1. **B.** Broj –2.5 možemo zapisati u obliku $-\frac{25}{10}=-\frac{25:5}{10:5}=-\frac{5}{2}$, a taj broj nije cijeli broj.

   Broj $\sqrt{5}$ je iracionalan broj, pa taj broj nije cijeli broj.

   Broj $\frac{5}{2}$ je racionalan broj koji nije cijeli broj jer broj 5 nije djeljiv brojem 2 bez ostatka.

   Broj –2 je cijeli broj, i to negativan cijeli broj.

2. **B.** Interval $\langle -1,3\rangle$ prikazuje skup svih realnih brojeva koji su strogo veći od –1 i strogo manji od 3.
   Interval $\left[-1,3\right\rangle$ prikazuje skup svih realnih brojeva koji su jednaki ili veći od –1 i strogo manji od 3.
   Segment [–1, 3] prikazuje skup svih realnih brojeva koji su jednaki ili veći od –1 i jednaki ili veći od 3.
   Interval $\left\langle -1,3\right]$ prikazuje skup naveden u zadatku.

3. **C.** Od 14. svibnja 2016. u 21 sat i 20 minuta do 15. svibnja 2016. u 00:00 sati protekla su 2 sata i 40 minuta. Od 15. svibnja 2016. u 00:00 sati do 16. svibnja 2016. u 00:00 sati protekla su 24 sata. Od 16. svibnja 2016. u 00:00 sati do 16. svibnja 2016. u 7 sati i 15 minuta proteklo je 7 sati i 15 minuta. Stoga je traženo vrijeme jednako (2 + 24 + 7) sati i (40 + 15) minuta = 33 sata i 55 minuta.

4. **C.** Prisjetimo se da je masa od 1 tone jednaka masi od 1000 kg. Stoga je masa od 7.2 tona jednaka masi od $7.2\cdot 1000=7200$ kg, a masa od 3.5 tona jednaka masi od $3.5\cdot 1000=3500$ kg. Dakle, tražena masa tereta jednaka je razlici mase kamiona s vozačem i teretom i mase koja se dobije kad se zbroje masa kamiona i masa vozača. Stoga ta masa iznosi 7200 – (3500 + 85) = 7200 – 3585 = 3615 kg.

5. **B.** Imamo redom:

$$12000\cdot(1+0.037)^5=12000\cdot 1.037^5=$$
$$=12000\cdot 1.199205970148957=14390.471641787484\approx 14390.47$$

   (Treća decimala jednaka je 1, pa stoga prve dvije decimale prepisujemo.)

6. **C.** Imamo redom:

$$(3.2+4.7)+\frac{1}{2}\cdot(3.2\cdot 4.7)=7.9+\frac{1}{2}\cdot 15.04=7.9+7.52=15.42.$$

7. **C.** Neka je m tražena masa šećera. Obujam soka i masa šećera su upravno razmjerne veličine, pa možemo postaviti razmjer:

$$100 : 4.6 = 250 : m.$$

   Taj razmjer riješimo na uobičajen način:

$$100\cdot m=4.6\cdot 250,$$
$$100\cdot m=1150,\quad /:100$$
$$m=11.50=11.5\text{ g.}$$

8. **A.** Ako obitelj za tri dana potroši dva paketića papirnatih maramica, onda će za 360 dana potrošiti 360 : 3 = 120 puta više paketića papirnatih maramica nego za tri dana, tj. potrošit će ukupno 120 · 2 = 240 paketića papirnatih maramica.

U pakovanju A ima 8 paketića papirnatih maramica, pa će za 360 dana obitelj potrošiti 240 : 8 = 30 pakovanja A. Cijena tih 30 pakovanja iznosi 30 · 14 = 420 kn.

U pakovanju B ima 20 paketića papirnatih maramica, pa će za 360 dana obitelj potrošiti 240 : 20 = 12 pakovanja B. Cijena tih 12 pakovanja iznosi 12 · 30 = 360 kn.

Razlika dobivenih iznosa jednaka je 420 – 360 = 60 kn.

9. **B.** Duljina promjera kvadratu upisane kružnice jednaka je duljini stranice kvadrata. Označimo li s r polumjer kružnice, tada vrijedi jednakost $2 \cdot r = 6$. Opseg te kružnice iznosi $O = (2 \cdot r) \cdot \pi = 6 \cdot \pi$ cm.

10. **A**. Uočimo da je dužina $\overline{CD}$ ujedno i visina na stranicu $\overline{AB}$. Stoga ćemo traženu površinu izračunati tako da najprije izračunamo duljinu stranice $\overline{AB}$, pa potom tu duljinu pomnožimo s duljinom stranice $\overline{CD}$ i dobiveni umnožak podijelimo s 2.

Za izračunavanje duljine stranice $\overline{AB}$ nedostaje nam duljina dužine $\overline{BD}$. Nju ćemo izračunati primjenom Pitagorina poučka na trokut BCD:

$$\left|\overline{BD}\right| = \sqrt{\left|\overline{BC}\right|^2 - \left|\overline{CD}\right|^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm.}$$

Stoga je duljina stranice $\overline{AB}$ jednaka:

$$\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{AD}\right| + \left|\overline{BD}\right| = 10 + 4 = 14 \text{ cm.}$$

Tako izračunamo da je tražena površina jednaka:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \left|\overline{AB}\right| \cdot \left|\overline{CD}\right| = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 3 = 7 \cdot 3 = 21 \text{ cm}^2.$$

11. **D.** Pojednostavnimo oba zadana izraza:

$$(3 \cdot a + 4) : \frac{a}{2} = (3 \cdot a + 4) \cdot \frac{2}{a} = \frac{(3 \cdot a + 4) \cdot 2}{a} = \frac{6 \cdot a + 8}{a},$$
$$(a + 2) : \frac{a}{6} = (a + 2) \cdot \frac{6}{a} = \frac{(a + 2) \cdot 6}{a} = \frac{6 \cdot a + 12}{a}.$$

Oduzmimo prvi izraz od drugoga:

$$\frac{6 \cdot a + 12}{a} - \frac{6 \cdot a + 8}{a} = \frac{6 \cdot a + 12 - (6 \cdot a + 8)}{a} = \frac{6 \cdot a + 12 - 6 \cdot a - 8}{a} = \frac{4}{a}.$$

Prema pretpostavci, a je strogo pozitivan realan broj. Stoga je i $\frac{4}{a} > 0$. Odatle izravno slijedi da je drugi izraz veći od prvoga, i to za $\frac{4}{a}$.

12. A. Od trenutka upućivanja poziva do trenutka predaje lazanja dostavljaču proteklo je ukupno 3 + 12 + 2 = 17 minuta. Lazanje su dostavljene za 30 minuta, pa je dostavljač na prijevoz utrošio ukupno 30 – 17 = 13 minuta. U tih 13 minuta vozač je prešao 6 km. Stoga je tražena brzina jednaka

$$v=\frac{s}{t}=\frac{6\text{ km}}{13\text{ minuta}}=\frac{6\text{ km}}{\frac{13}{60}\text{ sati}}=\frac{6}{\frac{13}{60}}\text{ km/h}=\frac{6\cdot 60}{13}\text{km/h}=\frac{360}{13}\text{ km/h}\approx 27.692307\approx 27.7\text{ km/h}.$$

13. D. Točka T ima koordinate (–5, 1) jer se od ishodišta prema točki T trebamo pomaknuti 5 jedinica ulijevo i 1 jedinicu prema gore. Pravac p prolazi točkama (0, 2) i (6, 0), pa njegova jednadžba zapisana u segmentnom obliku glasi:

$$\frac{x}{6}+\frac{y}{2}=1.$$

Prevedimo tu jednadžbu u segmentni oblik:

$$\begin{aligned}
&\frac{x}{6}+\frac{y}{2}=1, \quad /\cdot 2\\
&\frac{2}{6}\cdot x+y=2,\\
&y=-\frac{2}{6}\cdot x+2,\\
&y=-\frac{1}{3}\cdot x+2.
\end{aligned}$$

Traženi pravac treba biti usporedan s pravcem p. Stoga je njegov koeficijent smjera jednak koeficijentu smjera pravca p, a taj iznosi $-\frac{1}{3}$.

Dakle, tražimo implicitnu jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T=(-5,1)$ i ima koeficijent smjera jednak $-\frac{1}{3}$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&p_1 \ldots\ y-1=-\frac{1}{3}\cdot\left[x-(-5)\right], \quad /\cdot 3\\
&p \ldots\ 3\cdot y-3=-(x+5),\\
&p \ldots\ 3\cdot y-3+x+5=0,\\
&p \ldots\ x+3\cdot y+2=0.
\end{aligned}$$

14. B. Ako uspravni kružni valjak i uspravni kružni stožac imaju iste osnovke i iste visine, onda je obujam valjka triput veći od obujma stošca. Dakle, ako svu vodu iz čaše prelijemo u posudu, onda će u čaši ostati $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ obujma vode. Ta voda ispunjava čašu do $\frac{2}{3}$ njezine visine. Stoga visina neispunjenoga dijela čaše iznosi $\frac{1}{3}$ visine cijele čaše, tj. $\frac{1}{3}\cdot 12=4$ cm.

15. B. Neka su a i b duljine stranica pravokutnika. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da je $a \ge b$. Iz podataka u zadatku slijede jednakosti:

$$\begin{cases} 2 \cdot (a+b) = 23, \\ a \cdot b = 30. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = \dfrac{23}{2}, \\ a \cdot b = 30. \end{cases}$$

Želimo izračunati $a-b$. Imamo redom:

$$|a-b| = \sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2} = \sqrt{a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 - 4 \cdot a \cdot b} =$$
$$= \sqrt{(a+b)^2 - 4 \cdot a \cdot b} = \sqrt{\left(\frac{23}{2}\right)^2 - 4 \cdot 30} = \sqrt{\frac{529}{4} - 120} = \sqrt{\frac{529 - 4 \cdot 120}{4}} =$$
$$= \sqrt{\frac{529-480}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3.5$$

Prema pretpostavci je $a \ge b$, otkuda je $a - b \ge 0$. Zbog toga je $|a-b| = a-b$. Tako smo dobili:

$$a - b = 3.5.$$

Dakle, veća stranica pravokutnika je za 3.5 cm dulja od manje stranice pravokutnika.

16. A. Parabole oblika $\cap$ imaju strogo negativan vodeći koeficijent *a*, dok parabole oblika $\cup$ imaju strogo pozitivan vodeći koeficijent *a*. Dakle, kao kandidati za traženi graf dolaze u obzir parabole sa slika A i B. Sad primijenimo svojstvo da parabola s većim vodećim koeficijentom *a* ima manji „otvor“, pa zaključujemo da je tražena parabola prikazana na slici A.

17. 650. Imamo redom:

$$\frac{12.5}{100} \cdot 5200 = 12.5 \cdot 52 = 650.$$

18. $(a-b)^{-1} = \dfrac{1}{a-b}$**.** Imamo redom:

$$\begin{aligned} &a = b + \frac{1}{c}, \\ &a - b = \frac{1}{c}, \\ &a - b = c^{-1}, \quad /^{-1} \\ &(a-b)^{-1} = (c^{-1})^{-1}, \\ &c = (a-b)^{-1,} \\ &c = \frac{1}{a-b}. \end{aligned}$$

19. $\frac{11}{5}$, $\frac{13}{5}$. Drugu jednadžbu sustava uvrstimo u prvu jednadžbu. Dobivamo:

$$\begin{aligned}
&3\cdot y = 4\cdot(2\cdot y-3)-1,\\
&3\cdot y = 8\cdot y-12-1,\\
&3\cdot y-8\cdot y=-13,\\
&-5\cdot y=-13, \quad /:(-5)\\
&y=\frac{13}{5}.
\end{aligned}$$

Dobivenu vrijednost nepoznanice y uvrstimo u drugu jednadžbu sustava:

$$x = 2\cdot\frac{13}{5}-3=\frac{2\cdot 13}{5}-3=\frac{26}{5}-3=\frac{26-3\cdot 5}{5}=\frac{26-15}{5}=\frac{11}{5}.$$

Stoga je rješenje sustava $(x, y)=\left(\frac{11}{5},\frac{13}{5}\right)$.

20. 32°. Primijetimo da je zadani trokut jednakokračan i da je njegova osnovica b. Stoga oba kuta uz tu osnovicu imaju mjeru 74°. Budući da zbroj mjera svih triju kutova trokuta mora biti jednak 180°, tražena mjera kuta β jednaka je:

$$180° - (74° + 74°) = 180° - 148° = 32°.$$

21. $a^6+10\cdot a^3+25$.**.** Koristeći formulu za kvadrat binoma dobivamo redom:

$$(a^3+5)^2=(a^3)^2+2\cdot a^3\cdot 5+5^2=a^{3\cdot 2}+10\cdot a^3+25=a^6+10\cdot a^3+25.$$

22. 1.) $-\frac{1}{4}$. Koristeći uobičajena pravila za rješavanje jednadžbi dobivamo redom:

$$\begin{aligned}
&5\cdot x-5-x-3+9=0,\\
&4\cdot x+1=0,\\
&4\cdot x=-1, \quad /:4\\
&x=-\frac{1}{4}.
\end{aligned}$$

2.) $x\le 16$ **ili** $x\in\langle-\infty,16]$. **.** Pomnožimo zadanu jednadžbu sa 6. Dobivamo:

$$\begin{aligned}
&2\cdot(x-4)\ge 3\cdot(x-6)-6,\\
&2\cdot x-8\ge 3\cdot x-18-6,\\
&2\cdot x-3\cdot x\ge -18-6+8,\\
&-x\ge -16.
\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s (–1), uz obaveznu promjenu znaka nejednakosti, slijedi $x\le 16$. Stoga sva rješenja zadane nejednadžbe tvore skup $\langle-\infty,16]$.

23. 1.) $-2 \cdot c - d^2$ **ili** $-d^2 - 2 \cdot c$**.** Koristeći formulu za razliku kvadrata, imamo redom:

$$
\begin{aligned}
&(c+d-2)\cdot(c-d)-2\cdot d-c^2=\\
&(c+d)\cdot(c-d)-2\cdot(c-d)-2\cdot d-c^2=\\
&c^2-d^2-2\cdot c+2\cdot d-2\cdot d-c^2=\\
&-2\cdot c-d^2.
\end{aligned}
$$

2.) $x,\ \sqrt{x},\ \frac{1}{x}$**.** Zadane brojeve napišimo kao potencije s eksponentom *x*:

$$x^1,\ x^{-1},\ x^{\frac{1}{2}}.$$

Prema pretpostavci je x neki proizvoljan, ali fiksiran realan broj iz intervala $\left\langle \frac{1}{2},\ 1\right\rangle$. Stoga taj broj možemo smatrati konstantom. No, tada je funkcija $f(y)=x^y$ eksponencijalna funkcija s bazom *x* i eksponentom *y*. Ta funkcija je strogo padajuća jer je baza $x\in\left\langle \frac{1}{2},\ 1\right\rangle\subset\langle 0,1\rangle$. To znači da se povećanjem vrijednosti eksponenta *y* smanjuje vrijednost funkcije f i obratno, da se smanjenjem vrijednosti eksponenta *y* povećava vrijednost funkcije *f*. Da bismo dobili traženi poredak, eksponente trebamo poredati u obrnutom redoslijedu, tj. od najvećega prema najmanjemu:

$$1,\ -\frac{1}{2},\ -1.$$

Dakle, traženi redoslijed je $x^1,\ x^{-\frac{1}{2}},\ x^{-1}$, odnosno $x,\ \sqrt{x},\ \frac{1}{x}$**.**

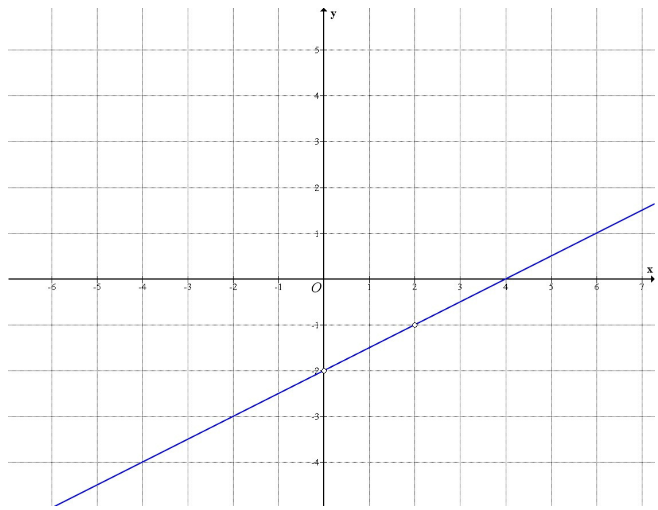
24. 1.) Vidjeti Sliku 1. Zadana funkcija *f* je linearna funkcija. To znači da je njezin graf pravac. Da bismo nacrtali taj pravac, dovoljno je izračunati dvije njegove različite točke. U tu svrhu odredimo npr. $f(0)$ i $f(2)$:

$$
\begin{aligned}
f(0)&=0.5\cdot 0-2=0-2=-2,\\
f(2)&=0.5\cdot 2-2=1-2=-1.
\end{aligned}
$$

Dakle, traženi pravac prolazi točkama (0, –2) i (2, –1). Ucrtamo te točke u pravokutni koordinatni sustav, pa ih spojimo jednim pravcem. Dobivamo Sliku 1.

2.) 8; 0. Najprije tražimo točku grafa čija je prva koordinata jednaka 2. Iz slike vidimo da je ta točka (2, 8). Stoga je $f(2)=8,$ pa u prazno polje u drugom retku tablice upisujemo 8.

Preostaje pronaći točku grafa čija je druga koordinata jednaka 2. Iz slike vidimo da je ta točka (0, 2). Stoga je $f(0)=2$, pa u prazno polje u prvom retku tablice upisujemo 0.



Slika 1.

25. 1.) –1, 7 ili 7, -1. Primijetimo da mora vrijediti nejednakost $x \neq 0$ jer u suprotnom razlomak na desnoj strani jednadžbe nije definiran. Imamo redom:

$$x = \frac{6 \cdot x + 7}{x} \quad / \cdot x$$

$$x^2 = 6 \cdot x + 7,$$

$$x^2 - 6 \cdot x - 7 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - (-28)}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{6 \pm 8}{2},$$

$$x_1 = \frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7, \; x_2 = \frac{6-8}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

2.) $-\frac{9}{4}$. Primijetimo najprije da vrijedi jednakost $0.1 = 10^{-1}$. Stoga redom imamo:

$$(10^{-1})^{\frac{x}{3}} - 10^{x+3} = 0,$$

$$10^{(-1) \cdot \frac{x}{3}} = 10^{x+3},$$

$$10^{-\frac{x}{3}} = 10^{x+3},$$

$$-\frac{x}{3} = x + 3,$$

$$-\frac{x}{3} - x = 3,$$

$$x \cdot \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = 3,$$

$$x \cdot \left(\frac{-1-3}{3}\right) = 3,$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot x = 3, \quad / : \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$x = 3 : \left(-\frac{4}{3}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3 \cdot (-3)}{4} = -\frac{9}{4}.$$

26. 1.) 492. Prvih 9 stranica označeno je znamenkama 1, 2, …, 8, 9. Tih znamenaka ima 9.

Svaka stranica od (uključivo) 10. do (uključivo) 99. označena je s dvije znamenke. Takvih stranica ima ukupno 99 – 10 +1 = 90. Za označavanje svih tih 90 stranica otisnuto je $90 \cdot 2 = 180$ znamenaka.

Svaka stranica od (uključivo) 100. do (uključivo) 200. označena je s tri znamenke. Takvih stranica ima ukupno 200 – 100 + 1 = 101. Za označavanje svih tih 101 stranica otisnute su $101 \cdot 3 = 303$ znamenke.

Tako zaključujemo da je traženi broj jednak 9 + 180 + 303 = 492.

2.) 2. Podsjetimo se da apsolutna vrijednost djeluje na strogo negativan realan broj tako da tom broju promijeni predznak. Apsolutna vrijednost nenegativnoga realnoga broja jednaka je tom broju. Stoga imamo redom:

$$|2 \cdot (-4) - 3| - |1 - (-4)| + (-4) = |-8 - 3| - |1 + 4| - 4 = |-11| - |5| - 4 = 11 - 5 - 4 = 2.$$

27. 1.) 193.26. Za kupnju (najmanje) 190 CHF prema prodajnome tečaju Ana treba (najmanje) $190 \cdot 7.664 = 1456.16$ kn. Da bi dobila najmanje 1456.16 kn, Ana treba prodati banci najmanje $\frac{1456.16}{7.535} \approx 193.25282$ €. Budući da ne postoje tisućiti, desettisućiti itd. dio eura, dobiveni iznos trebamo zaokružiti na dvije decimale, i to obavezno naviše (jer Ana inače neće imati dovoljno novaca za kupnju 190 CHF). Dakle, traženi iznos je 193.26 €.

2.) 60. Neka su f, m i s redom Filipova, Mirkova i Slavkova ušteđevina. Iz zadanih podataka proizlaze jednakosti:

$$m = s + \frac{20}{100} \cdot s,$$
$$m = f - \frac{25}{100} \cdot f.$$

Lijeve strane tih jednakosti su jednake, pa takve moraju biti i desne strane. Stoga nadalje imamo:

$$s + \frac{20}{100} \cdot s = f - \frac{25}{100} \cdot f,$$
$$s \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = f \cdot \left(1 - \frac{25}{100}\right),$$
$$s \cdot 1.2 = f \cdot 0.75, \quad / : 0.75$$
$$f = 1.6 \cdot s,$$
$$f = \left(1 + \frac{60}{100}\right) \cdot s = s + \frac{60}{100} \cdot s.$$

Zaključujemo da je Filipova ušteđevina za 60% veća od Slavkove.

28. 1.) 22. Tražimo točku grafa čija je apscisa jednaka 17. To je točka (17, 22). Dakle, u 17:00 sati u automobilu su bile 22 litre goriva.

2.) 2. Tražimo vrijednosti vremena t u kojemu su pripadni dijelovi grafa usporedni s osi ordinata (jer se tada vrijeme t ne mijenja, dok se obujam goriva mijenja). Postoje dvije takve vrijednosti: $t_1 = 8$ i $t_2 = 14$. Dakle, automobil je bio na crpki u 8:00 sati i u 14:00 sati.

3.) 36. Između 6:00 i 8:00 sati obujam goriva se smanjio s 14 litara na 10 litara. U tom su razdoblju potrošene 14 – 10 = 4 litre goriva.

Između 8:00 i 11:00 sati obujam goriva se smanjio s 30 litara na 16 litara (jedan „kvadratić“ na osi ordinata označava dvije litre goriva). U tom je razdoblju potrošeno 30 – 16 = 14 litara goriva.

Između 14:00 i 19:00 sati obujam goriva se smanjio s 30 litara na 12 litara. U tom je razdoblju potrošeno 30 – 12 = 18 litara goriva.

Dakle, traženi obujam goriva je jednak 4 + 14 + 18 = 36 litara.

pripremio:
mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač