



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

1. **B.** Primijetimo da je $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$. Stoga se u zadanom intervalu nalaze svi cijeli brojevi strogo veći od -2 i strogo manji od $2\frac{1}{3}$. Ti cijeli brojevi su $-1, 0, 1$ i 2 . Ima ih ukupno 4.
2. **D.** Izračunajmo vrijednost svakoga pojedinoga broja. Imamo redom:

$$K = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9};$$

$$L = -3^{-2} = -(3^{-2}) = -K = -\frac{1}{9};$$

$$M = -3^2 = -(3 \cdot 3) = -9;$$

$$N = (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9.$$

Očito je $K \neq L$, pa tvrdnja **A** nije istinita. Nadalje, $K = \frac{1}{9} > -9 = M$, pa ni tvrdnja **B** nije istinita. Analogno, $L = -\frac{1}{9} < 9 = N$, pa ni tvrdnja **C** nije istinita. No, $M = -9 \neq 9 = N$, pa je tvrdnja **D** istinita.

3. **D.** Sve točke ravnine koje pripadaju osi apscisa imaju svojstvo da je njihova druga koordinata jednaka nuli. Drugim riječima, točka $T = (x_T, y_T)$ pripada osi apscisa ako i samo ako je $y_T = 0$. Od svih četiriju navedenih točaka ovo svojstvo ima samo točka $(3, 0)$.
4. **B.** Uz standardne oznake u pravokutnom trokutu, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da je $a = 10$ cm i $c = 13$ cm. Primijenimo Pitagorin poučak, pa dobijemo:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{13^2 - 10^2} = \sqrt{169 - 100} = \sqrt{69} \approx 8.30662386291807.$$

Zaokruživanjem na tri decimale dobijemo $b \approx 8.307$ cm (znamenka desetisućinki 6 je strogo veća od 5, pa pri zaokruživanju znamenku tisućinki 6 moramo povećati za 1).

5. **C.** Od 18:43 sati do 19:00 sati protekne točno 17 minuta. Od 19:00 sati do ponoći (24.00 sati) protekne točno 5 sati. Od ponoći do 07:54 sati protekne točno 7 sati i 54 minute. Stoga je vrijeme putovanja u odlasku ukupno 17 minuta + 5 sati + 7 sati + 54 minute = 12 sati i 71 minutu = 12 sati i (60 minuta + 11 minuta) = 12 sati i (1 sat i 11 minuta) = 13 sati i 11 minuta. Analogno, od 09:47 sati do 10:00 sati protekne točno 13 minuta, od 10:00 sati do 21:00 sat protekne točno 21 – 10 = 11 sati, a od 21:00 sat do 21:29 sati protekne točno 29 minuta. Stoga je vrijeme putovanja u povratku 13 minuta + 11 sati + 29 minuta = 11 sati i 42 minute. Tražena razlika jednaka je:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$\Delta t = (13 \text{ sati i } 11 \text{ minuta}) - (11 \text{ sati i } 42 \text{ minute}) = (12 \text{ sati} + 1 \text{ sat} + 11 \text{ minuta}) - (11 \text{ sati} + 42 \text{ minute}) = (12 \text{ sati} + 60 \text{ minuta} + 11 \text{ minuta}) - (11 \text{ sati} + 42 \text{ minute}) = (12 - 11) \text{ sati i } (60 + 11 - 42) \text{ minute} = 1 \text{ sat i } 29 \text{ minuta}.$

6. C. Dijeljenjem zadanih masa dobijemo:

$$k = \frac{m_p}{m_e} = \frac{1.674 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = \frac{1.674}{9.109} \cdot 10^{-27-(-31)} = 0.18377428916 \cdot 10^{-27+31} = \\ = 0.18377428916 \cdot 10^4 = 0.18377428916 \cdot 10\,000 = 1837.7428916 \approx 1838$$

Dakle, masa protona je približno 1838 puta veća od mase elektrona.

7. A. Pomnožimo prvu jednadžbu s 3, a drugu s 2. Dobijemo:

$$\begin{cases} -6 \cdot x + 21 = 9 \cdot y \\ 6 \cdot x + 100 = 2 \cdot y \end{cases}$$

Zbrojimo dobivene jednadžbe, pa dobijemo jednadžbu $11 \cdot y = 121$. Dijeljenjem s 11 dobivamo $y = 11$.

8. B. Uočimo da je površina jednoga osjenčanoga kvadratića $P_1 = 1 \cdot 1 = 1$ kv. jed. Zadanu strjelicu tvori ukupno 12 potpuno osjenčanih kvadratića i 4 kvadratića osjenčanih točno do polovice. Površina svakoga od tih četiriju kvadratića jednaka je polovici površine potpuno osjenčanoga kvadratića, tj. $P_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ kv. jed. Stoga je tražena površina strjelice jednaka $P_{\text{strjelice}} = 12 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 12 + 2 = 14$ kv. jed.

9. C. Pomnožimo zadanu jednakost s m . Dobivamo:

$$m \cdot s = h \cdot (t - z)$$

$$m \cdot s = h \cdot t - h \cdot z$$

$$h \cdot z = h \cdot t - m \cdot s$$

Odavde dijeljenjem s h slijedi $z = \frac{h \cdot t - m \cdot s}{h}$.

10. D. Graf funkcije f je pravac čija je jednadžba $y = -x + 1$. Odredimo njegova sjecišta s koordinatnim osima. Sjecište s osi apscisa dobijemo uvrštavajući $y = 0$ i rješavajući pripadnu linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom x :



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$$\begin{aligned}0 &= -x + 1, \\ x &= 1.\end{aligned}$$

Dakle, graf funkcije f siječe os apscisa u točki $S_1 = (1, 0)$. Analogno odredimo sjecište toga pravca s osi ordinata uvrštavajući $x = 0$:

$$\begin{aligned}y &= -0 + 1, \\ y &= 1.\end{aligned}$$

Dakle, graf funkcije f siječe os ordinata u točki $S_2 = (0, 1)$. Jedini od četiriju prikazanih pravaca koji prolazi točkama S_1 i S_2 jest pravac prikazan na slici **D**.

- 11. C.** U zadanu jednadžbu uvrstimo $x = 2$, pa riješimo dobivenu linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom m :

$$\begin{aligned}m - 3 \cdot 2 &= \frac{1}{5} \\ m - 6 &= \frac{1}{5} \\ m &= \frac{1}{5} + 6 = \frac{1 + 5 \cdot 6}{5} = \frac{1 + 30}{5} = \frac{31}{5}\end{aligned}$$

- 12. A.** Uz standardne oznake u pravokutnom trokutu, znamo da je $\gamma = 90^\circ$, a iz podataka iskazanih u zadatku bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da vrijedi jednakost $\alpha = 7 \cdot \beta$. Stoga je mjera najmanjega kuta trokuta jednaka mjeri kuta β . Zbroj svih kuteva u bilo kojem trokutu jednak je 180° , pa imamo:

$$\begin{aligned}\alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \\ 7 \cdot \beta + \beta + 90^\circ &= 180^\circ \\ 8 \cdot \beta &= 180^\circ - 90^\circ \\ 8 \cdot \beta &= 90^\circ\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 8 slijedi:

$$\beta = \left(\frac{90}{8}\right)^\circ = \left(\frac{45}{4}\right)^\circ = 11.25^\circ = 11^\circ + 0.25^\circ = 11^\circ + (0.25 \cdot 60)' = 11^\circ 15'.$$

- 13. B.** Izračunajmo najprije cijenu knjige nakon sniženja od 20%. Ona iznosi:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$$C_1 = 125 - \frac{20}{100} \cdot 125 = \left(1 - \frac{20}{100}\right) \cdot 125 = \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot 125 = \left(\frac{5-1}{5}\right) \cdot 125 = \\ = \frac{4}{5} \cdot 125 = 4 \cdot \frac{125}{5} = 4 \cdot 25 = 100 \text{ kn}$$

Prema uvjetu zadatka, cijena C_1 snižena je za 30%, pa nova cijena iznosi:

$$C_2 = 100 - \frac{30}{100} \cdot 100 = \left(1 - \frac{30}{100}\right) \cdot 100 = \left(\frac{100-30}{100}\right) \cdot 100 = \frac{70}{100} \cdot 100 = 70 \text{ kn}.$$

Dakle, početna cijena knjige je 125 kn, a krajnja 70 kn. Stoga je traženi iznos jednak

$$\Delta C = 125 \text{ kn} - 70 \text{ kn} = 55 \text{ kn}.$$

- 14. D.** Polumjer osnovke valjka jednak je $r = 5 \text{ cm} = \frac{5}{10} \text{ dm} = \frac{1}{2} \text{ dm}$, a tolika je i visina h_1 vode u šalici. Stoga je obujam vode jednak obujmu valjka kojemu su polumjer osnovke i visina jednaki $\frac{1}{2} \text{ dm}$, a taj je

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \pi = \frac{1}{8} \cdot \pi \text{ dm}^3.$$

Dakle, u šalici ima $\frac{1}{8} \cdot \pi \text{ dm}^3 = \frac{1}{8} \cdot \pi \text{ litara} = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 10 \text{ decilitara} = \frac{1}{8} \cdot 10 \cdot \pi \text{ decilitara} = \frac{5}{4} \cdot \pi$ decilitara $\approx \frac{5}{4} \cdot 3.14159265358979 \approx 3.9269908 \text{ decilitara} \approx 3.93 \text{ dL}$ vode.

- 15. A.** Neka su l i d udaljenost središta lijevoga, odnosno središta desnoga kotača od središta kružnoga toka. Put koji prijeđe lijevi kotač jednak je opsegu kruga čiji je polumjer jednak l . Iz uvjeta da taj put mora iznositi 188.50 metara dobivamo jednadžbu:

$$2 \cdot l \cdot \pi = 188.50.$$

Odatle dijeljenjem s $2 \cdot \pi$ slijedi $l = \frac{188.50}{2 \cdot \pi}$ metara. Desni kotač udaljen je od središta kružnoga toka za $l + 1.56$ metara, što znači da je $d = l + 1.56$. Stoga je put koji prijeđe desni kotač jednak opsegu kruga čiji je polumjer jednak d , a taj je:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$$O = 2 \cdot d \cdot \pi = 2 \cdot (l + 1.56) \cdot \pi = 2 \cdot \left(\frac{188.50}{2 \cdot \pi} + 1.56 \right) \cdot \pi = \left(\frac{188.50}{2 \cdot \pi} + 1.56 \right) \cdot (2 \cdot \pi) = \\ = 188.50 + 1.56 \cdot 2 \cdot \pi = 188.50 + 3.12 \cdot \pi \text{ metara}$$

Uvrstimo li u ovu jednakost $\pi \approx 3.14159265358979$, dobit ćemo:

$$O \approx 198.3017690792 \text{ metara} \approx 198.30 \text{ metara.}$$

16. C. Koeficijent uz x^2 je strogo pozitivan realan broj $\frac{1}{2}$, pa zadana kvadratna funkcija ima najmanju vrijednost. Očitamo $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$, $c = 6$, pa dobijemo da je tražena najmanja

vrijednost (minimum) jednaka $f_{\min} = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} = \frac{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 - (-3)^2}{4 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 6 - 9}{2} = \frac{12 - 9}{2} = \frac{3}{2}$.

17. 1. Imamo redom:

$$\frac{|4-5|^3 - (4-5)^3}{\sqrt{6-2}} = \frac{|-1|^3 - (-1)^3}{\sqrt{4}} = \frac{1^3 - (-1)}{2} = \frac{1 - (-1)}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

18. $x^2 - 3 \cdot x$. Koristeći formulu za kvadrat razlike binoma, imamo redom:

$$(x-1)^2 - x - 1 = x^2 - 2 \cdot x + 1 - x - 1 = x^2 - 3 \cdot x.$$

19. $\frac{2}{a}$. Iz članova u brojniku izlučimo 2, a iz članova u nazivniku izlučimo a . Dobijemo:

$$\frac{4 - 2 \cdot a}{2 \cdot a - a^2} = \frac{2 \cdot (2 - a)}{a \cdot (2 - a)} = \frac{2}{a}.$$

