



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

MATEMATIČKI ALATI U ELEKTROTEHNICI

seminarski zadatak – Integralni račun i primjene

1. Pokažite da je površina ravninskoga lika omeđenoga strofoidom $y^2 = \frac{2-x}{2+x} \cdot x^2$ na segmentu $[0, 2]$ jednaka $P = 8 - 2 \cdot \pi$ kv. jed. Nacrtajte odgovarajuću sliku.
2. S točnošću od 10^{-5} izračunajte opseg astroide definirane jednačbom $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 2$ za $x \in [0, 2]$. Nacrtajte odgovarajuću sliku.
3. Tzv. *Cayleyeva sektika* zadana je parametarskim jednačbama

$$\begin{cases} x = 8 \cdot \cos^3\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \cos t \\ y = 8 \cdot \cos^3\left(\frac{t}{3}\right) \cdot \sin t \end{cases}, t \in [0, 3 \cdot \pi].$$

- a) Nacrtajte zadanu krivulju.
- b) S točnošću od 10^{-5} izračunajte duljinu zadane krivulje i površinu ravninskoga lika kojega ona određuje.

Naputak: U rješavanju **b)** podzadatka primijenite formule za opseg O i površinu P

ravninskoga lika definiranoga parametarskim jednačbama $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$:

$$O = \int_0^{3\pi} \sqrt{\left(\frac{df}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dg}{dt}\right)^2} \cdot dt$$
$$P = \left| \int_0^{3\pi} \left(\frac{df}{dt}\right) \cdot g(t) \cdot dt \right|$$