upoznali ste ih na predmetu *Matematika* 1. Možemo li primijeniti ideju iz zadatka 3. u kojemu smo također crtali grafove triju funkcija? Nažalost, ne možemo jer se pravila koja su zadana u zadatku **ne odnose na isti segment** kao što je to bilo u zadatku 3. Što onda učiniti?

Osnovna ideja je zapravo jednostavna. Definirat ćemo tri anonimne funkcije i nacrtati njihove grafove na segmentima na kojima su definirane te funkcije. No, ti grafovi će biti nacrtani na trima različitim slikama, a ne na jednoj slici kako zahtijeva zadatak. Zbog toga moramo primijeniti novu ugrađenu funkciju `hold`, odnosno opciju `hold on`. Ta opcija omogućuje zadržavanje prvoga nacrtanoga grafa i crtanje daljnjih grafova u istom prozoru sve do izvršenja retka s opcijom `hold off`.

Konkretno, dakle, u prvi redak upisujemo `hold on`. Time će nam biti omogućeno crtanje grafova funkcija definiranih na različitim segmentima u istom prozoru. U retcima 2. – 4. crtamo grafove triju anonimnih funkcija na uobičajen način, pri čemu dodajemo ulazne varijable `'b','Linewidth',1`. Time ćemo postići da sve nacrtane krivulje budu plave boje (što je i prirodno jer se zapravo radi o grafu **jedne** funkcije) i da budu jasnije vidljive u koordinatnom sustavu (što ćemo postići povećanjem debljine crte na 1). Kad to napravimo, uobičajeno „dotjeramo“ graf i naposljetku isključimo opciju `hold` izvršavajući posljednji redak koda.

Pitanja za razmišljanje: Uočite na koji smo način u kodu definirali konstantne funkcije. Što se dogodi ako umjesto `0*t` upišemo 0? Što se dogodi ako umjesto `1+t-t` upišemo 1? Izvršite tako dobiveni kod i uočite sličnosti i razlike između dobivenih rješenja. Pokušajte objasniti zašto je bolje upisati `0*t`, a ne 0.

Pitanja za razmišljanje: Može li se zadatak ispravno riješiti bez korištenja anonimnih funkcija, odnosno korištenjem funkcije `plot`? Ako može, napišite odgovarajući programski kod i detaljno objasnite svaki njegov redak. Ako ne može, precizno objasnite svoj odgovor.

Domaća zadaća

1. Grafički odredite skup svih polova racionalne funkcije $f(x)=\dfrac{1}{x^3-2\cdot x^2+x}$ koji pripadaju segmentu [–2, 4].

Rješenje: Traženi skup je ______________________________.

2. Grafički_odredite sve zajedničke točke krivulja $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ i $y=x^2$ na segmentu [–2, 2].

Rješenje: Tražene točke su ______________________________.

3. Nacrtajte tzv. *luckastu krivulju* zadanu jednadžbom $y^2=5\cdot\left(x^4-x^6\right)$, za $x, y\in[-1,1]$.

4. Nacrtajte tzv. *Dioklovu cisoidu* zadanu jednadžbom $\begin{cases} x=2\cdot\sin^2 t, \\ y=2\cdot\sin^2 t\cdot\operatorname{tg} t, \end{cases}$ za $t\in\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$.

5. Funkcije $f, g:[-2,2]\to\mathbb{R}$ definirane su pravilima:

$$f(t)=\begin{cases}\cos t, \text{ za } t\in[-2,0\rangle \\ 1, \text{ za } t\in[0,2],\end{cases} \quad \text{i} \quad g(t)=\begin{cases}-1, \text{ za } t\in[-2,-1], \\ -\sin\left(\dfrac{3}{2}\cdot\pi\cdot t\right), \text{ za } t\in\langle -1,0], \\ 1-e^{t^2-2\cdot t}, \text{ za } t\in\langle 0,2].\end{cases}$$

U okviru istoga prozora nacrtajte grafove funkcija f, g, $f+g$ i $f\cdot g$.

Rezultati zadataka za domaću zadaću:

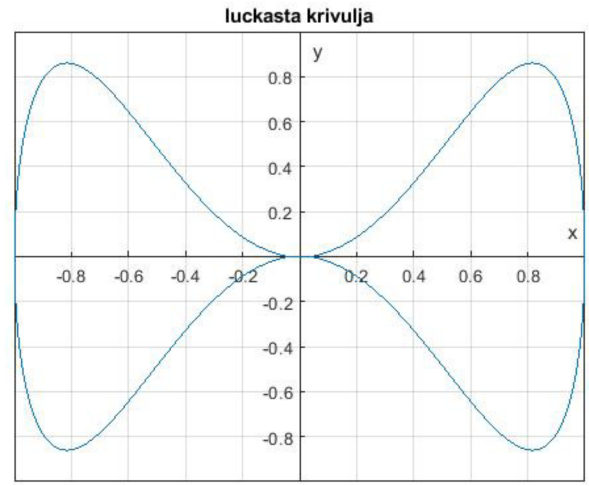
1. $S=\{0,1\}$.

2. $T_1=(-1,1)$ i $T_2=(1,1)$.

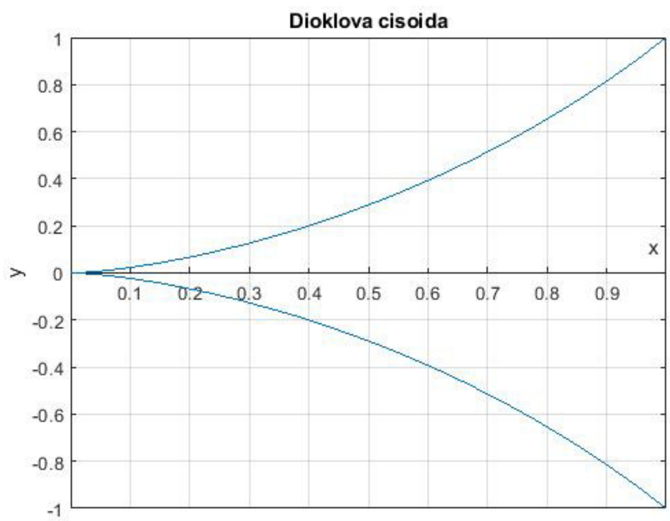
3. Vidjeti sliku 11.

4. Vidjeti sliku 12.

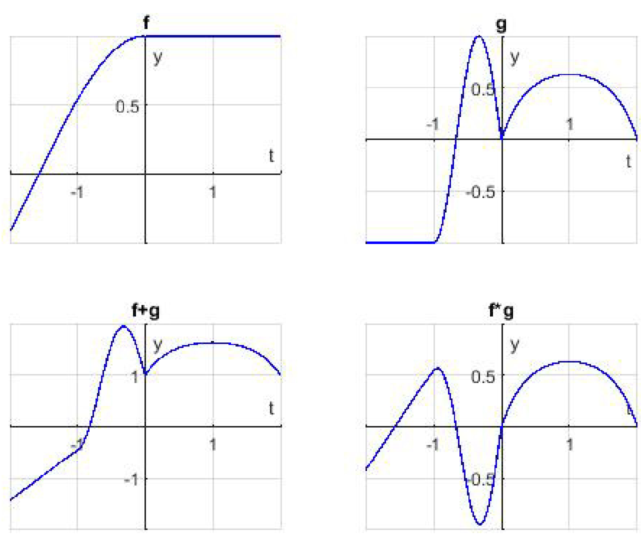
5. Vidjeti sliku 13. Na toj slici je prikazan jedan od tri moguća rasporeda rješenja. Sami odredite ostale rasporede i riješite zadatak koristeći svaki od tih rasporeda.



Slika 11.



Slika 12.



Slika 13.