20. Vidjeti Sliku 1. Zadana funkcija je kvadratna funkcija. Njezin graf je parabola. Svaka je parabola jednoznačno određena zadavanjem bilo koje tri svoje točke. Uobičajeno je odrediti njezino tjeme i njezina sjecišta s koordinatnim osima. Stoga najprije očitamo:

$$a = -1, b = 0, c = 1,$$

pa računamo koordinate tjemena parabole:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$$T = \left(-\frac{b}{2 \cdot a}, \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} \right) = \left(-\frac{0}{2 \cdot (-1)}, \frac{4 \cdot (-1) \cdot 1 - 0^2}{4 \cdot (-1)} \right) = \left(0, \frac{-4 - 0}{-4} \right) = \left(0, \frac{-4}{-4} \right) = (0, 1)$$

Primijetimo da točka T pripada osi ordinata jer joj je prva koordinata jednaka nuli. Dakle, tražena parabola siječe os ordinata u svojem tjemenu $T = (0, 1)$. Preostaje odrediti sjecišta s osi apscisa. U tu svrhu riješimo jednadžbu $f(x) = 0$:

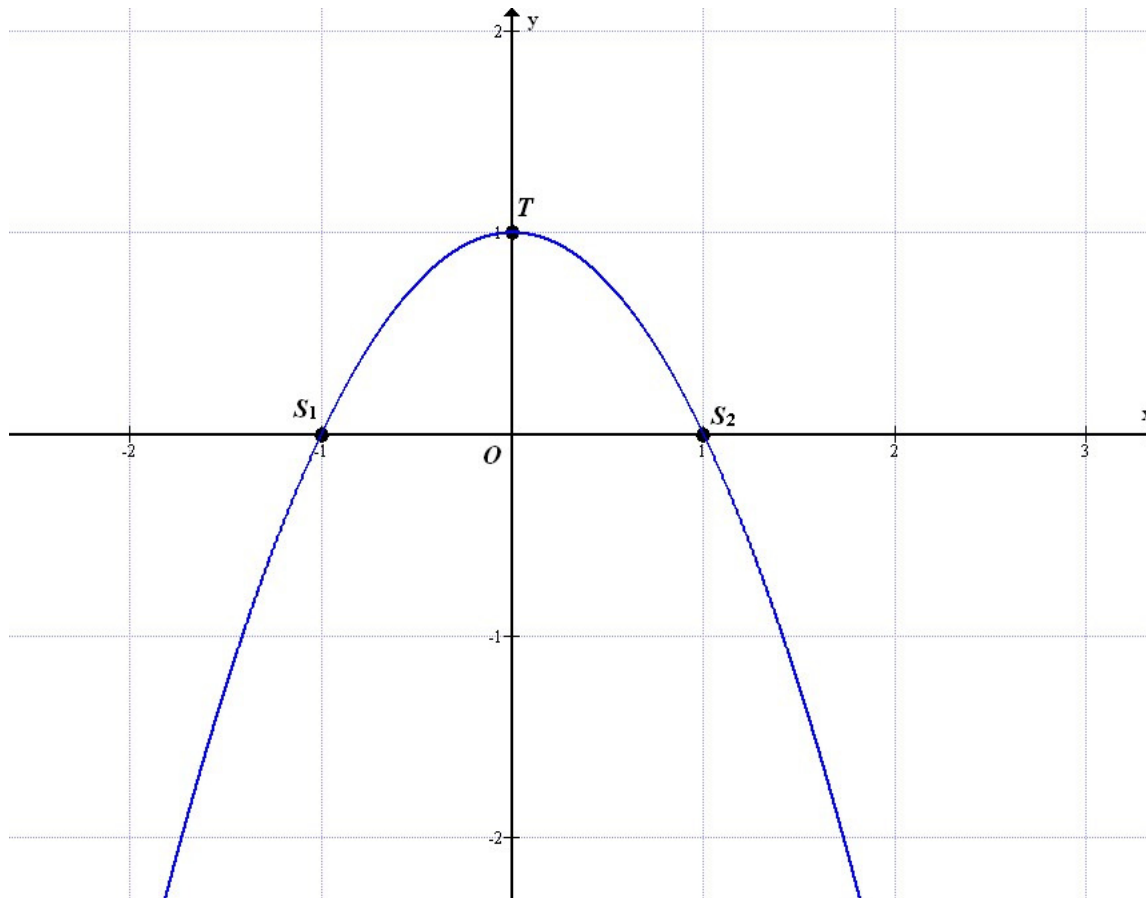
$$f(x) = 0$$

$$-x^2 + 1 = 0$$

$$-x^2 = -1$$

$$x^2 = 1$$

Odatle je $x_1 = -1$ i $x_2 = 1$. Dakle, tražena parabola siječe os apscisa u točkama $S_1 = (-1, 0)$ i $S_2 = (1, 0)$. Njezin je graf prikazan na Slici 1.



Slika 1.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

21. 10.8. U tijelu čovjeka mase 60 kg ima ukupno $\frac{3}{5} \cdot 60 = \frac{180}{5} = 36$ kg vode. Označimo li nepoznatu masu bjelančevina s b , možemo postaviti razmjer:

$$b : 36 = 3 : 10.$$

Umnožak vanjskih članova toga razmjera (b i 10) treba biti jednak umnošku njegovih unutrašnjih članova (36 i 3). Tako redom dobivamo:

$$10 \cdot b = 36 \cdot 3,$$

$$10 \cdot b = 108.$$

Dijeljenjem posljednje jednakosti s 10 slijedi $b = 10.8$ kg.

22. 1.) 0.524. Veličina iskazana u inčima i veličina iskazana u milimetrima su upravno razmjerne, pa možemo postaviti razmjer:

$$x : 13.3096 = 10 : 254.$$

Analogno kao u rješenju zadatka 21. dobivamo:

$$254 \cdot x = 10 \cdot 13.3096,$$

$$254 \cdot x = 133.096.$$

Odavde dijeljenjem s 254 slijedi $x = 0.524$.

2.) 3 314.7. Analogno kao u 1.) možemo postaviti razmjer:

$$y : 130.5 = 254 : 10.$$

Analogno kao u rješenju zadatka 21. dobivamo:

$$10 \cdot y = 130.5 \cdot 254,$$

$$10 \cdot y = 33\,147.$$

Odatle dijeljenjem s 10 slijedi $y = 3\,314.7$.

23. 1.) 3.1623. Imamo redom:

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (6 - 5)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} \\ \approx 3.16227766 \approx 3.1623$$

(Znamenka 7 na mjestu stotisućinki je strogo veća od 5, pa znamenku 2 na mjestu deset-



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

tisućinki prigodom zaokruživanja moramo povećati za 1.)

2.) $y = -\frac{1}{3} \cdot x + \frac{17}{3}$. Koristeći formulu za jednadžbu pravca kroz dvije zadane točke toga pravca dobivamo:

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A),$$

$$y - 6 = \frac{5 - 6}{2 - (-1)} \cdot [x - (-1)],$$

$$y - 6 = \frac{-1}{2 + 1} \cdot (x + 1),$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot (x + 1) + 6,$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{3} + 6,$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot x + \frac{-1 + 3 \cdot 6}{3},$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot x + \frac{-1 + 18}{3},$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot x + \frac{17}{3}.$$

24. 1.) 18. Traženi je broj jednak 0.9% broja 2000, tj. $\frac{0.9}{100} \cdot 2000 = 0.9 \cdot 20 = 18$.

2.) 10 091. Neka je x traženi broj. Izradom x komada vilica dobiva se $\frac{0.9}{100} \cdot x$ vilica s

grješkom, pa je broj vilica bez grješke jednak $x - \frac{0.9}{100} \cdot x$. Prema uvjetu zadatka, taj broj mora biti jednak ili veći od 10 000, pa dobivamo nejednadžbu:

$$x - \frac{0.9}{100} \cdot x \geq 10\,000.$$

Tu nejednadžbu riješimo uobičajenim postupkom:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$$x - \frac{0.9}{100} \cdot x \geq 10\,000 \quad / \cdot 100,$$

$$100 \cdot x - 0.9 \cdot x \geq 1\,000\,000,$$

$$99.1 \cdot x \geq 1\,000\,000.$$

Dijeljenjem s 99.1 dobivamo $x \geq 10\,090.817356$. Najmanji prirodan broj jednak ili veći od 10 090.817356 je 10 091, pa treba izraditi najmanje 10 091 komada vilica.

25. 1.) $\frac{9}{5}$. Imamo redom:

$$3 \cdot (x-1) - \frac{x+1}{2} = 1 \quad / \cdot 2$$

$$6 \cdot (x-1) - (x+1) = 2,$$

$$6 \cdot x - 6 - x - 1 = 2,$$

$$6 \cdot x - x = 2 + 6 + 1,$$

$$5 \cdot x = 9.$$

Odavde dijeljenjem s 5 dobivamo $x = \frac{9}{5}$.

2.) 3; -12 (ili obratno). Pomnožimo zadanu jednadžbu s (-1), pa dobivamo:

$$x^2 + 9 \cdot x - 36 = 0.$$

Odavde je

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36)}}{2 \cdot 1} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 36}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 144}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-9 \pm 15}{2}$$

$$x_1 = \frac{-9 + 15}{2} = \frac{6}{2} = 3, \quad x_2 = \frac{-9 - 15}{2} = -\frac{24}{2} = -12.$$

26. 1.) $x \geq \frac{1}{5}$ ili $x \in \left[\frac{1}{5}, +\infty \right)$. Imamo redom:

$$4 \cdot (2 - x) - x - 7 \leq 0,$$

$$8 - 4 \cdot x - x - 7 \leq 0,$$

$$-5 \cdot x \leq -8 + 7,$$

$$-5 \cdot x \leq -1.$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

Posljednju nejednakost podijelimo s (-5) , pri čemu se znak nejednakosti \leq mijenja u \geq .
Tako dobijemo $x \geq \frac{1}{5}$, odnosno ekvivalentno $x \in \left[\frac{1}{5}, +\infty\right)$.

2.) $\frac{1}{4}$. Koristeći jednakosti $1000 = 10^3$ i $100 = 10^2$ zadanu jednadžbu transformiramo ovako:

$$100^{x+1} = 1000 \cdot 10^{-2 \cdot x},$$

$$(10^2)^{x+1} = 10^3 \cdot 10^{-2 \cdot x},$$

$$10^{2 \cdot (x+1)} = 10^{3+(-2 \cdot x)},$$

$$10^{2 \cdot x + 2} = 10^{3-2 \cdot x}$$

Zbog bijektivnosti eksponencijalne funkcije, dvije potencije s istim bazama su međusobno jednake ako i samo ako su im jednaki eksponenti. Tako dobivamo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom:

$$2 \cdot x + 2 = 3 - 2 \cdot x,$$

$$2 \cdot x + 2 \cdot x = 3 - 2,$$

$$4 \cdot x = 1.$$

Dijeljenjem posljednje jednadžbe s 4 slijedi $x = \frac{1}{4}$.

27. Zadani grafikon tablično možemo prikazati ovako:

Broj bodova	$\langle 10, 20]$	$\langle 20, 30]$	$\langle 30, 40]$	$\langle 40, 50]$	$\langle 50, 60]$	$\langle 60, 70]$	$\langle 70, 80]$	$\langle 80, 90]$	$\langle 90, 100]$
Broj učenika	2	5	9	15	20	35	44	16	6

1.) **152.** Traženi je broj jednak zbroju svih apsolutnih frekvencija (brojeva učenika koji se odnose na pojedini razred), tj. $n = 2 + 5 + 9 + 15 + 20 + 35 + 44 + 16 + 6 = 152$.

2.) **51.** Formiramo niz kumulativnih apsolutnih frekvencija:

Broj bodova	$\langle 10, 20]$	$\langle 10, 30]$	$\langle 10, 40]$	$\langle 10, 50]$	$\langle 10, 60]$	$\langle 10, 70]$	$\langle 10, 80]$	$\langle 10, 90]$	$\langle 10, 100]$
Kumulativna apsolutna frekvencija	2	$2 + 5 = 7$	$7 + 9 = 16$	$16 + 15 = 31$	$31 + 20 = 51$	$51 + 35 = 86$	$86 + 44 = 130$	$130 + 16 = 146$	$146 + 6 = 152$

Donja granica svakoga pojedinoga razreda jednaka je 10, dok gornje redom iznose 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 i 100. Pojedina apsolutna frekvencija označava koliko učenika ima strogo više od 10 bodova, ali ne više od b bodova, gdje je b gornja granica pripadnoga raz-



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

reda. Za svaki $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ n -ti član niza kumulativnih apsolutnih frekvencija jednak je zbroju prethodnoga člana niza i apsolutne frekvencije koja odgovara razredu $[10 \cdot n, 10 \cdot (n + 1))$. Sada lako vidimo da je četvrti član niza kumulativnih apsolutnih frekvencija jednak 31, što znači da je 31 učenik imao više od 10, ali ne više od 50 bodova. Budući da svi ti učenici nisu dobili pozitivnu ocjenu, zaključujemo da je za pozitivnu ocjenu trebalo skupiti najmanje 51 bod.

3.) 89. Ocjenu *odličan* dobila su ukupno $\frac{12.5}{100} \cdot 32 = \frac{400}{100} = 4$ učenika 4.a razreda. Iz podataka o najboljim rezultatima na ispitu slijedi da su ti učenici upravo oni koji su postigli 89, 90, 92, odnosno 98 bodova. Stoga je za ocjenu *odličan* trebalo skupiti najmanje 89 bodova.

Napomena: U zadatcima 2.) i 3.) pretpostavljamo da niti jedan zadatak na ispitu nije donosio necjelobrojni broj bodova (npr. 0.5 bodova). Bez ove pretpostavke zadatke nije moguće ispravno riješiti.

28. 1.) 900. Neka su A , D i M redom brojevi maraka koje su skupile Ana, Dijana i Marija. Iz zadanih podataka dobivamo sustav triju linearnih jednadžbi s tri nepoznanice:

$$A + D + M = 1\,500$$

$$A = 2 \cdot D$$

$$D = 3 \cdot M$$

Iz druge jednadžbe je $D = \frac{1}{2} \cdot A$, pa uvrštavanjem u treću jednadžbu dobivamo

$\frac{1}{2} \cdot A = 3 \cdot M$, odnosno, nakon dijeljenja s 3, $M = \frac{1}{6} \cdot A = \frac{1}{6} \cdot A$. Preostaje uvrstiti jednakosti $D = \frac{1}{2} \cdot A$ i $M = \frac{1}{6} \cdot A$ u prvu jednadžbu sustava. Tako dobivamo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom:

$$A + \frac{1}{2} \cdot A + \frac{1}{6} \cdot A = 1\,500.$$

Nju riješimo uobičajenim postupkom:

$$A + \frac{1}{2} \cdot A + \frac{1}{6} \cdot A = 1\,500 \quad / \cdot 6$$

$$6 \cdot A + 3 \cdot A + A = 9\,000,$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – lipanj 2013. (osnovna razina)

$$10 \cdot A = 9\,000.$$

Odavde dijeljenjem s 10 dobivamo $A = 900$. Dakle, Ana je skupila 900 maraka.

2.) **64.** Album bi bio popunjen da su sestre skupile ukupno $1\,500 + 4 = 1\,504$ marke. Neka je s traženi broj stranica. Taj je broj, prema uvjetu zadatka, paran, pa je broj stranica numeriranih neparnim prirodnim brojem jednak broju stranica numeriranih parnim prirodnim brojem. Dakle, u albumu je $\frac{s}{2}$ stranica numeriranih neparnim prirodnim brojem i $\frac{s}{2}$ stranica numeriranih parnim prirodnim brojem. Na svim stranicama numeriranim neparnim prirodnim brojevima ima mjesta za ukupno $17 \cdot \frac{s}{2}$ maraka, dok na svim stranicama numeriranim parnim prirodnim brojevima ima mjesta za ukupno $30 \cdot \frac{s}{2}$ maraka. Ukupan broj svih maraka treba biti jednak 1 504, pa dobivamo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom:

$$17 \cdot \frac{s}{2} + 30 \cdot \frac{s}{2} = 1\,504 \quad .$$

Tu jednadžbu riješimo uobičajenim postupkom:

$$17 \cdot \frac{s}{2} + 30 \cdot \frac{s}{2} = 1\,504 \quad / \cdot 2$$

$$17 \cdot s + 30 \cdot s = 3\,008,$$

$$47 \cdot s = 3\,008.$$

Odavde dijeljenjem s 47 dobivamo $s = 64$. Dakle, album ima ukupno 64 stranice.