TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	**Matematika na državnoj maturi**	**rješenja zadataka iz lipnja 2020. (osnovna razina)**

1. **B**. Prvi je broj strogo manji od –0.5, dok su treći i četvrti strogo veći od 1. Jedino je broj –0.45 strogo veći od –0.5 i strogo manji od 1.

2. **D.** Podijelimo zadane brojeve:

$$\begin{array}{l} 34567:28=1234 \\ \underline{-28} \\ 65 \\ \underline{-56} \\ 96 \\ \underline{-84} \\ 127 \\ \underline{-112} \\ 15 \end{array}$$

Dakle, traženi je ostatak jednak 15.

3. **B**. Neka je a duljina stranice kvadrata $ABCD$. Tada je duljina stranice svakoga od 9 manjih kvadratića jednaka $\frac{a}{3}$. Osjenčana površina jednaka je zbroju površine pravokutnoga trokuta kojemu su duljine kateta a i $2\cdot\frac{a}{3}$ i površine jednakokračnoga pravokutnoga trokuta kojemu je duljina jedne katete $\frac{a}{3}$. Zbog toga je traženi postotak jednak:

$$p=\frac{\frac{1}{2}\cdot a\cdot 2\cdot\frac{a}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{3}\cdot\frac{a}{3}}{a\cdot a}\cdot 100=\frac{\frac{a^2}{3}+\frac{a^2}{18}}{a^2}\cdot 100=\frac{\frac{6\cdot a^2+a^2}{18}}{a^2}\cdot 100=\frac{\frac{7\cdot a^2}{18}}{a^2}\cdot 100=\frac{7}{18}\cdot 100\approx 38.89\%.$$

4. **A**. Ako je $\frac{1}{6}$ ubranoga grožđa crno grožđe, onda je $1-\frac{1}{6}=\frac{6-1}{6}=\frac{5}{6}$ ubranoga grožđa bijelo grožđe. Zbog toga je traženi omjer jednak:

$$\frac{1}{6}:\frac{5}{6}\Leftrightarrow 1:5.$$

(Posljednji omjer dobili smo množenjem prethodnoga omjera brojem 6.)

5. **B**. Označimo traženi broj s n, pri čemu je očito $n\in\mathbb{N}$. Ukupan broj djece u promatranoj ulici jednak je $5\cdot 1+8\cdot 2+4\cdot 3+1\cdot 7+n\cdot 4=5+16+12+7+4\cdot n=4\cdot n+40$. Ukupan broj svih obitelji u toj ulici jednak je $5+8+4+1+n=n+18$. Zbog toga je

prosječan broj djece po jednoj obitelji jednak $\frac{4\cdot n+40}{n+18}$. Prema podacima u zadatku, ta vrijednost treba biti jednaka 2.4, pa dobivamo jednadžbu:

$$\frac{4\cdot n+40}{n+18}=2.4.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned}
&\frac{4\cdot n+40}{n+18}=2.4 \quad /\cdot(n+18)\\
&4\cdot n+40=2.4\cdot(n+18),\\
&4\cdot n+40=2.4\cdot n+43.2,\\
&4\cdot n-2.4\cdot n=43.2-40,\\
&1.6\cdot n=3.2, \quad /:1.6\\
&n=2.
\end{aligned}$$

Dakle, u ulici su dvije obitelji s po četvero djece.

6. **B**. Riješimo zadanu jednadžbu na uobičajen način. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&3\cdot(2-5\cdot x)=\frac{4\cdot x-1}{2}+6, \quad /\cdot 2\\
&6\cdot(2-5\cdot x)=4\cdot x-1+12,\\
&12-30\cdot x=4\cdot x-1+12,\\
&-30\cdot x-4\cdot x=-1,\\
&(-34)\cdot x=-1, \quad /:(-34)\\
&x=\frac{1}{34}\approx 0.0294117647\approx 0.0294.
\end{aligned}$$

7. **A**. Mreža svake četverostrane piramide sastoji se od točno jednoga četverokuta i četiriju trokutova. Jedina mreža s tim svojstvom je mreža nacrtana pod A.

8. **C.** Dva pravca čije jednadžbe imaju oblik $y=k\cdot x+l$, za neke $k,l\in\mathbb{R}$, su usporedna ako i samo ako imaju jednake koeficijente smjerova (brojeve uz x). Pravci p_2 i p_3 imaju koeficijent smjera jednak 3, pa su, prema navedenom kriteriju, oni usporedni.

9. **B**. Slažući žetone najprije po širini, u jedan stupac možemo složiti ukupno $\frac{30}{2\cdot 3}=5$ žetona (širinu papira dijelimo s promjerom jednoga žetona). Slažući žetone po

dužini, u jedan redak možemo složiti ukupno $\left\lfloor \frac{20}{2\cdot 3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{6} \right\rfloor = 3$ žetona. Dakle, traženi broj žetona je jednak $5\cdot 3 = 15$.

Napomena: S $\lfloor x \rfloor$ je označena funkcija *najveće cijelo*, tj. funkcija koja svakom realnom broju x pridružuje najveći cijeli broj jednak ili manji od x.

10. D. Duljina bočnoga brida prizme jednaka je duljini visine prizme. Zbog toga je obujam prizme jednak umnošku površine osnovke prizme i duljine visine prizme (odnosno, duljine bočnoga brida prizme):

$$V = B\cdot v = \frac{8^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot 2 = \frac{64\cdot\sqrt{3}}{2} = 32\cdot\sqrt{3} \approx 55.4256258 \approx 55.4\ \text{cm}^3.$$

11. D. Funkcija f je polinom 1. stupnja kojemu je vodeći koeficijent (to je broj -2) strogo negativan. Zbog toga je ta funkcija strogo padajuća. Uzmemo li x iz skupa $\left\{-\frac{11}{3}, -\frac{5}{14}, \frac{5}{14}, \frac{11}{3}\right\}$, onda će f poprimiti najmanju vrijednost za najveći element toga skupa. Lako vidimo da vrijede nejednakosti $-\frac{11}{3} < -\frac{5}{14} < \frac{5}{14} < \frac{11}{3}$ i da je najveći element promatranoga skupa $\frac{11}{3}$, pa je taj broj točno rješenje zadatka.

12. A. Imamo redom:

$$\frac{5}{3} \mapsto \frac{5+2}{3+2} = \frac{7}{5} \mapsto \frac{7}{5} - 0.35 = 1.4 - 0.35 = 1.05 \mapsto 1.05^2 = 1.1025 \mapsto 8\cdot 1.1025 = 8.82.$$

Napomena: S $\mapsto$ je označena fraza „pridružuje se“.

13. B. Neka su b i s redom duljina bratova, odnosno sestrina koraka (iskazana u cm). Iz podatka da je bratov korak za 9 cm dulji od sestrina zaključujemo da vrijedi jednakost:

$$b = s + 9.$$

Iz podatka da je sestrin korak za 12% kraći od bratova zaključujemo da vrijedi jednakost:

$$b - \frac{12}{100}\cdot b = s.$$

Tako smo dobili sljedeći sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} b = s + 9, \\ b - \frac{12}{100} \cdot b = s. \end{cases}$$

Iz druge jednadžbe toga sustava je:

$$s = b \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) \Leftrightarrow s = b \cdot \left(\frac{100-12}{100}\right) \Leftrightarrow s = \frac{88}{100} \cdot b \Leftrightarrow s = \frac{22}{25} \cdot b \Leftrightarrow b = \frac{25}{22} \cdot s.$$

Uvrštavanjem te jednakosti u prvu jednadžbu sustava dobivamo:

$$\frac{25}{22} \cdot s = s + 9 \Leftrightarrow \frac{25}{22} \cdot s - s = 9 \Leftrightarrow s \cdot \left(\frac{25}{22} - 1\right) = 9 \Leftrightarrow s \cdot \left(\frac{25-22}{22}\right) = 9 \Leftrightarrow \frac{3}{22} \cdot s = 9 \Leftrightarrow s = \frac{22 \cdot 9}{3} = 22 \cdot 3 = 66.$$

Dakle, duljina sestrina koraka je 66 cm.

14. C. Iz druge jednadžbe sustava je $x = \frac{y}{3}$. Uvrstimo tu jednakost u prvu jednadžbu:

$$3 \cdot \frac{y}{3} - 25 \cdot y = -57.6 \Leftrightarrow y - 25 \cdot y = -57.6 \Leftrightarrow (-24) \cdot y = -57.6 \Leftrightarrow y = \frac{-57.6}{-24} = 2.4.$$

15. A. Iz slike vidimo da su nultočke tražene funkcije $x_1 = -2$ i $x_2 = 6$. Prema osnovnom poučku algebre, to znači da ta funkcija ima oblik:

$$f(x) = a \cdot (x - (-2)) \cdot (x - 6) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 6),$$

za neki $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Graf funkcije prolazi i točkom $(0,6)$, što znači da je $f(0) = 6$. Zbog toga u gornju jednakost uvrstimo $x = 0$ i $f(0) = 6$:

$$6 = a \cdot (0 + 2) \cdot (0 - 6) \Leftrightarrow 6 = a \cdot 2 \cdot (-6) \Leftrightarrow a = \frac{6}{2 \cdot (-6)} = -\frac{1}{2}.$$

Tako je konačno:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (x+2) \cdot (x-6) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x^2 + 2 \cdot x - 6 \cdot x - 12\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x^2 - 4 \cdot x - 12\right) =$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^2 + 2 \cdot x + 6.$$

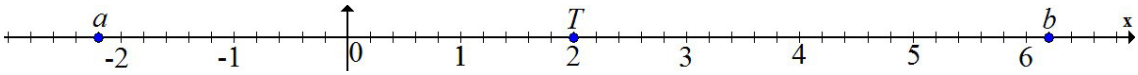
16. C. 100 žarulja kupci će platiti ukupno $100 \cdot 23 = 2300$ kn. Zarada trgovca je 70 kn, što znači da je tih 100 žarulja trgovac platio ukupno $2300 - 70 = 2230$ kn. Odatle slijedi da je 400 žarulja trgovac platio ukupno $4 \cdot 2230 = 8920$ kn. Bude li svaku od

tih 400 žarulja prodavao po cijeni od 25 kn po komadu, kupci će platiti ukupno $400 \cdot 25 = 10000$ kn. Zbog toga zarada trgovca u tom slučaju iznosi $10000 - 8920 = 1080$ kn.

17. Vidjeti sliku 1. Razmak između dvaju uzastopnih podioka na brojevnom pravcu odgovara razmaku od 0.2. Zbog toga točki a odgovara broj $a = -2.2$, a točki b broj $b = 6.2$. Aritmetička sredina tih brojeva je:

$$s = \frac{a+b}{2} = \frac{-2.2+6.2}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Dakle, točka T odgovara broju 2, kao što je prikazano na donjoj slici.



Slika 1.

18. 0.312. Imamo redom:

$$\sqrt{\frac{1.56^3}{7+2^5}} = \sqrt{\frac{3.796416}{7+32}} = \sqrt{\frac{3.796416}{39}} = \sqrt{0.097344} = 0.312.$$

19.1.) $x_1 = 0,\ x_2 = \frac{15}{2}$ **ili obratno**. Imamo redom:

$$2 \cdot x^2 = 15 \cdot x \Leftrightarrow 2 \cdot x^2 - 15 \cdot x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (2 \cdot x - 15) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ili } 2 \cdot x - 15 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ili } 2 \cdot x = 15 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ili } x = \frac{15}{2}.$$

Dakle, zadana jednadžba ima točno dva rješenja. Ona su $x = 0$ i $x = \frac{15}{2}$.

2.) $x \geq -2$ **ili** $x \in [2, +\infty\rangle$**.** Imamo redom:

$$5 \cdot x - 5 \geq 2 \cdot x - 11 \Leftrightarrow 5 \cdot x - 2 \cdot x \geq -11 + 5 \Leftrightarrow 3 \cdot x \geq -6 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Svi realni brojevi jednaki ili veći od 2 tvore skup $[2, +\infty\rangle$. Taj skup je skup svih rješenja zadane nejednadžbe.

20.1.) 484. Odmah imamo:

$$(2 \cdot (-5) - 12)^2 = (-10 - 12)^2 = (-22)^2 = 484.$$

2.) $24 \cdot a^3 - 12 \cdot a^2 + 6 \cdot a^2 \cdot b - 3 \cdot a \cdot b$; **6.** Imamo redom:

$3\cdot a\cdot(4\cdot a+b)\cdot(2\cdot a-1)=\left(12\cdot a^2+3\cdot a\cdot b\right)\cdot(2\cdot a-1)=24\cdot a^3+6\cdot a^2\cdot b-12\cdot a^2-3\cdot a\cdot b=$
$=24\cdot a^3-12\cdot a^2+6\cdot a^2\cdot b-3\cdot a\cdot b.$

Odavde lako očitamo da je koeficijent uz $a^2\cdot b$ u dobivenom izrazu jednak 6.

21.1.) $\dfrac{A}{5\cdot B}+D.$ Imamo redom:

$$A=5\cdot B\cdot(C-D)\Leftrightarrow C-D=\frac{A}{5\cdot B}\Leftrightarrow C=\frac{A}{5\cdot B}+D.$$

2.) $\dfrac{4}{x+2}$**.** Primijenit ćemo formulu za razliku kvadrata. Imamo redom:

$$\frac{x^3-8}{x^2-4}-x=\frac{x^3-8-x\cdot\left(x^2-4\right)}{x^2-4}=\frac{x^3-8-x^3+4\cdot x}{x^2-4}=\frac{4\cdot x-8}{x^2-2^2}=\frac{4\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x+2)}=\frac{4}{x+2}.$$

22.1.) ≈ 30.12 cm. Primjenom Pitagorina poučka dobijemo:

$$b=\sqrt{38.2^2-23.5^2}=\sqrt{1459.24-552.25}=\sqrt{906.99}\approx 30.11627467\approx 30.12\text{ cm}.$$

2.) 101°**.** Produžimo polupravac koji ima istu početnu točku kao i polupravac q tako da siječe polupravac p. Neka je S sjecište polupravca p i produženoga polupravca. Promotrimo trokut kojemu jedna stranica pripada polupravcu p, druga stranica produženom polupravcu, a treća stranica polupravcu koji ima istu početnu točku kao i polupravac p. Kut kod vrha S u tom trokutu ima mjeru 48° jer se radi o sukladnim kutovima uz priječnicu (transverzalu). Drugi kut toga trokuta ima mjeru 31°.Nepoznata mjera kuta γ je mjera trećega kuta toga trokuta. Budući da zbroj mjera svih kutova u trokutu mora biti jednak 180°, lako dobivamo da je tražena mjera jednaka:

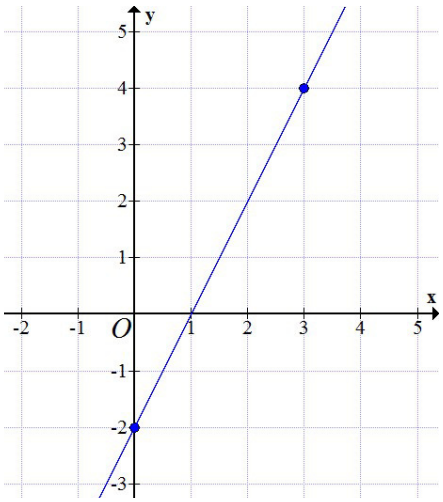
$$\gamma=180^\circ-(48^\circ+31^\circ)=180^\circ-79^\circ=101^\circ.$$

23.1.) Vidjeti sliku 2. Graf bilo koje linearne funkcije je pravac. Da bismo nacrtali traženi pravac, moramo znati barem dvije njegove različite točke. Iz podatka $f(0)=-2$ zaključujemo da traženi pravac prolazi točkom $(0,-2)$. Iz podatka $f(3)=4$ zaključujemo da traženi pravac prolazi točkom $(3,4)$. Zbog toga u zadani pravokutni koordinatni sustav u ravnini ucrtamo točke $(0,-2)$ i $(3,4)$, pa ih spojimo pravcem. Dobivamo sliku 2 na sljedećoj stranici.

2.) 73. Treba riješiti jednadžbu $f(x)=348$. Imamo redom:

$$f(x)=348 \Leftrightarrow 5\cdot x-17=348 \Leftrightarrow 5\cdot x=348+17 \Leftrightarrow 5\cdot x=365 \Leftrightarrow x=73.$$

Dakle, traženi je broj jednak 73.



Slika 2.

24.1.) $\frac{11}{20}$. Treba riješiti nejednadžbu $\frac{8}{15}<\frac{n}{20}<\frac{7}{12}$ u skupu prirodnih brojeva. Množenjem ove nejednadžbe s 20 dobivamo:

$$\frac{20\cdot 8}{15}<n<\frac{20\cdot 7}{12} \Leftrightarrow \frac{4\cdot 8}{3}<n<\frac{5\cdot 7}{3} \Leftrightarrow \frac{32}{3}<n<\frac{35}{3} \Leftrightarrow 10\frac{2}{3}<n<11\frac{2}{3}.$$

Jedini prirodan broj koji zadovoljava ovu nejednakost je očito $n=11$. Dakle, traženi je razlomak jednak $\frac{11}{20}$.

2.) $\frac{9}{11}$. Imamo redom:

$$\frac{10^{203}-10^{202}}{10^{203}+10^{202}}=\frac{10^{202}\cdot\left(10^{1}-1\right)}{10^{202}\cdot\left(10^{1}+1\right)}=\frac{10-1}{10+1}=\frac{9}{11}.$$

25.1.) Bilo koja kvadratna jednadžba oblika $a\cdot\left(x^2-6\cdot m\cdot x+5\cdot m^2\right)=0$, gdje su $a,m\neq 0$. Neka je $x_1=m\neq 0$ jedno rješenje tražene kvadratne jednadžbe. (Pretpostavku $m\neq 0$ moramo uvesti kako bismo osigurali različitost rješenja.) Tada je drugo rješenje tražene jednadžbe jednako $x_2=5\cdot x_1=5\cdot m$. Prema Viète ovim formulama vrijede jednakosti:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 \cdot m = 6 \cdot m, \\ x_1 \cdot x_2 = m \cdot 5 \cdot m = 5 \cdot m^2. \end{cases}$$

Dakle, **normirana** kvadratna jednadžba (tj. kvadratna jednadžba kojoj je vodeći koeficijent jednak 1) s navedenim svojstvima glasi:

$$x^2 - 6 \cdot m \cdot x + 5 \cdot m^2 = 0\,.$$

Sve kvadratne jednadžbe koje imaju navedena svojstva imaju oblik:

$$a \cdot \left(x^2 - 6 \cdot m \cdot x + 5 \cdot m^2\right) = 0\,, \text{ gdje je } a \neq 0.$$

2.) 1. Treba riješiti jednadžbu $10^{k+2} = 1000.$ Imamo redom:

$$10^{k+2} = 1000 \Leftrightarrow 10^{k+2} = 10^3 \Leftrightarrow k + 2 = 3 \Leftrightarrow k = 3 - 2 = 1.$$

26.1.) 12. Površinu zemljišta dobijemo tako da ukupan broj sadnica podijelimo sa 6. Dakle, površina zemljišta je $\frac{1620}{6} = 270\ \text{m}^2$. Označimo s b traženu širinu zemljišta (iskazanu u metrima). Očito mora vrijediti nejednakost $b > 0$. Duljina zemljišta je za 10.5 metara veća od njegove širine, pa zaključujemo da je duljina zemljišta (u metrima) jednaka $b + 10.5$. Površina zemljišta jednaka je umnošku duljine i širine zemljišta, pa zaključujemo da je površina zemljišta $(b + 10.5) \cdot b$ m^2. No, ranije smo utvrdili da je ta površina jednaka 270 m^2, pa dobivamo jednadžbu:

$$(b + 10.5) \cdot b = 270.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način. Dobivamo:

$$(b + 10.5) \cdot b = 270 \Leftrightarrow b^2 + 10.5 \cdot b = 270 \Leftrightarrow b^2 + 10.5 \cdot b - 270 = 0 \Leftrightarrow$$

$$b_{1,2} = \frac{-10.5 \pm \sqrt{(-10.5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-270)}}{2 \cdot 1} = \frac{-10.5 \pm \sqrt{110.25 + 1080}}{2} =$$

$$= \frac{-10.5 \pm \sqrt{1190.25}}{2} = \frac{-10.5 \pm 34.5}{2} \Rightarrow b = \frac{-10.5 + 34.5}{2} = \frac{24}{2} = 12.$$

(Drugo rješenje ove jednadžbe je strogo negativan broj koji ne zadovoljava prirodan uvjet $b > 0.$) Dakle, tražena širina zemljišta iznosi 12 metara.

2.) 525.2. Traženi iznos jednak je maksimalnoj vrijednosti funkcije D. Ta je funkcija polinom 2. stupnja s koeficijentima $a = -0.3$, $b = 25.2$ i $c = -4$, pa je njezina najveća vrijednost jednaka:

$$D_{\max} = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} = \frac{4 \cdot (-0.3) \cdot (-4) - 25.2^2}{4 \cdot (-0.3)} = \frac{4.8 - 635.04}{-1.2} = \frac{-630.24}{-1.2} = 525.2.$$

Dakle, tražena maksimalna dnevna dobit iznosi 525.2 kn.

27.1.) ≈ 869.57. Neka je m tražena masa (iskazana u gramima). Na temelju podataka iz zadatka možemo postaviti shemu:

↑100 grama	↑46 kcal
m grama	400 kcal

Tako dobivamo razmjer:

$$m : 100 = 400 : 46.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$m : 100 = 400 : 46 \Leftrightarrow 46 \cdot m = 400 \cdot 100 \Leftrightarrow m = \frac{400 \cdot 100}{46} = \frac{20000}{23} \approx 869.56521739 \approx 869.57 \text{ g}.$$

2.) 82.3. Prisjetimo se: 1 dag = 10 g. Zbog toga vrijede jednakosti:

$$15 \text{ dag} = 15 \cdot 10 = 150 \text{ g},$$
$$20 \text{ dag} = 20 \cdot 10 = 200 \text{ g},$$
$$12 \text{ dag} = 12 \cdot 10 = 120 \text{ g}.$$

Odredimo najprije masu ugljikohidrata koje ćemo u organizam unijeti konzumiranjem 15 dag ananasa. Na temelju podataka iz zadatka možemo postaviti sljedeću shemu:

↑100 grama	↑13 g ugljikohidrata
150 grama	m_1 g ugljikohidrata

Tako dobivamo razmjer:

$$m_1 : 13 = 150 : 100.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$m_1 : 13 = 150 : 100 \Leftrightarrow 100 \cdot m_1 = 150 \cdot 13 \Leftrightarrow m_1 = \frac{150 \cdot 13}{100} = \frac{3 \cdot 13}{2} = \frac{39}{2} = 19.5 \text{ g}.$$

Analogno postupimo za preostale dvije namirnice. Odredimo masu ugljikohidrata koje ćemo u organizam unijeti konzumiranjem 20 dag banana. Na temelju podataka

iz zadatka možemo postaviti sljedeću shemu:

↑100 grama	↑23 g ugljikohidrata
200 grama	m_2 g ugljikohidrata

Tako dobivamo razmjer:

$$m_2 : 23 = 200 : 100.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$m_2 : 23 = 200 : 100 \Leftrightarrow 100 \cdot m_2 = 200 \cdot 23 \Leftrightarrow m_2 = \frac{200 \cdot 23}{100} = 2 \cdot 23 = 46 \text{ g}.$$

Naposljetku, odredimo masu ugljikohidrata koje ćemo u organizam unijeti konzumiranjem 12 dag borovnica. Na temelju podataka iz zadatka možemo postaviti sljedeću shemu:

↑100 grama	↑14 g ugljikohidrata
120 grama	m_3 g ugljikohidrata

Tako dobivamo razmjer:

$$m_3 : 14 = 120 : 100.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$m_3 : 14 = 120 : 100 \Leftrightarrow 100 \cdot m_3 = 120 \cdot 14 \Leftrightarrow m_3 = \frac{120 \cdot 14}{100} = \frac{6 \cdot 14}{5} = \frac{84}{5} = 16.8 \text{ g}.$$

Prema tome, tražena je masa ugljikohidrata jednaka:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 19.5 + 46 + 16.8 = 82.3 \text{ grama}.$$

3.) $y = \frac{96}{23} \cdot x$. Iz tablice vidimo da je energetska vrijednost 100 g breskvi jednaka 46 kcal. Prema podacima u podzadatku, ta je vrijednost jednaka 192 kJ. Zbog toga zaključujemo da vrijedi jednakost:

$$46 \text{ kcal} = 192 \text{ kJ}.$$

Tako možemo postaviti sljedeću shemu:

↑46 kcal	↑192 kJ
x kcal	y kJ

iz koje dobivamo razmjer:

$$y : 192 = x : 46.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$y:192 = x:46 \Leftrightarrow 46\cdot y = 192\cdot x \Leftrightarrow y = \frac{192\cdot x}{46} = \frac{96}{23}\cdot x.$$

Dakle, tražena funkcijska veza je $y = \frac{96}{23}\cdot x.$

Napomena: Zadatak je moguće riješiti uz pretpostavku da su veličine x i y upravno razmjerne, tj. vezane linearnom funkcijom oblika $y = a\cdot x$, za neki $a \neq 0$.

28.1.) 53. Traženu površinu izračunat ćemo tako da od površine kvadrata oduzmemo zbroj površina četiriju pravokutnih trokutova. Prvi od tih četiriju trokutova ima katete duljina 7 cm i 3 cm. Drugi od tih trokutova ima katete duljina $10-7=3$ cm i $10-5=5$ cm. Treći od tih trokutova ima katete duljina 6 cm i 5 cm. Četvrti od tih trokutova ima katete duljina $10-3=7$ cm i $10-6=4$ cm. Tako zaključujemo da je tražena površina jednaka:

$$P = 10\cdot 10 - \left(\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 3 + \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 4\right) = 100 - \frac{1}{2}\cdot(21+15+30+28) =$$
$$= 100 - \frac{1}{2}\cdot 94 = 100 - 47 = 53 \text{ cm}^2.$$

2.) $-2\cdot\sqrt{10}$**.** Udaljenost točke T od ishodišta jednaka je

$$d_1 = \sqrt{x^2 + (-3)^2} = \sqrt{x^2+9}.$$

Udaljenost točke P od ishodišta očito je jednaka 7. Te dvije udaljenosti moraju biti jednake, pa izjednačavanjem dobivamo jednadžbu:

$$\sqrt{x^2+9} = 7.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način, pri čemu tražimo samo strogo negativna rješenja (jer je točka T, prema pretpostavci, u trećem kvadrantu):

$$\sqrt{x^2+9} = 7 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+9}\right)^2 = 7^2 \Leftrightarrow x^2+9 = 49 \Leftrightarrow x^2 = 49-9 = 40 \Leftrightarrow x^2 = 4\cdot 10 \Rightarrow$$
$$x = -\sqrt{4\cdot 10} = -\sqrt{4}\cdot\sqrt{10} = -2\cdot\sqrt{10}.$$

3.) $10\cdot\sqrt{193}\approx$ **138.92**. Označimo standardno duljine stranice trokuta ABC s a, b i c (iskazane u metrima) tako da je nasuprot vrha A stranica duljine a metara itd. Površina trokuta ABC jednaka je $\frac{1}{2}\cdot a\cdot c$. Prema podacima u zadatku, ta vrijednost mora biti jednaka 4200 m^2, pa slijedi:

$$\frac{1}{2}\cdot a\cdot c=4200\Leftrightarrow a\cdot c=8400.$$

Kad Matija ide iz točke A preko točke B u točku C, on prijeđe put jednak zbroju duljine stranice c i duljine stranice a, tj. put duljine $c+a$. Prema podacima u zadatku, taj put ima duljinu 190 metara, pa mora vrijediti jednakost:

$$c+a=190.$$

Traženi je put jednak najkraćoj udaljenosti točaka A i C, odnosno duljini stranice AC trokuta ABC. Prema Pitagorinu poučku, ta je duljina jednaka $\sqrt{a^2+c^2}$. Koristeći formule za kvadrat binoma, odmah dobivamo:

$$\begin{aligned}
b&=\sqrt{a^2+c^2}=\sqrt{a^2+c^2+2\cdot a\cdot c-2\cdot a\cdot c}=\sqrt{\left(c^2+2\cdot a\cdot c+a^2\right)-2\cdot a\cdot c}=\\
&=\sqrt{(c+a)^2-2\cdot a\cdot c}=\sqrt{190^2-2\cdot 8400}=\sqrt{36100-16800}=\sqrt{19300}=\\
&=\sqrt{100\cdot 193}=\sqrt{100}\cdot\sqrt{193}=10\cdot\sqrt{193}\approx 138.92444\approx 138.92\text{ m}.
\end{aligned}$$

Pripremio:

mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač