

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

1. **D.** Broj -1 pripada skupu svih strogo negativnih cijelih brojeva. Zbog toga je taj broj racionalan (jer je skup svih strogo negativnih cijelih brojeva pravi podskup skupa racionalnih brojeva \mathbb{Q}).

Broj $\frac{-10}{17}$ je strogo negativan racionalan broj, pa samim tim pripada skupu racionalnih brojeva \mathbb{Q} .

Broj 0 je nenegativan cijeli broj, pa je taj broj racionalan (jer je skup svih nenegativnih cijelih brojeva pravi podskup skupa racionalnih brojeva \mathbb{Q}).

Broj $\sqrt{3}$ je iracionalan broj, pa samim tim **ne** pripada skupu racionalnih brojeva \mathbb{Q} .

Broj 26.4 jednak je racionalnom broju $\frac{264}{10}$, pa je taj broj racionalan.

Broj 58 je prirodan broj. Zbog toga je taj broj racionalan (jer je skup svih prirodnih brojeva pravi podskup skupa racionalnih brojeva \mathbb{Q}).

Dakle, u zadanim skupu ima točno pet različitih racionalnih brojeva.

2. **C.** Imamo redom:

$$1 + \frac{\sin 50^\circ}{2} \approx 1 + \frac{0.7660444431}{2} \approx 1.383022221 \approx 1.38302.$$

3. **C.** Dijeljenjem promjera čestice bakterije s 100 dobivamo da je traženi promjer virusa jednak:

$$d = 0.001 \cdot 10^{-3} : 100 = 10^{-3} \cdot 10^{-3} : 10^2 = 10^{-3-3-2} = 10^{-8} \text{ m.}$$

4. **B.** Koeficijent 1.3 množi vrijednost varijable d koja označava iznos u američkim dolarima. Odatle zaključujemo da jedan američki dolar vrijedi $1.3 \cdot 1 = 1.3$ eura. Da nema troškova usluge zamjene valute, za iznos od d američkih dolara dobili bismo ukupno $1.3 \cdot d$ eura. Međutim, zbog tih troškova, iznos $1.3 \cdot d$ umanjen je za 1.2 američka dolara. Dakle, troškovi usluge zamjene valute iznose 1.2 američka dolara (bez obzira na iznos američkih dolara koji treba promijeniti).

5. **C.** Neka je d duljina staze. U prvoj je minuti trkač istrčao $\frac{30}{100} \cdot d = 0.3 \cdot d$ jedinica duljine, a u drugoj

$$0.3 \cdot d + \frac{10}{100} \cdot 0.3 \cdot d = 0.3 \cdot d + 0.1 \cdot 0.3 \cdot d = 0.3 \cdot d + 0.03 \cdot d = (0.3 + 0.03) \cdot d = 0.33 \cdot d$$

jedinica duljine. Tako zaključujemo da je u prve dvije minute trkač istrčao ukupno

 <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB</small>	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

$$0.3 \cdot d + 0.33 \cdot d = (0.3 + 0.33) \cdot d = 0.63 \cdot d = \frac{63}{100} \cdot d$$

jedinica duljine, odnosno 63% duljine cijele staze.

6. B. Osnovno svojstvo polinoma 1. stupnja $p(x) = k \cdot x + l$, gdje su $k, l \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$, je: ako se vrijednost nezavisne varijable x promijeni za $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, onda se vrijednost polinoma p promijeni za $k \cdot a$. Iz zadane tablice vidimo da ako se vrijednost varijable x poveća sa 1 na 3, tj. za $3 - 1 = 2$, onda će se vrijednost polinoma p smanjiti sa 3 na -3, tj. smanjiti za $3 - (-3) = 6$, odnosno promijeniti za -6. Kad se vrijednost varijable x poveća s 1 na 2, tj. za $2 - 1 = 1$, onda će smanjenje vrijednosti polinoma p biti upola manje, tj. njegova vrijednost će se smanjiti za $\frac{6}{2} = 3$ i iznositi će $3 - 3 = 0$. Dakle, u prazno polje tablice treba upisati 0.

Zadatak smo alternativno (ali duljim načinom) mogli riješiti tako da odredimo jednadžbu zadanoga pravca:

$$\begin{aligned} p \dots y - 3 &= \frac{-3 - 3}{3 - 1} \cdot (x - 1), \\ y &= \frac{-6}{2} \cdot (x - 1) + 3, \\ y &= (-3) \cdot (x - 1) + 3, \\ y &= (-3) \cdot x + 3 + 3, \\ y &= (-3) \cdot x + 6. \end{aligned}$$

Uvrštavajući $x = 2$ u tu jednadžbu dobivamo:

$$y = (-3) \cdot 2 + 6 = -6 + 6 = 0.$$

7. A. Translatirajmo vektor \vec{b} tako da njegova početna točka bude krajnja točka vektora \vec{a} . Tako dobivamo vektor kojemu je početna točka (2, 4), a krajnja (2, 1) (jer je duljina vektora \vec{b} jednaka 3 jedinice duljine). Prema pravilu trokuta, početna točka vektora $\vec{a} + \vec{b}$ jednaka je početnoj točki vektora \vec{a} , odnosno točki (4, 1), dok je njegova krajnja točka (2, 1). Odatle zaključujemo da je duljina vektora $\vec{a} + \vec{b}$ jednaka $4 - 2 = 2$ jedinice duljine.
8. C. Koristeći pravila za algebarske operacije s razlomcima zaključujemo da vrijede sljedeće jednakosti:

 <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB</small>	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x \cdot x + y \cdot y}{x \cdot y} = \frac{x^2 + y^2}{x \cdot y},$$

$$\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{x \cdot x - y \cdot y}{x \cdot y} = \frac{x^2 - y^2}{x \cdot y},$$

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = \frac{x \cdot y}{y \cdot x} = \frac{x \cdot y}{x \cdot y} = 1,$$

$$\frac{x}{y} : \frac{y}{x} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} = \frac{x \cdot x}{y \cdot y} = \frac{x^2}{y^2}.$$

Prvi, drugi i četvrti dobiveni rezultat ovise o vrijednostima brojeva x i y , tj. nisu konstantni. Treći dobiveni rezultat jednak je konstanti 1 za sve dopustive x i y .

9. A. Imamo redom:

$$\begin{aligned} y \cdot (x-y) + (x-y)^2 + x-y &= \\ = y \cdot (x-y) + (x-y)^2 + (x-y) &= \\ = (x-y) \cdot (y+(x-y)+1) &= \\ = (x-y) \cdot (y+x-y+1) &= \\ = (x-y) \cdot (x+1). \end{aligned}$$

Odatle zaključujemo da se u rastavu zadanoga izraza na faktore pojavljuje izraz $x+1$.

10. D. Znamo da se u jednakostraničnom trokutu podudaraju sve četiri karakteristične točke trokuta (ortocentar, središte trokutu opisane kružnice, središte trokutu upisane kružnice i težište). Svaka je težišnica ujedno i simetrala kuta pri vrhu iz kojega je povučena, simetrala stranice trokuta na koju je povučena i visina na stranicu trokuta na koju je povučena.

Prema teoremu o težištu, težište trokuta dijeli svaku težišnicu u omjeru 2 : 1 računajući od vrha trokuta iz kojega je povučena ta težišnica. Iz gornjih svojstava i teorema o težištu zaključujemo da je duljina bilo koje visine jednakostraničnoga trokuta trostruko veća od polumjera tom trokutu upisane kružnice. Također, ta je duljina jednaka zbroju polumjera trokutu opisane kružnice i polumjera trokutu upisane kružnice, pri čemu je polumjer trokutu opisane kružnice dvostruko veći od polumjera trokutu upisane kružnice. Zaključujemo da su tvrdnje **A**, **B** i **C** točne.

Međutim, duljina visine trokuta **nije** dvostruko veća od polumjera trokutu opisane kružnice. Naime, polumjer trokutu opisane kružnice jednak je $\frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$ duljine

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

visine trokuta, pa zaključujemo da je duljina visine trokuta jednaka $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

polumjera trokutu opisane kružnice. To zapravo znači da je duljina visine trokuta za 50% veća od polumjera trokutu opisane kružnice.

Dakle, tvrdnja **D** je netočna.

- 11. B.** Neka je r traženi polumjer. On je polumjeru kružnice opisane trokutu kojemu je jedna stranica zadana tetiva, a kut nasuprot toj stranici jednak obodnom kutu nad zadanim tetivom. Primjenom sinusova poučka odmah dobijemo:

$$2 \cdot r = \frac{d}{\sin \alpha},$$

$$r = \frac{1}{2 \cdot \sin \alpha} \cdot d = \frac{1}{2 \cdot \sin 80^\circ} \cdot 15 = \frac{15}{2 \cdot \sin 80^\circ} \approx 7.6156995891 \approx 7.62 \text{ cm.}$$

- 12. C.** Grafikon **A** prikazuje samo podatke koji se odnose na 2019. godinu, dok nedostaje prikaz podataka koji se odnose na 2020. godinu.

Grafikon **B** prikazuje samo podatke koji se odnose na 2020. godinu, dok nedostaje prikaz podataka koji se odnose na 2019. godinu.

Grafikon **D** neispravno prikazuje podatak koji se odnosi na absolutnu frekvenciju skupine 1 u 2020. godini (prvi zeleni kvadratić). Iz toga je grafikona očito da ta vrijednost veća od 30, dok je iz zadane tablice vidljivo da je ona jednaka 28, odnosno da je strogo manja od 30.

Grafikon **C** ispravno prikazuje sve podatke iz tablice.

- 13. A.** Primjenom kosinusova poučka odmah dobivamo:

$$\alpha = \arccos \left(\frac{13^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 13 \cdot 9} \right) = \arccos \left(\frac{169 + 81 - 49}{234} \right) =$$

$$= \arccos \left(\frac{201}{234} \right) = \arccos \left(\frac{67}{78} \right) \approx 30.79838171^\circ \approx 30^\circ 47' 54'' \approx 30^\circ 48'.$$

- 14. C.** Duljina visine bilo koje od četiriju pobočki jednaka je:

$$v = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \sqrt{\frac{5}{4} \cdot a^2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot a.$$

Zbog toga je traženo oplošje jednako:

 <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB</small>	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

$$\begin{aligned}
 O &= B + P = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v}{2} = a^2 + 2 \cdot a \cdot v = a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot a = \\
 &= a^2 + a^2 \cdot \sqrt{5} = a^2 \cdot (1 + \sqrt{5}) \text{ kv. jed.}
 \end{aligned}$$

- 15. D.** Neka je N masa voća ubrana 2019. godine (iskazana u kg). Tada je masa voća ubrana 2020. godine jednak $3 \cdot N$. Masa voća ubrana 2021. godine jednak je $N + 3 \cdot N - 1200 = 4 \cdot N - 1200$. Ta masa mora biti strogo veća od 5000, pa dobivamo nejednadžbu

$$4 \cdot N - 1200 > 5000.$$

Riješimo tu nejednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
 4 \cdot N &> 5000 + 1200, \\
 4 \cdot N &> 6200, \quad /:4 \\
 N &> 1550.
 \end{aligned}$$

Dakle, u 2019. godini ubrano je više od 1550 kg voća.

- 16. B.** Razlika zadanoga niza jednak je $d = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$. Označimo li s n traženi broj članova, dobivamo jednadžbu:

$$\begin{aligned}
 \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2) &= 100, \\
 \frac{n}{2} \cdot (2 + 2 \cdot n - 2) &= 100, \\
 \frac{n}{2} \cdot 2 \cdot n &= 100, \\
 n^2 &= 100.
 \end{aligned}$$

Jedino prirodno rješenje (tj. rješenje koje pripada skupu prirodnih brojeva) ove jednadžbe je $n = 10$. Dakle, da bismo dobili zbroj 100, treba zbrojiti prvih 10 članova zadanoga niza.

- 17. C.** Primijetimo da je vodeći koeficijent (koeficijent uz x^2) zadane funkcije jednak -1, odnosno strogo negativan. To znači da zadana funkcija ima globalni maksimum. Iz podatka o slici funkcije zaključujemo da je taj maksimum jednak 3. Tako dobivamo jednadžbu:

$$\frac{4 \cdot (-1) \cdot k - (-2)^2}{4 \cdot (-1)} = 3.$$

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

Riješimo je na uobičajen način:

$$\begin{aligned} \frac{(-4) \cdot k - 4}{-4} &= 3, \\ \frac{(-4) \cdot k}{-4} - \frac{4}{-4} &= 3, \\ k - (-1) &= 3, \\ k = 3 + (-1) &= 3 - 1 = 2. \end{aligned}$$

18. D. Logaritmiranjem zadane jednadžbe po bazi 9 dobivamo:

$$x = \log_9 31 = \frac{\log 31}{\log 9} \approx 1.5628749.$$

Vidimo da je dobiveni rezultat strogo veći od 1, pa on pripada intervalu $\langle 1, +\infty \rangle$.

19. B. Najvjerojatniji je onaj događaj čiji skup povoljnih ishoda ima najviše elemenata (jer su sva četiri skupa povoljnih događaja konačni skupovi). Naime, u svim četirima događajima skup mogućih ishoda je isti (jedna kalendarska godina).

Svaka kalendarska godina ima ili 52 ili 53 tjedna, pa je ukupan broj petaka jednak 52 ili 53.

Analogno, ukupan broj subota ili nedjelja u jednoj kalendarskoj godini jednak je ili $52+52=104$ ili $53+52=105$ ili $53+53=106$.

Svaki travanj ima točno 30 dana.

Svaka jesen obuhvaća 8 dana u rujnu, 31 dan u listopadu, 30 dana u studenom i 20 dana u prosincu, tj. ukupno $8+31+30+20=89$ dana.

Tako zaključujemo da skup povoljnih ishoda u događaju **B** ima najviše elemenata (104, 105 ili 106), pa je taj događaj najvjerojatniji.

20. C. Zapišimo zadani broj ovako:

$$\begin{aligned} 25^{10} \cdot 4^{13} &= (5^2)^{10} \cdot (2^2)^{13} = 5^{2 \cdot 10} \cdot 2^{2 \cdot 13} = 5^{20} \cdot 2^{26} = 5^{20} \cdot 2^{20} \cdot 2^6 = \\ &= (5 \cdot 2)^{20} \cdot 2^6 = 2^6 \cdot 10^{20}. \end{aligned}$$

Prvi faktor ne sadrži nijednu nulu. Drugi faktor sadrži ukupno 20 nula. Zbog toga zadani broj sadrži 20 nula, tj. u njemu se znamenka 0 pojavljuje ukupno 20 puta.

21. 1.) $\frac{-379}{10}, -8, -1.25$. Pri usporedbi dvaju strogo negativnih realnih brojeva primjenjujemo pravilo: *veći je onaj strogo negativan realan broj koji ima manju*

 <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB</small>	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

apsolutnu vrijednost (modul). Dakle, poredak zadanih brojeva po veličini je suprotan poretku njihovih absolutnih vrijednosti po veličini. Apsolutna vrijednost strogog negativnoga realnoga broja jednaka je njemu suprotnom broju. Budući da su

$$\begin{aligned} |-8| &= 8, \\ |-1.25| &= 1.25, \\ \left| \frac{-379}{10} \right| &= \frac{379}{10} = 37.9, \\ 1.25 < 8 < 37.9, \end{aligned}$$

zaključujemo da je traženi poredak $\frac{-379}{10}, -8, -1.25$.

2.) 9. Imamo redom:

$$\begin{aligned} 10 - \frac{58}{11} : \left(5 + \frac{3}{11} \right) &= 10 - \frac{58}{11} : \left(\frac{5 \cdot 11 + 3}{11} \right) = \\ &= 10 - \frac{58}{11} : \left(\frac{55 + 3}{11} \right) = 10 - \frac{58}{11} \cdot \frac{58}{11} = \\ &= 10 - 1 = 9. \end{aligned}$$

22. 1.) $c = \frac{a^2 - b}{2}$. Odmah imamo:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{b + 2 \cdot c}, \quad /^2 \\ a^2 &= b + 2 \cdot c, \\ a^2 - b &= 2 \cdot c, \quad /:2 \\ c &= \frac{a^2 - b}{2}. \end{aligned}$$

2.) -7. Koristeći formulu za kvadrat binoma imamo redom:

$$\begin{aligned} (3 \cdot n - 1)^2 + n \cdot (2 \cdot n - 1) &= \\ = (3 \cdot n)^2 - 2 \cdot (3 \cdot n) \cdot 1 + 1^2 + 2 \cdot n^2 - n &= \\ = 9 \cdot n^2 - 6 \cdot n + 1 + 2 \cdot n^2 - n &= \\ = 11 \cdot n^2 - 7 \cdot n + 1. \end{aligned}$$

Dakle, traženi je koeficijent jednak -7.

23. 1.) 7^{n-1} . Uočimo da je $49^n = (7^2)^n = 7^{2n}$. Zbog toga je traženi izraz jednak:

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

$$7^{2 \cdot n} \cdot 7^{n-1} : 7^{2 \cdot n} = (7^{2 \cdot n} : 7^{2 \cdot n}) \cdot 7^{n-1} = 1 \cdot 7^{n-1} = 7^{n-1}.$$

2.) $\sqrt[6]{y^5}$. Koristeći pravila za dijeljenje potencija s istom bazom imamo redom:

$$y^{\frac{3}{2}} : y^{\frac{2}{3}} = y^{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}} = y^{\frac{3 \cdot 3 - 2 \cdot 2}{2 \cdot 3}} = y^{\frac{9-4}{6}} = y^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{y^5}.$$

24.1.) 1.1. Najviša izmjerena dnevna temperatura iznosi 24.3°C , a najniža 23.2°C . Razlika tih dviju vrijednosti jednaka je $24.3 - 23.2 = 1.1^{\circ}\text{C}$.

2.) 24.12. Prvih pet članova silazno sortiranoga niza izmjerenih dnevnih temperatura su 24.3°C , 24.2°C , 24.1°C , 24.0°C i 24.0°C . Tražena prosječna vrijednost jednaka je njihovoj aritmetičkoj sredini:

$$\frac{24.3 + 24.2 + 24.1 + 2 \cdot 24}{5} = \frac{120.6}{5} = 24.12^{\circ}\text{C}.$$

25.1.) Bilo koja dva realna broja ne strogo veća od 13 ili ne strogo manja od 42.

Skup $\langle 13, 42 \rangle$ je otvoreni interval koji obuhvaća sve realne brojeve koji su strogo veći od 13 i strogo manji od 42. Zbog toga zadani skup obuhvaća sve realne brojeve koji nisu strogo veći od 13 ili strogo manji od 42. Dakle,

$$\mathbb{R} \setminus \langle 13, 42 \rangle = \langle -\infty, 13 \rangle \cup [42, +\infty \rangle.$$

Neki cjelobrojni elementi toga skupa su npr. 13, 12, 11, 10, ... i 42, 43, 44, 45,

2.) $\langle -8, 8 \rangle$. Primijetimo da je lijeva strana zadane nejednadžbe polinom 2. stupnja (jer je najveći eksponent u potenciji nepoznanice x jednak 2). Dakle, lijeva je strana kvadratna funkcija čiji je vodeći koeficijent (tj. koeficijent uz x^2) jednak $1 \cdot 1 = 1$. On je strogo pozitivan, pa spomenuta kvadratna funkcija poprima strogo negativne vrijednosti na otvorenom intervalu omeđenom njezinim nultočkama. Lako vidimo („očitamo“) da je lijeva strana zadane nejednadžbe jednaka nuli ako i samo ako je $x \in \{-8, 8\}$. Dakle, traženi skup rješenja zadane nejednadžbe je $\langle -8, 8 \rangle$.

26.1.) $\frac{-1}{2} \cdot x + 2$. Primijetimo da je graf funkcije f pravac. To znači da je funkcija f polinom 1. stupnja. Njezino pravilo ima oblik $f(x) = a \cdot x + b$, gdje su $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. To ćemo pravilo najjednostavnije i najbrže odrediti tako da odredimo jednadžbu zadanoga pravca i napišemo je u eksplisitnom obliku.

Primijetimo da zadani pravac prolazi točkama $(4, 0)$ i $(0, 2)$. Tako redom imamo:

 <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB</small>	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1, \quad / \cdot 2$$

$$\frac{x}{2} + y = 2,$$

$$y = \frac{-1}{2} \cdot x + 2.$$

Sada lako zaključujemo da je $f(x) = \frac{-1}{2} \cdot x + 2$.

2.) $D(f) = [2, +\infty)$. Funkcija je definirana za sve vrijednosti nezavisne varijable x za koje je radikand (izraz pod drugim korijenom) nenegativan. Tako dobivamo nejednadžbu

$$x - 2 \geq 0.$$

Odavde je $x \geq 2$, pa je tražena prirodna domena interval $[2, +\infty)$.

27. 1.) 10. Zapišimo jednadžbu prvoga pravca u eksplisitnom obliku:

$$\begin{aligned} -2 \cdot y &= -a \cdot x - 5, \quad / : (-2) \\ y &= \frac{a}{2} \cdot x + \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Zadani pravci će biti usporedni ako i samo ako imaju jednake koeficijente smjerova. Tako dobivamo jednadžbu

$$\frac{a}{2} = 5$$

čije jedinstveno rješenje je $a = 5 \cdot 2 = 10$. Dakle, tražena vrijednost je $a = 10$.

2.) 3; -1. Imamo redom:

$$\begin{aligned} a \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j} &= 3 \cdot \vec{i} + 3 \cdot b \cdot \vec{j}, \\ a \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j} - 3 \cdot \vec{i} - 3 \cdot b \cdot \vec{j} &= \vec{0}, \\ (a - 3) \cdot \vec{i} + (-3 - 3 \cdot b) \cdot \vec{j} &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Lijeva strana će biti jednak nulvektoru ako i samo ako vrijedi:

$$\begin{cases} a - 3 = 0, \\ -3 - 3 \cdot b = 0. \end{cases}$$

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

Iz prve jednadžbe odmah dobivamo $a = 3$.

Iz druge je jednadžbe $3 \cdot b = -3$, a odatle dijeljenjem s 3 dobivamo $b = -1$.

Dakle, $(a, b) = (3, -1)$.

28. 1.) 216. Podijelimo najprije broj 855 u omjeru $10 : 9$. Najprije izračunamo pripadni omjerni koeficijent:

$$k_1 = \frac{855}{10+9} = \frac{855}{19} = 45.$$

Zaključujemo da u višim razredima ima ukupno $9 \cdot k_1 = 9 \cdot 45 = 405$ učenika.

Preostaje podijeliti broj 405 u omjeru $7 : 8$. Ponovno izračunamo pripadni omjerni koeficijent:

$$k_2 = \frac{405}{7+8} = \frac{405}{15} = 27.$$

Tako slijedi da je traženi broj djevojčica jednak $8 \cdot k_2 = 8 \cdot 27 = 216$.

2.) 1950.4. Neka je c današnja cijena trenirke (iskazana u kn). Tada je današnja cijena tenisica (iskazana u kn) jednaka

$$c + \frac{40}{100} \cdot c = \left(1 + \frac{40}{100}\right) \cdot c = (1 + 0.4) \cdot c = 1.4 \cdot c.$$

Zbroj tih dvaju iznosa mora biti jednak 2208 kn, pa dobivamo jednadžbu:

$$c + 1.4 \cdot c = 2208.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned} (1 + 1.4) \cdot c &= 2208, \\ 2.4 \cdot c &= 2208, \quad / : 2.4 \\ c &= 920. \end{aligned}$$

Dakle, današnja cijena trenirke iznosi 920 kn.

Cijena tenisica u sljedećem tjednu bit će jednaka

$$1.4 \cdot c - \frac{20}{100} \cdot 1.4 \cdot c =$$

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

$$\begin{aligned}
 1.4 \cdot c - \frac{20}{100} \cdot 1.4 \cdot c &= \\
 = 1.4 \cdot c - 0.2 \cdot 1.4 \cdot c &= \\
 = 1.4 \cdot c - 0.28 \cdot c &= \\
 = (1.4 - 0.28) \cdot c &= \\
 = 1.12 \cdot c.
 \end{aligned}$$

Dakle, u tom će tjednu ukupna cijena obaju proizvoda biti jednaka

$$c + 1.12 \cdot c = (1 + 1.12) \cdot c = 2.12 \cdot c = 2.12 \cdot 920 = 1950.4 \text{ kn.}$$

29. 1.) Primjenom Pitagorina poučka zaključujemo da je duljina hipotenuze zadanoga trokuta jednak y , a duljina preostale (druge) katete z . Dakle, uz preostalu katetu (stranicu trokuta koja sa stranicom duljine x zatvara pravi kut) treba upisati z , a uz hipotenuzu (najdulju stranicu trokuta) treba upisati y .

2.) $\approx 42^\circ 27' 12''$. Zbroj mjera svih triju kutova trokuta mora biti jednak 180° . Budući da je zbroj mjera dvaju kutova trokuta jednak 76° , slijedi da je mjera trećega kuta trokuta $180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$. Označimo li s α traženu mjeru, primjenom sinusova poučka dobivamo:

$$\frac{23}{\sin 104^\circ} = \frac{16}{\sin \alpha}.$$

Budući da se nasuprot kutu najveće mjeri (a to je kut mjeri 104°) nalazi najdulja stranica trokuta i obratno, zaključujemo da je α šiljasti kut. Tako konačno dobivamo:

$$\begin{aligned}
 \sin \alpha &= \frac{16}{23} \cdot \sin 104^\circ, \\
 \alpha &= \arcsin \left(\frac{16}{23} \cdot \sin 104^\circ \right) \approx 42.45324407^\circ \approx 42^\circ 27' 12''.
 \end{aligned}$$

30. 1.) 2000. Iz zadanih podataka zaključujemo da je

$$1 \text{ dm}^3 = \frac{1}{1.282} \text{ oka.}$$

Znamo i da vrijedi jednakost $1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3$. Tako konačno dobivamo:

$$2.564 \text{ m}^3 = 2.564 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = \frac{2.564 \cdot 10^3}{1.282} \text{ oka} = \frac{2564}{1.282} \text{ oka} = 2000 \text{ oka.}$$

 <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB</small>	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2022. (osnovna razina)
---	--	---

2.) 6. Neka je $ADEF$ upisani romb čiji su vrhovi označeni tako da su $D \in \overline{AB}$, $E \in \overline{BC}$ i $F \in \overline{AC}$. Neka je a duljina stranice romba. Prema uvedenim je oznakama

$$|\overline{AD}| = |\overline{DE}| = |\overline{EF}| = |\overline{AF}| = a.$$

Trokutovi ABC i DBE su slični (npr. prema poučku K-K – imaju jedan zajednički kut pri vrhu B , a kut pri vrhu D je sukladan kutu pri vrhu A), pa dobivamo:

$$\begin{aligned} \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AC}|} &= \frac{|\overline{DB}|}{|\overline{DE}|}, \\ \frac{15}{10} &= \frac{|\overline{AB}| - |\overline{AD}|}{|\overline{DE}|}, \\ \frac{3}{2} &= \frac{15-a}{a}, \quad / \cdot 2 \cdot a \\ 3 \cdot a &= 2 \cdot (15-a), \\ 3 \cdot a &= 30 - 2 \cdot a, \\ 3 \cdot a + 2 \cdot a &= 30, \\ 5 \cdot a &= 30, \quad / : 5 \\ a &= 6. \end{aligned}$$

Dakle, duljina stranice upisanoga romba jednaka je 6 cm.

Pripremio:
mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač