

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE Elektrotehnički odjel	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2018.</b>
--	---	--

1. D. Aproksimirajmo svaki od navedenih razlomaka s točnošću od  $10^{-2}$ :

$$\frac{5}{7} = 0.\overline{714285} \approx 0.71,$$

$$\frac{4}{9} = 0.\overline{4} \approx 0.44,$$

$$\frac{10}{11} = 0.\overline{90} \approx 0.91.$$

Odatle odmah zaključujemo da prve tri nejednakosti nisu točne, kao i da je točna jedino četvrta nejednakost.

2. C. Od 7:42 sati do 8:00 sati proteklo je ukupno 18 minuta. Stvarno vrijeme dolaska vlaka je 8 sati 5 minuta + 12 minuta = 8 sati 17 minuta. Od 8:00 sati do 8:17 sati proteklo je ukupno 17 minuta. Dakle, Ana je čekala vlak ukupno  $18 + 17 = 35$  minuta.
3. D. Riješimo zadani jednadžbu na uobičajen način:

$$2 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 3 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}.$$

Traženo veće rješenje dobivamo odabirom znaka + i ono iznosi:

$$x_1 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

4. B. Kvadrirajmo binom u prvoj zagradi i sredimo dobiveni izraz najviše što možemo. Imamo redom:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (3 \cdot x - 1)^2 - 5 \cdot (2 \cdot x - 1) &= 2 \cdot (9 \cdot x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot 1 + 1) - 10 \cdot x + 5 = \\ &= 18 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 2 - 10 \cdot x + 5 = 18 \cdot x^2 - 22 \cdot x + 7. \end{aligned}$$

5. B. Najveći dvoznamenkasti broj djeljiv brojem 5 je broj 95. Najmanji dvoznamenkasti broj djeljiv brojem 5 je broj 10. Razlika tih dvaju brojeva je  $95 - 10 = 85$ .
6. C. Neka su  $a$  i  $b$  brojevi iz zadatka. Bez smanjenja općenitosti možemo prepostaviti da je  $a \leq b$ . Iz podataka da su ti brojevi pozitivni i u omjeru  $2 : 5$ , te iz prepostavke  $a \leq b$  zaključujemo da postoji strogo pozitivan realan broj  $k$  takav da vrijede jednakosti  $a = 2 \cdot k$ ,  $b = 5 \cdot k$ . Prema zahtjevu zadatka, umnožak  $a \cdot b$  mora biti jednak 640, pa dobivamo jednadžbu:

$$(2 \cdot k) \cdot (5 \cdot k) = 640.$$

Riješimo ovu jednadžbu na uobičajen način:

$$2 \cdot k \cdot 5 \cdot k = 640,$$

$$10 \cdot k^2 = 640, \quad /:10$$

$$k^2 = 64.$$

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> <b>POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE</b> <b>Elektrotehnički odjel</b>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2018.</b>
--	---	--

Jedino strogo pozitivno rješenje ove kvadratne jednadžbe je  $k = \sqrt{64} = 8$ . Tako zaključujemo da je traženi zbroj jednak:

$$a + b = 2 \cdot k + 5 \cdot k = 7 \cdot k = 7 \cdot 8 = 56.$$

7. **D.** Neka je  $h$  tražena visina (iskazana u cm). Prosječna visina svih  $5 + 3 + 10 + 2 = 20$  učenika jednak je aritmetičkoj sredini zadanih 20 podataka:

$$\bar{h} = \frac{5 \cdot 172 + 3 \cdot 176 + 10 \cdot 178 + 2 \cdot h}{5 + 3 + 10 + 2} = \frac{860 + 528 + 1780 + 2 \cdot h}{20} = \frac{3168 + 2 \cdot h}{20} = \frac{1584 + h}{10}.$$

Vrijednost ovoga razlomka mora biti jednak 177 cm, pa dobivamo jednadžbu:

$$\frac{1584 + h}{10} = 177.$$

Riješimo ovu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned} \frac{1584 + h}{10} &= 177, \quad / \cdot 10 \\ 1584 + h &= 1770, \\ h &= 1770 - 1584 = 186. \end{aligned}$$

8. **C.** Bez sniženja bismo oba proizvoda platili ukupno  $85 + 199 = 284$  kn. Nakon sniženja od 10% cijena majice iznosi:

$$85 - \frac{10}{100} \cdot 85 = 85 - \frac{1}{10} \cdot 85 = 85 - 8.5 = 76.5 \text{ kn.}$$

Nakon sniženja od 25% cijena hlača iznosi:

$$199 - \frac{25}{100} \cdot 199 = 199 - \frac{1}{4} \cdot 199 = 199 - 49.75 = 149.25 \text{ kn.}$$

Odatle zaključujemo da ćemo nakon obaju sniženja te proizvode platiti ukupno  $76.5 + 149.25 = 225.75$  kn, odnosno za  $284 - 225.75 = 58.25$  kn manje nego prije sniženja. Iskazana u postocima ušteda iznosi:

$$p = \frac{58.25}{284} \cdot 100 = \frac{5825}{284} \approx 20.51056338 \approx 20.51\%.$$

9. **B.** Od navedenih četiriju geometrijskih tijela jedino pravilna uspravna četverostrana piramida ima jednu stranu (i to osnovicu) kvadrat, a preostale četiri strane (plašt) jednakokračne trokutove.
10. **A.** Najprije izrazimo duljinu i širinu akvarija u dm. Pritom koristimo jednakost  $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ . Dobivamo:

$$50 \text{ cm} = 5 \text{ dm},$$

$$30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}.$$

Tako zaključujemo da je tražena visina jednaka:

$$h = \frac{18 \text{ L}}{5 \cdot 3 \text{ dm}^2} = \frac{6 \text{ dm}^3}{5 \text{ dm}^2} = 1.2 \text{ dm} = 12 \text{ cm.}$$

- 11. B.** Zamislimo luku, položaj broda nakon 2 sata plovidbe i položaj broda nakon sljedećih 5 sati plovidbe kao materijalne točke. Označimo te točke redom s  $A$ ,  $B$  i  $C$ . Trokut  $ABC$  je pravokutan trokut s pravim kutom pri vrhu  $B$ . Duljine njegovih kateta su:

$$|\overline{AB}| = 12 \text{ km/h} \cdot 2 \text{ h} = 24 \text{ km},$$

$$|\overline{BC}| = 14 \text{ km/h} \cdot 5 \text{ h} = 70 \text{ km.}$$

Tražena udaljenost jednaka je duljini hipotenuze  $\overline{AC}$ . Primjenom Pitagorina poučka dobivamo da je ta udaljenost jednaka:

$$d = |\overline{AC}| = \sqrt{|\overline{AB}|^2 + |\overline{BC}|^2} = \sqrt{24^2 + 70^2} = \sqrt{576 + 4900} = \sqrt{5476} = 74 \text{ km.}$$

- 12. D.** Duljina promjera  $\overline{AC}$  jednaka je zbroju duljina promjera  $\overline{AB}$  i promjera  $\overline{BC}$ :

$$|\overline{AC}| = |\overline{AB}| + |\overline{BC}| = 12 + 8 = 20 \text{ cm.}$$

Traženu površinu dobit ćemo tako da od površine kruga čiji je promjer  $\overline{AC}$  oduzmemo zbroj površine kruga čiji je promjer  $\overline{AB}$  i površine kruga čiji je promjer  $\overline{BC}$ . Odmah imamo:

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{|\overline{AC}|}{2} \right)^2 \cdot \pi - \left[ \left( \frac{|\overline{AB}|}{2} \right)^2 \cdot \pi + \left( \frac{|\overline{BC}|}{2} \right)^2 \cdot \pi \right] = \left( \frac{20}{2} \right)^2 \cdot \pi - \left[ \left( \frac{12}{2} \right)^2 \cdot \pi + \left( \frac{8}{2} \right)^2 \cdot \pi \right] = \\ &= 10^2 \cdot \pi - (6^2 \cdot \pi + 4^2 \cdot \pi) = 100 \cdot \pi - 36 \cdot \pi - 16 \cdot \pi = 48 \cdot \pi \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

- 13. D.** Iz podataka da pravac  $p$  prolazi ishodištem paralelno s pravcem  $x - 2 \cdot y + 3 = 0$  zaključujemo da jednadžba pravca  $p$  glasi:  $x - 2 \cdot y = 0$ , odnosno  $y = \frac{1}{2} \cdot x$ . Od četiriju ponuđenih točaka pravcu  $p$  pripada jedino točka  $(10, 5)$  jer je  $5 = \frac{1}{2} \cdot 10$ .

- 14. A.** Iz podatka da je diskriminanta funkcije  $f$  negativna zaključujemo da graf funkcije  $f$  ne siječe os apscisa (funkcija  $f$  nema nijednu realnu nultočku). Iz podatka da je koeficijent  $c$  pozitivan zaključujemo da graf funkcije  $f$  sijeće os ordinata u točki koja pripada pozitivnom dijelu osi ordinata (jer graf funkcije  $f$  sijeće os ordinata u točki  $(0, c)$ ). Jedina krivulja koja ima oba navedena svojstva je krivulja navedena pod **A**.

- 15. A.**  $317$  maratonaca koji su istrcali stazu duljine  $42.195$  km istrcalo je ukupno  $317 \cdot 42.195 = 13\,375.815$  km.  $1307$  polumaratonaca koji su istrcali stazu duljine  $21.097$  km istrcalo je ukupno  $1307 \cdot 21.097 = 27\,573.779$  km. Odatle zaključujemo da su svi

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> <b>POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE</b> <b>Elektrotehnički odjel</b>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2018.</b>
--	---	--

polumaratonci istrčali  $27\ 573.779 - 13\ 375.815 = 14\ 197.964$  km više od svih maratonaca, odnosno da su svi maratonci istrčali 14 197.964 km manje od svih polumaratonaca.

- 16. C.** Neka su  $x$  i  $y$  redom broj kutija čaja mase 20 g i broj kutija čaja mase 50 g. Ukupna masa kupljenoga čaja jednaka je  $x \cdot 20 + y \cdot 50$  g, dok je ukupna cijena kupljenoga čaja  $x \cdot 11.30 + y \cdot 25$  kn. Iz podataka u zadatku dobivamo sljedeći sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} x \cdot 20 + y \cdot 50 = 5200, \\ x \cdot 11.30 + y \cdot 25 = 2743. \end{cases}$$

Pomnožimo drugu jednadžbu sustava s 2 i od dobivene jednadžbe oduzmimo prvu jednadžbu sustava. Dobivamo:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 11.30 \cdot x - 20 \cdot x &= 2 \cdot 2743 - 5200, \\ 22.6 \cdot x - 20 \cdot x &= 5486 - 5200, \\ 2.6 \cdot x &= 286, \quad / : 2.6 \\ x &= 110. \end{aligned}$$

Uvrstimo  $x = 110$  u prvu jednadžbu sustava, pa dobijemo:

$$\begin{aligned} 110 \cdot 20 + y \cdot 50 &= 5200, \\ 2200 + 50 \cdot y &= 5200, \\ 50 \cdot y &= 3000, \quad / : 50 \\ y &= 60. \end{aligned}$$

Tako zaključujemo da je traženi broj jednak  $x + y = 110 + 60 = 170$ .

- 17.**  $\frac{10 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{6}}{23} \approx 0.54006646$ . Imamo redom:

$$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{5 + \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{5 + \sqrt{2}} \cdot \frac{5 - \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot (5 - \sqrt{2})}{5^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{10 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{6}}{25 - 2} = \frac{10 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{6}}{23} \approx 0.54006646.$$

- 18.**  $\langle 47, +\infty \rangle$ . Svi realni brojevi veći od 47 tvore otvoreni interval  $\langle 47, +\infty \rangle$ .

- 19. 1.)**  $\frac{1}{5} = 0.2$ . Imamo redom:

$$\frac{|4 - 1| - |3 - 5|}{|-2| - 7} = \frac{|3| - |-2|}{|2 - 7|} = \frac{3 - 2}{|-5|} = \frac{1}{5}.$$

- 2.) 560.** Neka je  $x$  traženi broj. Tada mora vrijediti jednakost  $\frac{0.35}{100} \cdot x = 1.96$ . Riješimo ovu jednadžbu po nepoznanici  $x$  na uobičajen način:

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> <b>POLYTECHNICUM ZAGREBIENSE</b> <b>Elektrotehnički odjel</b>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2018.</b>
--	---	--

$$\begin{aligned} \frac{0.35}{100} \cdot x &= 1.96 \quad / \cdot 100 \\ 0.35 \cdot x &= 196, \quad / : 0.35 \\ x &= 560. \end{aligned}$$

**20. 1.)**  $x = -2$ . Primijetimo najprije da mora vrijediti relacija  $x \notin \{-4, 0\}$  jer za  $x = -4$  ili  $x = 0$  nije definirana jedna strana jednadžbe. Uz taj uvjet, primijenimo činjenicu da su dva razlomka s istim brojnicima međusobno jednakia ako i samo ako su njihovi nazivnici međusobno jednakci. Tako odmah dobivamo jednadžbu  $x - 4 = 3 \cdot x$  koja je ekvivalentna jednadžbi  $(-2) \cdot x = 4$ . Ova jednadžba ima točno jedno rješenje  $x = -2$ .

**2.)**  $x < 7$  ili  $x \in (-\infty, 7)$ . Pomnožimo zadani nejednadžbu sa 6 (jer je 6 najmanji zajednički višekratnik brojeva 2 i 3). Imamo redom:

$$\begin{aligned} 3 \cdot (x + 3) + 2 \cdot (x + 2) &> 6 \cdot (x + 1), \\ 3 \cdot x + 9 + 2 \cdot x + 4 &> 6 \cdot x + 6, \\ 3 \cdot x + 2 \cdot x - 6 \cdot x &> 6 - 9 - 4, \\ -x &> -7, \quad / : (-1) \\ x &< 7. \end{aligned}$$

Dakle, skup svih rješenja zadane nejednadžbe je otvoreni interval  $(-\infty, 7)$ .

**21. 1.) 86.** Iz zadanih podataka zaključujemo da je dvostruka vrijednost traženoga broja jednaka 172. Dakle, traženi broj jednak je  $172 : 2 = 86$ .

**2.) 12.** Ukupan broj jabuka jednak je  $\frac{5}{8} \cdot 48 = 30$ . To znači da u košari ima  $48 - 30 = 18$  krušaka i limuna. Ukupan broj krušaka u košari jednak je  $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$ , pa je ukupan broj limuna u košari jednak  $18 - 6 = 12$ .

**22. 1.)**  $\frac{2 \cdot c}{a - 3}$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned} a - 3 &= \frac{2 \cdot c}{b}, \quad / \cdot \frac{b}{a - 3} \\ b &= \frac{2 \cdot c}{a - 3}. \end{aligned}$$

**2.)**  $2 \cdot b$ . Primjenom formule za razliku kvadrata dobivamo:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{3 \cdot a - b} - \frac{1}{3 \cdot a + b} \right) \cdot (9 \cdot a^2 - b^2) &= \frac{3 \cdot a + b - (3 \cdot a - b)}{(3 \cdot a - b) \cdot (3 \cdot a + b)} \cdot (9 \cdot a^2 - b^2) = \\ &= \frac{3 \cdot a + b - 3 \cdot a + b}{(3 \cdot a)^2 - b^2} \cdot (9 \cdot a^2 - b^2) = \frac{2 \cdot b}{9 \cdot a^2 - b^2} \cdot (9 \cdot a^2 - b^2) = 2 \cdot b. \end{aligned}$$

**23. 1.) 3; 1.** Iz prve jednadžbe zadanoga sustava je  $2 \cdot x = 9 - 3 \cdot y$ . Pomnožimo li tu jednakost s 2, dobit ćemo:  $4 \cdot x = 18 - 6 \cdot y$ . Uvrstimo tu jednakost u drugu jednadžbu sustava, pa dobijemo:

$$\begin{aligned} 18 - 6 \cdot y - 8 &= 5 \cdot y - 1, \\ -6 \cdot y - 5 \cdot y &= -1 - 18 + 8, \\ (-11) \cdot y &= -11, \quad / :(-11) \\ y &= 1. \end{aligned}$$

Uvrštavanjem ove vrijednosti u izraz  $2 \cdot x = 9 - 3 \cdot y$  dobivamo:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 9 - 3 \cdot 1, \\ 2 \cdot x &= 9 - 3, \\ 2 \cdot x &= 6, \quad / :2 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Dakle, rješenje zadanoga sustava je  $(x, y) = (3, 1)$ .

**2.)  $\frac{1}{4}$ .** Prikažimo obje strane zadane jednadžbe kao potencije s bazom 10 i izjednačimo eksponente dobivenih potencija. Imamo:

$$\begin{aligned} \frac{10^{2 \cdot x} \cdot (10^2)^x}{10^3} &= 10^{-2}, \\ \frac{10^{2 \cdot x} \cdot 10^{2 \cdot x}}{10^3} &= 10^{-2}, \\ 10^{2 \cdot x + 2 \cdot x - 3} &= 10^{-2}, \\ 2 \cdot x + 2 \cdot x - 3 &= -2, \\ 4 \cdot x - 3 &= -2, \\ 4 \cdot x &= -2 + 3, \\ 4 \cdot x &= 1, \quad / :4 \\ x &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

**24. 1.) 42.** Mjera preostalog kuta trokuta  $BCD$  jednaka je  $180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ .

Dakle, mjere svih triju kutova toga trokuta su jednake, pa je taj trokut jednakostraničan. Zbog toga je  $|\overline{CD}| = |\overline{BD}| = |\overline{BC}| = 12 \text{ cm}$ .

Nadalje, trokut  $ABD$  je pravokutan. Duljina njegove hipotenuze  $\overline{AB}$  jednaka je 13 cm, a duljina njegove katete  $\overline{BD}$  iznosi 12 cm. Primjenom Pitagorina poučka izračunamo duljinu katete  $\overline{AD}$ :

$$|\overline{AD}| = \sqrt{|\overline{AB}|^2 - |\overline{BD}|^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

Tako slijedi da je traženi opseg jednak:

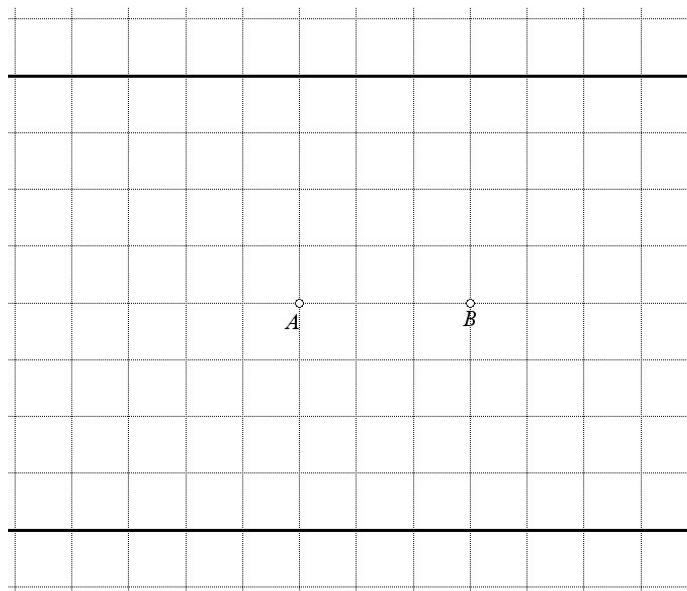
$$O = |\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{CD}| + |\overline{DA}| = 13 + 12 + 12 + 5 = 42 \text{ cm.}$$

2.)  $108^\circ$ . Mjera kuta suplementarnoga kutu čija je mjera  $150^\circ$  jednaka je  $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ . Mjera trećega kuta trokuta kojemu mjere dvaju kutova iznose  $42^\circ$  i  $30^\circ$  jednaka je  $180^\circ - (42^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ . Taj kut trokuta i kut  $\alpha$  su vršni kutovi, pa oni imaju jednakе mjere. Tako zaključujemo da mjera kuta  $\alpha$  iznosi  $108^\circ$ .

**25. 1.) Vidjeti Sliku 1.** Primijetimo najprije da duljina dužine  $\overline{AB}$  iznosi 3 cm. Zbog toga duljina visine povučene iz vrha  $C$  trokuta  $ABC$  na stranicu  $\overline{AB}$  iznosi:

$$v_c = \frac{2 \cdot P}{|\overline{AB}|} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4 \text{ cm.}$$

Dakle, tražimo sve točke ravnine koje su od dužine  $\overline{AB}$  udaljene za 4 cm. To zapravo znači da tražimo sve točke ravnine koje su od pravca  $AB$  udaljene za 4 cm. One tvore dva pravca usporedna s pravcem  $AB$ . Prvi od tih pravaca se nalazi 4 cm iznad pravca  $AB$ , a drugi 4 cm ispod pravca  $AB$ . Ucrtamo te pravce i dobivamo sliku 1.

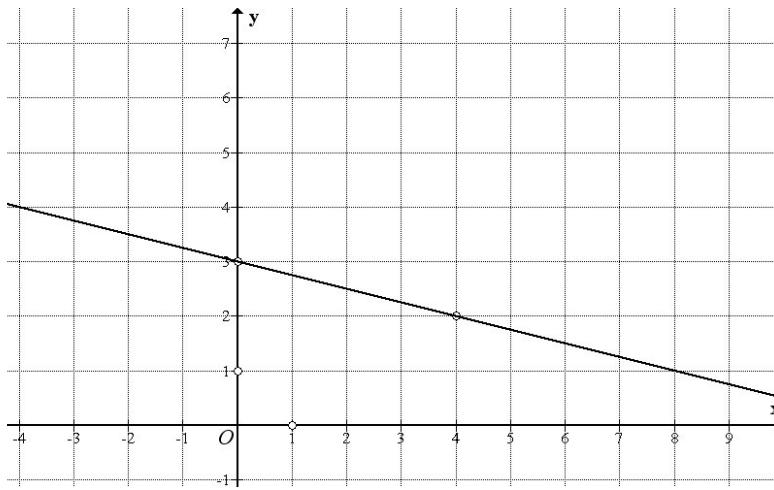


Slika 1.

Tražena točka je bilo koja točka na nekom od ucrtanih dvaju pravaca.

2.) 2. Graf siječe os apscisa u točki  $(2, 0)$ . Zbog toga je tražena nultočka  $x = 2$ .

**26. 1.) Vidjeti Sliku 2.** Iz podatka  $f(0) = 3$  zaključujemo da traženi graf prolazi točkom  $(0, 3)$ . Iz druge rečenice zadatka proizlazi da je  $f(0+4) = f(0) - 1$ , odnosno  $f(4) = 3 - 1$ , odnosno  $f(4) = 2$ . Dakle, graf prolazi i točkom  $(4, 2)$ . Zbog toga u zadani pravokutni koordinatni sustav u ravnini ucrtamo točke  $(0, 3)$  i  $(4, 2)$ , pa ih spojimo pravcem. Dobiveni pravac je traženi graf (vidjeti sliku 2.).



Slika 2.

2.)  $2 \cdot x - 1$ . Pretpostavimo da je  $f(x) = a \cdot x + b$  za neke  $a, b \in \mathbb{R}$ . Iz slike je vidljivo da graf funkcije  $f$  prolazi točkom  $(0, -1)$ . Odatle zaključujemo da je  $b = -1$ . Nadalje, primijetimo da ako se vrijednost varijable  $x$  poveća od 0 do 1, onda se vrijednost varijable  $y$  poveća s  $-1$  na  $1$ . To znači da je  $a = \frac{1 - (-1)}{1 - 0} = \frac{1+1}{1} = 2$ . Dakle,  $f(x) = 2 \cdot x - 1$ .

27. 1.) **16. siječnja.** Iz slike je vidljivo da je tjelesna temperatura pacijenta točno četiri puta mjerena u 10:00 sati. Prvo mjerene je obavljeno prilikom prijema pacijenta u bolnicu, tj. 13. siječnja. Drugo mjerene je obavljeno dan kasnije, tj. 14. siječnja. Treće mjerene je obavljeno dva dana kasnije, tj. 15. siječnja. Posljednje, četvrti mjerene obavljeno je tri dana kasnije, tj. 16. siječnja, pa je toga dana pacijent otpušten iz bolnice.

2.) **45.** Povucimo pravac čija je jednadžba  $T = 37.2$  (on prolazi usporedno s osi apscisa kroz točku  $(0, 37.2)$ ). Vidimo da se točno devet istaknutih točaka na grafikonu nalazi iznad toga pravca, pa je traženi obujam jednak  $9 \cdot 5 = 45$  mL.

3.) **37.2.** Vrijednosti tjelesne temperature (iskazane u  $^{\circ}\text{C}$ ) izmjerene 14. siječnja iznose redom  $37.5, 36.8, 37.4, 37.4$  i  $38$ . Traženi prosjek jednak je aritmetičkoj sredini navedenih vrijednosti. Ona iznosi:

$$\bar{T} = \frac{37.5 + 36.8 + 37.4 + 37.4 + 38}{5} = \frac{187.1}{5} = 37.42^{\circ}\text{C}.$$

28. 1.) **4968.** Tražena zarada (izražena u kn) jednaka je vrijednosti  $Z(27)$ . Ta vrijednost iznosi:

$$Z(27) = -8 \cdot 27^2 + 640 \cdot 27 - 6480 = -8 \cdot 729 + 17280 - 6480 = -5832 + 17280 - 6480 = 4968.$$

2.) **15.** U rješavanju ovoga zadatka primjenit ćemo sljedeću tvrdnju.

**Tvrđnja 1.** Neka je  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ , gdje su  $a, b, c \in \mathbb{R}$  takvi da je  $a \neq 0$ . Neka su  $x_0, x_1 \in \mathbb{R}$  takvi da vrijede nejednakost  $x_0 \neq x_1$  i jednakost  $f(x_0) = f(x_1)$ . Tada nužno vrijedi  $x_0 + x_1 = -\frac{b}{a}$ .

**Dokaz:** Iz pretpostavke  $f(x_0) = f(x_1)$  slijedi  $a \cdot x_0^2 + b \cdot x_0 + c = a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c$ , odnosno  $a \cdot (x_0^2 - x_1^2) + b \cdot (x_0 - x_1) = 0$ , odnosno  $a \cdot (x_0 - x_1) \cdot (x_0 + x_1) + b \cdot (x_0 - x_1) = 0$ . Prema pretpostavci je  $x_0 \neq x_1$ , što povlači  $x_0 - x_1 \neq 0$ . Zbog toga dijeljenjem jednakosti  $a \cdot (x_0 - x_1) \cdot (x_0 + x_1) + b \cdot (x_0 - x_1) = 0$  s  $x_0 - x_1$  dobivamo  $a \cdot (x_0 + x_1) + b = 0$ , a odavde je izravno  $x_0 + x_1 = -\frac{b}{a}$ , što je i trebalo pokazati. ■

**Posljedica 1.** Parabola  $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  je osno simetrična s obzirom na pravac  $x = -\frac{b}{2 \cdot a}$ .

**Dokaz:** Neka točka  $T_0 = (x_0, y_0)$  bilo koja točka zadane parabole. Prema Tvrđnji 1., tada je i  $T_1 = \left( -\frac{b}{a} - x_0, y_0 \right)$  točka te parabole. Jednadžba pravca  $T_0T_1$  je očito  $p \dots y = y_0$ , dok

je polovište dužine  $\overline{T_0T_1}$  točka  $P = \left( \frac{x_0 + -\frac{b}{a} - x_0}{2}, \frac{y_0 + y_0}{2} \right) = \left( -\frac{b}{2 \cdot a}, y_0 \right)$ . Os simetrije je

pravac kroz točku  $P$  okomit na pravac  $p$ . Njegova je jednadžba očito  $x = -\frac{b}{2 \cdot a}$ , što smo i htjeli pokazati. ■

Vratimo se na rješavanje zadatka. Graf funkcije  $Z$  je parabola. Odredimo njezino tjeme:

$$T = \left( -\frac{640}{2 \cdot (-8)}, \frac{4 \cdot (-8) \cdot (-6480) - 640^2}{4 \cdot (-8)} \right) = \left( -\frac{640}{-16}, \frac{207360 - 409600}{-32} \right) = \left( 40, \frac{-202240}{-32} \right) = (40, 6320).$$

Ako je  $x_0$  traženi broj, onda primjenom Tvrđnje 1. zaključujemo da mora vrijediti jednakost  $x_0 + 65 = -\frac{640}{-8}$ , odnosno jednakost  $x_0 + 65 = 80$ . Odatle je  $x_0 = 15$ . Dakle, traženi je broj jednak 15.

**3.) 6320.** Traženi iznos (iskazan u kn) jednak je drugoj koordinati tjemena parabole koja je graf funkcije  $Z$ . U podzadatu 2.) smo izračunali da je to tjeme točka  $T = (40, 6320)$ . Zbog toga tražena zarada iznosi 6320 kn.

Pripremio:  
**mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač**