1. **C**. Zaokružimo li zadani broj na najbliži cijeli broj, dobit ćemo 5 (jer je prva znamenka iza decimalne točke 5).

Zaokružimo li zadani broj na jednu decimalu, dobit ćemo 4.6 jer je druga znamenka iza decimalne točke 7, tj. veća od 5.

Zaokružimo li zadani broj na dvije decimale, dobit ćemo 4.57 jer je treća znamenka iza decimalne točke 2, tj. manja od 5.

Zaokružimo li zadani broj na tri decimale, dobit ćemo 4.573 jer je četvrta znamenka iza decimalne točke 6, tj. veća od 5.

Odatle slijedi da zaokruživanje zadanoga broja na dvije decimale nije ispravno.

2. **B.** Segment [3, 6] sadrži sve realne brojeve koji su jednaki ili veći od 3, te jednaki ili manji od 6. U tom segmentu nalaze se cijeli brojevi 3, 4, 5 i 6. Njih ima ukupno 4.

Interval $\langle 4,7]$ sadrži sve realne brojeve koji su veći od 4, te jednaki ili manji od 7. U tom segmentu nalaze se cijeli brojevi 5, 6, i 7. Njih ima ukupno 3.

Interval $[5,9\rangle$ sadrži sve realne brojeve koji su jednaki ili veći od 5, te manji od 9. U tom segmentu nalaze se cijeli brojevi 5, 6, 7 i 8. Njih ima ukupno 4.

Interval $\langle 6,9\rangle$ sadrži sve realne brojeve koji su veći od 6 i manji od 9. U tom segmentu nalaze se cijeli brojevi 7 i 8. Njih ima ukupno 2.

Dakle, interval $\langle 4,7]$ sadrži točno tri cijela broja.

3. **D**. Izračunajmo svaki pojedini broj. Imamo redom:

$$K = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9},$$
$$L = -3^{-2} = (-1)\cdot 3^{-2} = (-1)\cdot\frac{1}{9} = -\frac{1}{9},$$
$$M = -3^2 = (-1)\cdot 3^2 = (-1)\cdot 9 = -9,$$
$$N = (-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = 9.$$

Očito vrijede nejednakosti $M < L < K < N$. Odatle slijedi da je točna nejednakost $M \neq N$.

4. **A.** Riješimo zadanu jednadžbu na uobičajen način. Najprije je pomnožimo sa 6. Imamo redom:

$$4\cdot(x-1)=3\cdot(x-3)-6,$$
$$4\cdot x-4=3\cdot x-9-6,$$
$$4\cdot x-3\cdot x=-9-6+4,$$
$$x=-11.$$

Za $x=-11$ točna je jedino nejednakost $x\leq -10$.

5. **A**. Pomaknemo li se od točke T po pravcu $x=-12$ za pet jediničnih dužina ulijevo, doći ćemo u točku $T_1=(-12-5,8)=(-17,8)$. Pomaknemo li se od te točke po istom pravcu za pet jediničnih dužina udesno, doći ćemo u točku $T_2=(-12+5,8)=(-7,8)$.

Analogno, pomaknemo li se od točke T po pravcu $y=8$ za pet jediničnih dužina prema gore, doći ćemo u točku $T_3=(-12,8+5)=(-12,13)$. Pomaknemo li se od te točke po istom pravcu za pet jediničnih dužina prema dolje, doći ćemo u točku $T_4=(-12,8-4)=(-12,4)$.

Dakle, rješenje zadatka je točka $T_1=(-17,8)$.

6. **B.** Iz zadane jednakosti izrazimo R. Pomnožimo zadanu jednakost sa $\dfrac{R}{Q\cdot v\cdot B}$. Dobit ćemo:

$$R=\frac{m\cdot v^2}{Q\cdot v\cdot B}.$$

Ako je $v=0$, onda veličina R nije definirana (nazivnik je jednak nuli). Ako je $v\neq 0$, onda razlomak na desnoj strani smijemo skratiti sa v i dobiti:

$$R=\frac{m\cdot v}{Q\cdot B}.$$

***Napomena*: Službeni rezultat je točan uz dodatnu pretpostavku $v\neq 0$.**

7. **D**. Izrazimo duljine bridova kvadra u cm. Imamo redom:

$$5\text{ m}=5\cdot 100\text{ cm}=500\text{ cm},$$
$$2\text{ dm}=2\cdot 10\text{ cm}=20\text{ cm},$$
$$4\text{ mm}=4\cdot 10^{-1}\text{ cm}=0.4\text{ cm}.$$

Tako slijedi da je traženi volumen jednak:

$$V=500\cdot 20\cdot 0.4=4000\text{ cm}^3.$$

8. **B**. Osnovka piramide je trokut koji ima tri stranice. Te tri stranice tvore tri brida piramide. Iz svakoga vrha osnovke prema preostalom četvrtom vrhu piramide izlazi točno jedan brid. Tako dobivamo još tri brida piramide. Zbog toga je traženi broj jednak $3+3=6$.

9. **C**. Iz prve rečenice zadatke zaključujemo da je promjer manje kružnice jednak polumjeru veće kružnice. Zbog toga su veći i manji krug slični s koeficijentom sličnosti $k=2$. To znači da je opseg većega kruga dvostruko veći od opsega manjega kruga, pa opseg manjega kruga iznosi $O_1=\frac{100\cdot\pi}{2}=50\cdot\pi$ cm.

10. **C**. Nakon utovara, masa vozila bez tereta tvori $100\%-60\%=40\%$ ukupne mase, tj. mase vozila sa utovarenim teretom. Označimo li ukupnu masu sa m, dobivamo jednadžbu:

$$\frac{40}{100}\cdot m=3000.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$m=3000\cdot\frac{100}{40}=3000\cdot\frac{5}{2}=1500\cdot 5=7500 \text{ kg}.$$

Dakle, masa tereta jednaka je $7500-3000=4500$ kg. Nakon što je istovarena trećina tereta, masa preostaloga tereta jednaka je $4500-\frac{1}{3}\cdot 4500=4500-1500=3000$ kg, a tolika je masa vozila bez tereta. Zbog toga je udio mase preostaloga tereta u ukupnoj masi vozila sa preostalim utovarenim teretom jednak $\frac{1}{2}=50\%$ (a toliki je i udio mase vozila u ukupnoj masi vozila sa preostalim utovarenim teretom).

11. **B**. Označimo sa n traženi broj. Za montažu n rasvjetnih tijela Marko će naplatiti ukupno $350+n\cdot 47$ kn, dok će Ivan naplatiti ukupno $210+n\cdot 52$ kn. Prema zahtjevu zadatka, te dvije svote moraju biti jednake, pa dobivamo jednadžbu:

$$350+n\cdot 47=210+n\cdot 52\,.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način. Imamo redom:

$$\begin{aligned}&n\cdot 47-n\cdot 52=210-350,\\&(-5)\cdot n=-140,\quad /:(-5)\\&n=28.\end{aligned}$$

12. A. Tražimo sjecište grafa funkcije f sa osi apscisa. Njegova druga koordinata jednaka je nuli. Prvu koordinatu dobijemo tako da pravilo funkcije f izjednačimo s nulom. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\frac{2}{3}\cdot x+4=0,\\
&\frac{2}{3}\cdot x=-4, \quad /\cdot\frac{3}{2}\\
&x=-6.
\end{aligned}$$

Dakle, tražena točka je $S=(-6,0)$.

***Napomena*: Prema definiciji, nultočka realne funkcije *f* jedne realne varijable je svaki $x_0\in\mathbb{R}$ za kojega vrijedi $f(x_0)=0$. Zbog toga su nultočke realni brojevi, a ne točke u pravokutnim koordinatnom sustavu u ravnini. Realni brojevi obično se grafički prikazuju brojevnim pravcem tako da je svakoj točki brojevnoga pravca bijektivno pridružen točno jedan realan broj. Tada točka brojevnoga pravca ima jednu koordinatu i ta koordinata je realan broj pridružen toj točki.**
U skladu s gornjim razmatranjima, ispravna postavka zadatka je ili „Odredite nultočku realne funkcije $f(x)=\frac{2}{3}\cdot x+4$“ (u tom slučaju rješenje je $x_0=-6$) ili „Odredite točku u kojoj graf funkcije $f(x)=\frac{2}{3}\cdot x+4$ siječe os apscisa.“ (i tada je rješenje navedena točka.)

13. D. Iz podatka da graf funkcije f (parabola) prolazi točkama (0, 2) i (2, 2) zaključujemo da je pravac $x=1$ os simetrije te parabole. Točki (–1, 8) osno simetrična točka s obzirom na os $x=1$ ima koordinate $(-1+4,8)=(3,8)$. Naime, pomičući se od točke (–1, 8) do pravca $x=1$ usporedno s osi apscisa najprije dođemo u točku (1, 8). Pri tom pomicanju napravili smo dva koraka jedinične duljine, tj. pomak duljine 2. Preostaje pomaknuti se za još dva koraka jedinične duljine udesno od točke (1, 8) usporedno s osi apscisa, te doći u točku $(1+2,8)$ = $(3,8)$. Tako sada izravno zaključujemo $f(3)=8$.

Napomena: Zadatak je moguće riješiti i određivanjem pravila funkcije f pomoću rješavanja sustava triju linearnih jednadžbi s tri nepoznanice. U ovom zadatku taj sustav glasi:

$$\begin{cases} a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c=8, \\ a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=2, \\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c=8, \\ c=2, \\ 4\cdot a+2\cdot b+c=2. \end{cases}$$

Uvrštavanjem druge jednadžbe u prvu i treću jednadžbu dobivamo:

$$\begin{cases} a-b+2=8, \\ 4\cdot a+2\cdot b+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=6, \\ 4\cdot a+2\cdot b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=6, \\ 2\cdot a+b=0. \end{cases}$$

Zbrajanjem tih jednadžbi dobivamo $a=2$, a oduzimanjem $b=-4$. Tako je $f(x)=2\cdot x^2-4\cdot x+2$, pa je $f(3)=2\cdot 3^2-4\cdot 3+2=2\cdot 9-12+2=18-12+2=8.$

14. C. Najprije zamislimo da je desno od svakoga drveta, osim zadnjega, posađen točno jedan grm. Ukupan broj posađenih grmova za jedan je manji od ukupnoga broja svih stabala, tj. jednak je $238-1=237.$

Sada desno od svakoga stabla označenoga neparnim prirodnim brojem između 1 i 238 posadimo još jedan grm. Ukupan broj svih novoposađenih grmova jednak je ukupnom broju svih neparnih prirodnih brojeva koji su jednaki ili veći od 1, a manji od 238, tj. ukupnom broju svih neparnih prirodnih brojeva u intervalu $[1,238\rangle$. Ti brojevi tvore aritmetički niz čiji su prvi član 1, posljednji član 237 i razlika 2, pa iz jednadžbe

$$237=1+(k-1)\cdot 2$$

odmah slijedi

$$k=\frac{237-1}{2}+1=\frac{236}{2}+1=118+1=119.$$

Dakle, ukupan broj svih posađenih grmova jednak je $237+119=356.$

15. D. Izrazimo najprije dimenzije poda u cm. Imamo:

$$6.4\text{ m}=6.4\cdot 100=640\text{ cm},$$
$$9.1\text{ m}=9.1\cdot 100=910\text{ cm}.$$

Sa $\lfloor x\rfloor$ označimo najveći cijeli broj jednak ili manji od x, a sa $\lceil x\rceil$ označimo najmanji cijeli broj jednak ili veći od x.

U red čija je duljina 640 cm, a širina 34 cm zalijepimo ukupno $\left\lceil\frac{640}{34}\right\rceil=\left\lceil\frac{320}{17}\right\rceil=\lceil 18.8\rceil=19$ pločica. Preciznije, u svaki takav red zalijepimo 18

„punih“ pločica (pločica koje ne režemo) i 19. pločicu koju režemo tako da njezinu duljinu skratimo za $19\cdot 34-640=646-640=6$ cm. Takvih je redova ukupno $\left\lfloor \frac{910}{34} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{455}{17} \right\rfloor = \lfloor 26.7 \rfloor = 26$, pa ćemo za njihovo popločavanje trebati ukupno $26\cdot 19=494$ pločice.

Preostaje popločiti red čija je duljina 640 cm, a širina $910-26\cdot 34=910-884=26$ cm. Za njegovo popločavanje trebat ćemo još 19 pločica od kojih ćemo svaku morati rezati. Najprije ćemo skratiti širinu svake od tih 19 pločica za $34-26=8$ cm, a potom skratiti i duljinu posljednje, 19. pločice za ranije izračunanih 6 cm.

Dakle, traženi ukupan broj pločica jednak je $494+19=513$.

Napomena 1. Pločice smo mogli lijepiti i po širini poda. Tada bismo promatrali redove čija je duljina 34 cm, a širina 910 cm. U svaki takav red zalijepimo ukupno $\left\lceil \frac{910}{34} \right\rceil = \lceil 26.8 \rceil = 27$ pločica, od kojih je 26 „punih“ (pločica koje ne režemo) i točno jedna čiju širinu skratimo za $27\cdot 34-910=8$ cm. Takvih redova ima ukupno $\left\lfloor \frac{640}{34} \right\rfloor = \lfloor 18.8 \rfloor = 18$. Za njihovo popločavanje trebamo ukupno $27\cdot 18=486$ pločica. Preostaje nam red čija je duljina $640-18\cdot 34=640-612=28$ cm, a širina 910 cm. I za popločavanje toga reda trebat ćemo 27 pločica, pri čemu ćemo duljinu svake od njih skratiti za $34-28=6$ cm, a potom skratiti širinu posljednje, 27. pločice za ranije izračunanih 8 cm. Tako ponovno dobivamo da je traženi broj jednak $486+27=513$.

Napomena 2. Zapravo smo dokazali da je traženi broj pločica jednak $\left\lceil \frac{640}{34} \right\rceil \cdot \left\lceil \frac{910}{34} \right\rceil = \lceil 18.8 \rceil \cdot \lceil 26.8 \rceil = 19\cdot 27 = 513$. Prvi faktor jednak je ukupnom broju pločica potrebnih za pokrivanje dužine čija je duljina 640 cm, dok je drugi faktor jednak ukupnom broju pločica potrebnih za pokrivanje dužine čija je duljina 910 cm. Istaknimo da općenito vrijedi nejednakost $\lceil x \rceil \cdot \lceil y \rceil \geq \lceil x\cdot y \rceil$, pa zbog toga rješenje zadatka **nije** broj $\left\lceil \frac{640}{34} \cdot \frac{910}{34} \right\rceil = 504$.

16. **C**. Brojevi koji su veći od 0 i jednaki ili manji od 10 tvore ukupno $65\%-25\%=$ $=40\%$ cijeloga skupa. To su ujedno pozitivni brojevi koji su jednaki ili manji od 10. Brojevi koji su veći od 10 tvore ukupno $100\%-65\%=35\%$ cijeloga skupa. Zbog toga je traženi omjer jednak $40\%:35\%=8:7$.

17. $\sqrt{18-2\cdot\sqrt{30}} \approx 2.65435$. Imamo redom:

$$\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{10}\right)^2+5}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{10}+\left(\sqrt{10}\right)^2+5}=\sqrt{3-2\cdot\sqrt{30}+10+5}=$$
$$=\sqrt{18-2\cdot\sqrt{30}}\approx 2.65435.$$

18. $\frac{9}{2}=4.5$; 4. Riješimo zadani sustav metodom suprotnih koeficijenata. Imamo:

$$\begin{cases} x+2\cdot y-3\cdot x=-1, \\ 4\cdot x-5\cdot y+2\cdot y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\cdot x+2\cdot y=-1, \\ 4\cdot x-3\cdot y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4\cdot x+4\cdot y=-2, \\ 4\cdot x-3\cdot y=6. \end{cases}$$

Zbrajanjem ovih jednadžbi odmah dobivamo $y=4$. Uvrštavanjem te vrijednosti u drugu jednadžbu sustava slijedi:

$$4\cdot x-3\cdot 4=6 \Leftrightarrow 4\cdot x-12=6 \Leftrightarrow 4\cdot x=6+12 \Leftrightarrow 4\cdot x=18 \Leftrightarrow x=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}=4.5.$$

19.1.) **8106**. Traženi iznos (u kn) dobit ćemo tako da zbrojimo plaću u siječnju, plaću u veljači i plaću u ožujku, pa dobiveni zbroj podijelimo sa 3. Dakle, traženi iznos (u kn) jednak je:

$$\frac{7787+7911+8620}{3}=\frac{24318}{3}=8106.$$

2.) **170853.75**. Tražena ukupna zarada je $38.5-1=37.5$ puta veća od vrijednosti svih 10 bitcoina u prosincu 2015. i iznosi $37.5\cdot 10\cdot 455.61=170853.75$ USD. (Općenito, ako smo robu kupili po cijeni C kn i prodali po cijeni $n\cdot C$ kn, onda je zarada jednaka $n\cdot C-C=(n-1)\cdot C$, pa zaključujemo da je ta zarada $n-1$ puta veća od cijene po kojoj smo kupili robu.)

20.1.) $a^2-2\cdot a+15$. Imamo redom:

$$a\cdot(a+4)-3\cdot(2\cdot a-5)=a^2+4\cdot a-6\cdot a+15=a^2-2\cdot a+15.$$

2.) $\frac{4\cdot x+13}{2\cdot x+6}=\frac{4\cdot x+13}{2\cdot(x+3)}$. Koristeći formulu za razliku kvadrata dobivamo:

$$\frac{x-3}{2\cdot x+4}\cdot\frac{x+2}{x^2-9}+2=\frac{x-3}{2\cdot(x+2)}\cdot\frac{x+2}{(x-3)\cdot(x+3)}+2=\frac{1}{2\cdot(x+3)}+2=\frac{1}{2\cdot x+6}+2=$$
$$=\frac{1+2\cdot(2\cdot x+6)}{2\cdot x+6}=\frac{1+4\cdot x+12}{2\cdot x+6}=\frac{4\cdot x+13}{2\cdot x+6}=\frac{4\cdot x+13}{2\cdot(x+3)}.$$

21.1.) $3.75=\frac{15}{4}$. Uvrštavanjem numeričkih podataka u zadani izraz uz primjenu definicije funkcije apsolutne vrijednosti dobivamo redom:

$$\left|-3-\frac{1}{2}\right|+\left|0.25-\frac{1}{2}\right|=\left|-3-0.5\right|+\left|0.25-0.5\right|=\left|-3.5\right|+\left|-0.25\right|=3.5+0.25=3.75=\frac{15}{4}.$$

2.) **18**. Pomnožimo drugu nejednakost s (–1) pazeći na promjenu znakova nejednakosti i pribrojimo tako dobivenu nejednakost prvoj nejednakosti. Dobivamo:

$$-2\geq -p\geq -4 \Leftrightarrow -4\leq -p\leq -2 \Leftrightarrow -4+15\leq -p+m\leq -2+20 \Leftrightarrow 11\leq m-p\leq 18.$$

Odatle slijedi da je najmanja vrijednost izraza $m-p$ jednaka 11, a najveća 18.

22.1.) $\frac{k-5}{2\cdot k+4}$. Sve članove koji sadrže nepoznanicu x prebacimo na lijevu stranu jednakosti, a sve one koji ne sadrže nepoznanicu x prebacimo na desnu stranu jednakosti. Pritom pazimo na promjenu predznaka prilikom prijelaza s jedne strane jednakosti na drugu. Dobivamo:

$$2\cdot k\cdot x+4\cdot x=k-5 \Leftrightarrow x\cdot(2\cdot k+4)=k-5 \Leftrightarrow x=\frac{k-5}{2\cdot k+4}.$$

Dijeljenje izrazom $2\cdot k+4$ smjeli smo provesti jer je, zbog pretpostavke $k\neq -2$, vrijednost toga izraza različita od nule. (Izraz $2\cdot k+4$ poprima vrijednost 0 ako i samo ako je $2\cdot k+4=0 \Leftrightarrow 2\cdot k=-4 \Leftrightarrow k=-2.$)

2.) $x<-\frac{5}{8}$ **ili** $x\in\left\langle -\infty,-\frac{5}{8}\right\rangle$**.** Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&10\cdot x^2-25\cdot x+4\cdot x-10>3\cdot x^2-5\cdot x+7\cdot x^2,\\
&10\cdot x^2-25\cdot x+4\cdot x-3\cdot x^2+5\cdot x-7\cdot x^2>10,\\
&(-16)\cdot x>10,\quad /:(-16)\\
&x<\frac{10}{-16}=\frac{5}{-8}=-\frac{5}{8}.
\end{aligned}$$

Skup svih rješenja zadane nejednadžbe je, dakle, interval $\left\langle -\infty,-\frac{5}{8}\right\rangle$.

23.1.) $\frac{1}{2}=0.5$ i -5. Koristeći formulu za rješavanje kvadratne jednadžbe imamo redom:

$$2\cdot t^2+9\cdot t=5 \Leftrightarrow 2\cdot t^2+9\cdot t-5=0 \Rightarrow t_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4\cdot 2\cdot(-5)}}{2\cdot 2}=\frac{-9\pm\sqrt{81+40}}{4}=\frac{-9\pm\sqrt{121}}{4}=$$
$$=\frac{-9\pm 11}{4}\Rightarrow t_1=\frac{-9+11}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0.5,\ t_2=\frac{-9-11}{4}=\frac{-20}{4}=-5.$$

2.) **2.** Prikažimo obje strane zadane jednadžbe kao potencije s bazom 0.01 i izjednačimo eksponente dobivenih potencija. Pritom koristimo jednakost $1=0.01^0$. Dobivamo:

$$0.01^{3\cdot x-6}=1 \Leftrightarrow 0.01^{3\cdot x-6}=0.01^{0} \Leftrightarrow 3\cdot x-6=0 \Leftrightarrow 3\cdot x=6 \Leftrightarrow x=2.$$

24.1.) 19. Prema zahtjevu zadatka mora vrijediti jednakost $f(x)=f(12)+2$. Uvrštavanjem pravila za f i izračunavanjem vrijednosti $f(12)$ dobivamo:

$$\begin{aligned}
&\frac{2}{7}\cdot x-\frac{3}{7}=\frac{2}{7}\cdot 12-\frac{3}{7}+2, \quad /\cdot 7\\
&2\cdot x-3=2\cdot 12-3+14,\\
&2\cdot x=24-3+14+3,\\
&2\cdot x=38, \quad /:2\\
&x=19.
\end{aligned}$$

2.) 5.26. Prema definiciji funkcije P, vrijednost $P(6)$ je masa (u kg) papira skupljenoga u razdoblju od šest tjedana, dok je $P(4)$ masa (u kg) papira skupljenoga u razdoblju od četiri tjedna. Zbog toga je $P(6)-P(4)$ masa (u kg) papira skupljenoga u razdoblju između (isključivo) četvrtoga tjedna i (uključivo) šestoga tjedna, tj. masa papira skupljenoga tijekom petoga i šestoga tjedna. Dakle, treba izračunati vrijednost $P(6)-P(4)$. Dobiva se:

$$P(6)-P(4)=2.63\cdot 6-2.63\cdot 4=2.63\cdot(6-4)=2.63\cdot 2=5.26.$$

Primijetimo da se *isti* rezultat dobiva za razdoblje od *bilo koja* dva uzastopna tjedna, tj. tijekom n-toga i n+1-voga tjedna skupljeno je 5.26 kg papira, za svaki $n\in\mathbb{N}$.

25.1.) $\frac{7+\sqrt{13}}{2}\approx 5.30276.$ Neka je x tražena duljina. Tada je $\left|\overline{EB}\right|=\left|\overline{AB}\right|-\left|\overline{AE}\right|=7-x$. Prema pretpostavci zadatka, točka E nalazi se bliže točki B, što znači da je tražena duljina veća od polovice duljine stranice $\overline{AB}$, a manja od duljine te strane. Dakle, mora vrijediti jednakost $x\in\left\langle\frac{7}{2},7\right\rangle$.

Prema pretpostavci, $ABCD$ je pravokutnik, pa zaključujemo da vrijede jednakosti:

$$\left|\overline{AD}\right|=\left|\overline{BC}\right|=3,\ \left|\overline{AB}\right|=\left|\overline{CD}\right|=7.$$

Primijenimo Pitagorin poučak na trokutove AED, EBC i ECD. Dobivamo:

$$\begin{cases}
\left|\overline{AE}\right|^2+\left|\overline{AD}\right|^2=\left|\overline{DE}\right|^2,\\
\left|\overline{EB}\right|^2+\left|\overline{BC}\right|^2=\left|\overline{EC}\right|^2,\\
\left|\overline{DE}\right|^2+\left|\overline{EC}\right|^2=\left|\overline{CD}\right|^2.
\end{cases}$$

Ovamo uvrstimo jednakosti $\left|\overline{AD}\right| = \left|\overline{BC}\right| = 3,\ \left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{CD}\right| = 7,\ \left|\overline{AE}\right| = x,\ \left|\overline{BE}\right| = 7 - x$, pa dobijemo:

$$\begin{cases} x^2 + 3^2 = \left|\overline{DE}\right|^2, \\ (7-x)^2 + 3^2 = \left|\overline{EC}\right|^2, \\ \left|\overline{DE}\right|^2 + \left|\overline{EC}\right|^2 = 7^2. \end{cases}$$

Uvrštavanjem prve dvije jednakosti u treću dobivamo:

$$\begin{aligned} &x^2 + 3^2 + (7-x)^2 + 3^2 = 7^2, \\ &x^2 + 9 + 7^2 - 2\cdot 7\cdot x + x^2 + 9 = 7^2, \\ &2\cdot x^2 - 14\cdot x + 18 = 0, \quad /:2 \\ &x^2 - 7\cdot x + 9 = 0. \end{aligned}$$

Tražimo ono rješenje ove kvadratne jednadžbe koje pripada intervalu $\left\langle \frac{7}{2}, 7 \right\rangle$. Ono je jednako:

$$x = \frac{7 + \sqrt{7^2 - 4\cdot 1\cdot 9}}{2\cdot 1} = \frac{7 + \sqrt{49 - 36}}{2} = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \approx 5.30276.$$

2.) 122° ili $\frac{90}{61}\cdot\pi$ rad. Omjer površine kružnoga isječka određenoga kutom α i površine cijeloga kruga mora biti jednak omjeru pripadnih brojeva posjetitelja. To zapravo znači da omjer mjere kuta α i mjere punoga kuta koji određuje cijeli krug (to je kut čija je mjera 360°) mora biti jednak omjeru pripadnih brojeva posjetitelja. Mjeri kuta α odgovara broj 1952, dok mjeri punoga kuta odgovara broj $1952 + 3327 + 481 = 5760.$ Dakle, mora vrijediti jednakost:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{1952}{5760} = (\text{kratimo brojnik i nazivnik sa 32}) = \frac{61}{180}.$$

Odatle lagano slijedi:

$$\alpha = \frac{61}{180}\cdot 360^\circ = 122^\circ = \frac{180}{122}\cdot\pi = \frac{90}{61}\cdot\pi \text{ rad.}$$

26.1.) 52.5. Točkom C povucimo pravac p paralelan (usporedan) sa pravcem AB. Neka je E sjecište pravca p i pravca AD. (Nacrtajte sliku!). Sada traženu površinu možemo izračunati kao zbroj površina pravokutnika $ABCE$ i pravokutnoga trokuta

CED. U pravokutniku *ABCE* znamo duljine svih četiriju njegovih stranica, dok u pravokutnom trokutu *CED* znamo duljine obiju kateta: $\left|\overline{CD}\right| = \left|\overline{AB}\right| = 10$, $\left|\overline{ED}\right| = \left|\overline{AD}\right| - \left|\overline{AE}\right| = \left|\overline{AD}\right| - \left|\overline{BC}\right| = 6.5 - 4 = 2.5$. Tako dobivamo:

$$P = \left|\overline{AB}\right| \cdot \left|\overline{BC}\right| + \frac{1}{2} \cdot \left|\overline{CE}\right| \cdot \left|\overline{ED}\right| = 10 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2.5 = 40 + 12.5 = 52.5 \text{ cm}^2.$$

2.) 3. Neka su r polumjer osnovke (baze) stošca (i valjka), v_v visina valjka i v_s visina stošca. Volumen valjka jednak je $r^2 \cdot \pi \cdot v_v$, dok je volumen stošca jednak $\frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_s$. Prema zahtjevu zadatka, ti volumeni su jednaki, pa mora vrijediti jednakost:

$$\frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v_s = r^2 \cdot \pi \cdot v_v \quad / \cdot \frac{3}{r^2 \cdot \pi} > 0$$
$$v_s = 3 \cdot v_v.$$

Dakle, visina stošca je tri puta veća od visine valjka.

27.1.) (2, 5). Do tjemena parabole iz ishodišta nacrtanoga koordinatnoga sustava dođemo tako da se po osi apscisa najprije pomaknemo za dvije jedinične dužine udesno, a potom se iz dobivene točke pomaknemo za pet jediničnih dužina prema gore. Dakle, $T = (2,5)$.

2.) 3. Iz slike vidimo da graf funkcije g (to je pravac) prolazi točkama (0,–1) i (1, 2). Dakle, njegov koeficijent smjera je jednak $k = \frac{2-(-1)}{1-0} = 3$.

3.) –1 i 2. Iz slike se vidi da se grafovi funkcija f i g sijeku u točkama $(-1,-4)$ i (2, 5). Dakle, vrijednosti tih dviju funkcija su jednake za $x = -1$ i za $x = 2$.

28.1.) 4968. Na početku putovanja u spremniku ima 41.2 litara goriva. Prema podacima u zadatku, taj volumen tvori 80% ukupnoga volumena spremnika goriva. Označimo li s V traženi volumen, možemo postaviti jednadžbu:

$$\frac{80}{100} \cdot V = 41.2 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \cdot V = 41.2.$$

Odatle lagano slijedi:

$$V = 41.2 \cdot \frac{5}{4} = 51.5 \text{ litara.}$$

2.) 6.4. Neka je V traženi volumen. Prema pretpostavci zadatka, volumen utrošenoga goriva je upravno razmjeran (proporcionalan) duljini prijeđenoga puta. Zbog toga možemo postaviti sljedeću shemu:

↑ 100 km	↑ 225 km
V litara	(41.2 - 26.8) litara

Koristeći jednostavno trojno pravilo postavljamo razmjer:

$$V:100=(41.2-26.8):225.$$

Taj razmjer riješimo na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&225\cdot V=100\cdot(41.2-26.8),\\
&225\cdot V=100\cdot 14.4,\\
&225\cdot V=1440, \quad /:225\\
&V=6.4.
\end{aligned}$$

3.) $-\frac{8}{125}\cdot s+41.2$**.** Odredimo jednadžbu pravca koji prolazi točkama $(0,41.2)$ i $(225,26.8)$. Pritom tu jednadžbu tražimo u obliku $G=a\cdot s+b$ (tj. u pripadnom pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini os apscisa označimo sa s, a osi ordinata sa G). To učinimo na standardni način koristeći jednadžbu pravca kroz dvije zadane njegove točke:

$$\begin{aligned}
&G-41.2=\frac{26.8-41.2}{225-0}\cdot(s-0),\\
&G=\frac{-14.4}{225}\cdot s+41.2,\\
&G=-\frac{8}{125}\cdot s+41.2.
\end{aligned}$$

Dakle, tražena funkcija je $G(s)=-\frac{8}{125}\cdot s+41.2.$

Pripremio:

mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač